5-B

Rebound 1938

Library of the Museum

OF

COMPARATIVE ZOÖLOGY,

AT HARVARD COLLEGE, CAMBRIDGE, MASS.

Founded by private subscription, in 1861.

L. de Koninck's library

No. 159

NOUVEAUX
MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES ET BELLES-LETTRES
DE BRUXELLES.

NOUVEAUX MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES DE BRUXELLES.

TOME III.

BRUXELLES,
P. J. DE MAT, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE.

1826.

TABLE

DES

MATIÈRES CONTENUES DANS CE VOLUME.

Pages.

Liste des membres ordinaires, honoraires et des correspondans de l'Académie.

Journal des séances. . . . . i—xxxvi

Recherches sur la résolution des équations numériques ; par M. Dandelin. . . . . 7— 71

Mémoire sur l'hyperboloïde de révolution, et sur les hexagones de Pascal et de M. Brianchon ; par le même *. . . . . 1— 14

Physique mathématique. Mémoire sur une nouvelle manière de considérer les caustiques, produites, soit par réflexion soit par réfraction ; par M. Quetelet. . . . . 15—140

Mémoire sur une question relative au calcul des probabilités ; par le commandeur de Nieuport. . . . . 141—152

Note additionnelle, par M. Dandelin. . . . . 153—159

Mémoires sur quelques constructions graphiques des orbites planétaires ; par M. Quetelet. . . . . 161—178

Mémoire sur le principe des vitesses virtuelles ; par M. Pagani. 179—224

Mémoire sur la géographie physique du Brabant méridional ; par M. Kickx. . . . . 227—256

---

* C'est par suite d'une erreur dans l'établissement des folios de ce volume, reconnue trop tard, que cette page-ci, qui devrait être la 73e, se trouve la première d'une nouvelle série.

Pages

Mémoire sur la réduction des alcalis en métal; par J. B. Van Mons.. 259—264

Mémoire sur quelques erreurs concernant la nature du chlore, et sur plusieurs nouvelles propriétés de l'acide muriatique; par le même.. 265—290

Troisième mémoire sur la législation des Gaules; par M. Raepsaet.. 291—314

Mémoire pour servir à l'histoire d'Alpaïde, mère de Charles Martel; par M. Dewez.. 315—340

Mémoire sur les invasions, l'établissement et la domination des Francs dans la Belgique; par le même........................ 341—375

Mémoire sur le gouvernement et la constitution des Belges, avant l'invasion des Romains; par le même.................. 377—399

Dissertation historique sur l'origine du nom de Belges et sur l'ancien *Belgium*; par M. Raoux........................ 401—434

Mémoire sur l'origine de la différence relative à l'usage de la langue flamande ou wallonne dans les Pays-Bas; par M. Meyer. 435—491

Mémoire sur les lois des naissances et de la mortalité à Bruxelles; par M. Quetelet.. 493—512

Extraits des observations météorologiques faites à Bruxelles, depuis le 1er juillet 1822 jusqu'au 31 décembre 1824; par M. Kickx.. 513—566

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

LISTE

DES

MEMBRES ORDINAIRES, HONORAIRES ET DES CORRESPONDANS

DE L'ACADÉMIE.

PROTECTEUR.

LE ROI.

PRÉSIDENT.

LE PRINCE DE GAVRE, membre honoraire.

MEMBRES ORDINAIRES.

MM.

LE COMMANDEUR DE NIEUPORT (C. F.), directeur, *à Bruxelles.*
DEWEZ (L. D. J.), secrétaire perpétuel. . . . . . . *Idem.*
VAN WYN (H.), archiviste du gouvernement. . . *La Haye.*
RAEPSAET (J. J.), conseiller d'état extraordinaire. *Audenarde.*
LE BARON DE VILLENFAGNE D'INGIHOUL, membre de la députation des états. . . . . *Liége.*
VAN HULTHEM (CH.), membre des états-généraux. *Gand.*
SENTELET (J. F.), professeur à l'université . . . . . *Louvain.*
VAN MARUM (M.), directeur du musée. . . . . . . *Harlem.*
VAN LENNEP (D. J.), professeur à l'athénée. . . . . *Amsterdam.*
CORNÉLISSEN (N.), secrétaire-inspecteur de l'université. *Gand.*
VROLIK (G.), professeur à l'athénée. . . . . *Amsterdam.*
VAN HEUSDE (P. W.), professeur à l'université. . . *Utrecht.*
VAN MONS (J. B.), professeur à l'université. . . . . *Louvain.*
KESTELOOT (J. L.), professeur à l'université. . . . *Gand.*

Wauters (A. W.), médecin. . . . . *à Gand.*
Le Baron de Geer (L. W. L.), greffier de la seconde chambre des états-généraux. . . . . . *Jutfaas, près d'Utrecht.*
Thiry (C. E. J.), inspecteur général du cadastre. . *Bruxelles.*
D'Omalius (J. J.), gouverneur de la province. . . *Namur.*
De Launay. *Vienne.*
Kickx (J.), pharmacien. . . . . *Bruxelles.*
Meyer (J. D.), avocat. . . . . *Amsterdam.*
Le Baron Van Utenhove (J. M. C.), membre des états-généraux. . . . . *Jutfaas.*
Garnier (J. G.), professeur à l'université. . . . . *Gand.*
Quetelet (A.), professeur à l'athénée. . . . . . . *Bruxelles.*
Dandelin (G.), professeur à l'université. . . . . . *Liége.*
Le Baron de Reiffenberg (F. A.), professeur à l'université. *Louvain.*
Raoux (A. G.), conseiller d'état. . . . . *Bruxelles.*
Pagani (M. G.). . . . . *Idem.*
Cauchy (P. F.), professeur à l'athénée. . . . . . *Namur.*

MEMBRES HONORAIRES.

MM.

Le Duc d'Ursel. . . . . *Bruxelles.*
Le Baron Van der Cappellen. . . . . *Batavia.*
Le Chevalier de Coninck, ministre des affaires étrangères.
Le Baron de Keverberg de Kessel, conseiller d'état.
Le Baron Van Tuyll Van Serooskerken Van Zuylen, membre de la première chambre des états-généraux. *Zuylen, près d'Utrecht.*
Le Baron de Lampsins. . . . . *La Haye.*
Repelaer Van Driel (O.), ministre d'état. . . . . *Bruxelles.*
Falck (A. R.), ambassadeur. . . . . *Londres.*
Van Gobbelschroy (L.), ministre de l'intérieur.
Walter, inspecteur général de l'instruction publique. *Bruxelles.*

CORRESPONDANS.

MM.

LE NORMAND (L. SEB.) . . . . *à Paris.*
DE MOLÉON (S. G. V.) . . . . *Idem.*
DE LA FONTAINE, membre de la députation des états. *Luxembourg.*
WYTTEMBACH, professeur d'histoire au gymnase. . . *Trèves.*
MULLER, conseiller à la cour royale. . . . . *Idem.*
DEVILLY (L.), secrétaire général de la société. . . . *Metz.*
GERGONE, directeur des annales de mathématiques. . *Nîmes.*
L'ABBÉ RANZANI, professeur de minéralogie, etc. . . *Bologne.*
VAN PRAET, bibliothécaire du roi. . . . . *Paris.*
JULLIEN (M. A.), rédacteur de la revue encyclopédique. *Idem.*
MOREAU DE JONNÈS (A.), officier supérieur d'état-major, etc. . . . . *Idem.*
AMPÈRE, membre de l'institut de France. . . . . . . *Idem.*
BOUVARD, idem. *Idem.*
HACHETTE, de la faculté des sciences de Paris. . . . *Idem.*
LE BARON DE HERDER, conseiller privé des finances, etc. *Dresde.*
OCKEN, professeur à l'université. . . . . *Jéna.*

JOURNAL DES SÉANCES,

DEPUIS LE 4 MARS 1822 JUSQU'AU 20 AOUT 1825.

Séance du 4 mars 1822.

M. Quetelet a présenté un mémoire *concernant quelques propriétés remarquables de la focale parabolique*, par M. G. Dandelin, officier du génie, résidant à Gand, et le propose comme membre ordinaire. M. le président a nommé trois commissaires pour examiner ce mémoire et délibérer sur le tout à la prochaine séance.

Séance du 1er avril 1822.

Les commissaires nommés à la séance précédente, ont fait leur rapport sur le mémoire de M. Dandelin, et il en résulte que l'auteur, déjà avantageusement connu comme géomètre, a donné, dans ce mémoire, les preuves d'un talent éminemment distingué. En conséquence, ils ont émis leur vœu pour son admission à l'Académie; et M. Dandelin a été unanimement nommé membre ordinaire.

On a revu la résolution prise à la séance du 13 janv. 1817, portant que les membres de l'Académie seraient divisés en deux classes, et qu'il y aurait un tiers de plus dans celle des *sciences*, que dans celle d'*histoire et de littérature ancienne*; et comme on a remarqué que, d'après cette division, le nombre des membres attachés à chacune de ces classes, n'était pas dans la proportion conforme à la base adoptée, il a été résolu de rectifier cette opération. En conséquence, il a été arrêté qu'il y aura trente-deux membres pour la première classe, et seize pour la seconde.

Séance du 29 avril 1822.

Le secrétaire a donné lecture de la dépêche de S. E. le ministre de l'instruction publique, du 12 de ce mois, qui annonce que S. M., par rescrit

du 9, a agréé la nomination de M. Dandelin. Voyez les séances des 4 mars et 1er avril.

Après quoi, on s'est occupé des rapports sur les mémoires envoyés au concours.

M. Kickx a donné lecture de ses *observations météorologiques* sur la température des mois de janv., fév. et mars de cette année.

Séance du 30, continuation de la précédente.

Il a été procédé à l'examen et au triage des questions à proposer pour le concours prochain, et l'on s'est réservé de soumettre à l'assemblée générale du 7 mai, celles qui ont particulièrement fixé l'attention de l'assemblée de ce jour, ainsi que celles qui pourraient être apportées ledit jour 7 mai.

Séance générale du 7 mai 1822.

Le secrétaire a mis sur le tapis les différens mémoires envoyés au concours; savoir :

Un *sur la législation et les tribunaux, etc.*, et après avoir entendu la lecture des rapports, l'Académie se rangeant à l'avis des commissaires, a adjugé la médaille d'or à son auteur, qui est M. Pycke, avocat à Courtrai.

Un sur la question rélative à *Érasme;* et à la suite des rapports, l'Académie ayant discuté la matière de vive voix, a résolu d'accorder la médaille d'argent à l'auteur, qui est M. le baron de Reiffenberg, professeur à l'athénée de Bruxelles.

Un sur la question ayant pour objet *l'élimination entre deux équations à deux inconnues;* et l'assemblée, adoptant les motifs et les conclusions des rapporteurs, a adjugé la médaille d'or à l'auteur, qui a été reconnu être M. Vène, capitaine au corps royal du génie français.

Un sur la question *physico-mathématique*, et l'assemblée ayant reconnu que ce mémoire ne résout pas la question, a résolu de la remettre au concours prochain.

Quatre mémoires sur la question relative aux *plantes;* et après avoir entendu les rapports et discuté la matière, l'Académie a jugé que deux de

ces mémoires n'ont pas traité la question d'une manière assez satisfaisante pour être admis au concours; et que quant aux deux autres, sans prétendre adopter ou rejeter le système que les auteurs voudraient embrasser, l'assemblée s'est bornée à examiner si les auteurs avaient raisonné conséquemment pour soutenir leur système; et après avoir établi une discussion particulière sur ces deux ouvrages, il a été résolu d'adjuger une médaille d'argent à chacun de ces deux auteurs, dont l'un est M. Hippolyte Guillery, professeur au collége de Nivelles, et l'autre M. Evrard, docteur en médecine à Bruxelles.

L'assemblée s'est ensuite occupée des questions à proposer; et de celles qui appartiennent à la classe d'histoire, il a été résolu de continuer pour 1823, la 1re ayant pour objet *la population, les fabriques et le commerce depuis le* 17e *siècle jusqu'à l'érection du royaume des Pays-Bas*; la 6e, relative à *Érasme*, et la 7e, aux *métiers*, de sorte que ces questions deviennent les trois premières pour le concours prochain.

Les 3e, 4e et 5e ont été abandonnées. La 2e, sur laquelle est intervenu un mémoire qui a été couronné, était à remplacer.

Restaient donc cinq questions à proposer, et les suivantes ont été adoptées:

QUATRIÈME QUESTION.

Quelles ont été les causes qui ont amené l'institution du grand conseil de Malines, *par le duc Charles-le-Téméraire en* 1473, *et la dissolution de ce conseil sous le règne de Marie? Quelles étaient les attributions de ce conseil? En quoi différaient-elles de celles du conseil institué par l'archiduc Philippe en* 1503? *Quels étaient les motifs de ces différences? Quelles sont les dispositions législatives auxquelles l'établissement et la suppression de cette cour ont donné lieu?*

CINQUIÈME QUESTION.

Quelle est l'origine de la différence qui existe par rapport à la langue entre les provinces dites Flamandes *et celles dites* Wallonnes? *A quelle époque cette différence doit-elle être rapportée? Quelle est la raison que des*

contrées qui faisaient partie de la France, parlent le flamand, *et d'autres qui appartenaient à l'empire germanique se servent exclusivement de la* langue française?

SIXIÈME QUESTION.

On propose l'éloge de *François Hemsterhuis.*

SEPTIÈME QUESTION.

Quel était l'état des institutions religieuses et des établissemens ecclésiastiques dans les provinces méridionales du royaume des Pays-Bas, depuis le commencement du règne de Marie-Thérèse; et quels changemens y ont été successivement introduits jusqu'à ce jour?

HUITIÈME QUESTION.

Quel caractère les Belges ont-ils déployé dans les diverses positions où ils se sont trouvés? Peut-on leur assigner un caractère dominant, qui soit commun à toute la nation, connue sous le nom générique de Belges? ou les habitans des diverses parties qui ont formé les Pays-Bas espagnols et autrichiens, aujourd'hui les provinces méridionales du royaume des Pays-Bas, ont-ils montré un caractère particulier qui les distingue les uns des autres? Leur caractère a-t-il éprouvé des altérations ou des modifications dans ces diverses révolutions, soit par l'influence des événemens, soit par les différentes formes de gouvernement?

Séance du 8 *mai, continuation de la précédente.*

L'Académie propose pour 1824, les deux questions suivantes :

PREMIÈRE QUESTION.

Quels ont été les changemens introduits dans l'instruction publique dans ce pays, depuis le commencement du règne de Marie-Thérèse, jusqu'à ce jour, et quelle a été l'influence de ces changemens sur la propagation des lumières en général et sur la culture des sciences et des lettres en particulier?

SECONDE QUESTION.

Quelles étaient les véritables attributions des états dans les différentes provinces, d'après la constitution de chacune? Quels étaient leurs rapports tant avec le souverain qu'avec la nation? Quel était celui des trois ordres qui avait le plus d'influence dans les diverses provinces? Quels changemens ont-ils subis dans leur organisation aux diverses époques?

Les questions pour celle des sciences ont été proposées dans l'ordre suivant :

Celle qui concerne les *lignes spiriques* est la première; la 4e, relative à l'action du *fil flexible;* la 5e, ayant pour objet la *constitution géologique de la province de Namur;* la 7e, proposant la *topographie médicale de la ville de Bruxelles*, sont devenues les 2e, 3e et 4e.

Les 2e, 3e et 6e ont été abandonnées, et la 1re, sur laquelle est parvenu un mémoire qui a obtenu la palme, était à remplacer.

Restaient donc quatre questions à proposer, et l'on a admis les suivantes :

CINQUIÈME QUESTION.

Quel a été l'état de la côte maritime d'Anvers à Boulogne, depuis la conquête de César jusqu'à nos jours? Indiquer les grandes inondations de la mer, que cette côte a éprouvées pendant cette période, et déterminer les parties que la mer a englouties, sans avoir été jusqu'ici reconquises.

SIXIÈME QUESTION.

Étant connu que les esprits alcoholiques extraits de différentes matières, telles que fruits, graines, racines, et sucre, ne peuvent par les mêmes moyens de concentration être conduits à marquer un égal degré de force sur l'aréomètre, et qu'à degré aérométrique égal, ces esprits jouissent de capacité de solutions et de saturation différentes, l'Académie demande que l'on détermine quelles sont au juste ces différences, et qu'on en recherche la cause, afin d'en faire cesser, s'il est possible, les effets. On examinera dans quel rapport sont les capacités de solution et de saturation de chacun des esprits avec leur résistance à la concentration.

SEPTIÈME QUESTION.

Quels sont les genres et les degrés de fermentation que subissent successivement les différentes espèces de fumier animal? Quels sont les procédés pour retarder ou accélérer ces fermentations? Par quels caractères peut-on les distinguer? Quelles sont les époques de fermentation où ces différentes espèces de fumier peuvent être employées avec le plus d'avantage comme engrais, eu égard à la nature des divers terrains?

HUITIÈME QUESTION.

Les observations modernes ayant fait voir que les combinaisons entre corps gazeux et corps gazifiables par le feu, ou par des engagemens, se font en des rapports très-simples de volumes, et qu'après la combinaison, la même simplicité de rapport est maintenue entre les volumes des gaz résultans et ceux de leurs composans, l'Académie demande qu'on détermine d'après l'expérience, les volumes proportionnels des divers corps gazeux et des gazifiables par les moyens mentionnés. On vérifiera l'accord des volumes avec les poids spécifiques indiqués par la molécule représentative pesée, et l'on spécifiera la température et la pression auxquelles les mesures auront été prises. L'Académie désire que le tableau synoptique des résultats soit joint à la réponse.

L'Académie propose pour 1824, les deux questions suivantes :

PREMIÈRE QUESTION.

Les racines développées en fraction continue doivent avoir pour chaque degré un caractère particulier.

Dans le premier degré, la fraction continue se termine.

Dans le second, elle se présente sous forme périodique.

A quel caractère reconnaîtra-t-on qu'une fraction continue proposée est racine d'une équation d'un degré supérieur donné?

Est-il possible d'assigner le carré, le cube, etc., d'une fraction continue en fraction continue?

SECONDE QUESTION.

Les grandes découvertes faites depuis un certain nombre d'années ayant

considérablement augmenté le domaine du botaniste, l'Académie demande que l'on établisse ou que l'on réfute par un examen critique d'après les lois données par Linné, les genres et espèces introduits en botanique, depuis la mort de ce grand homme, et que l'on détermine d'après les mêmes lois, la valeur des dénominations qui ont été imposées à ces genres et à ces espèces.

M. le commandeur de Nieuport a appelé l'attention de l'assemblée sur l'article 30 du réglement, qui porte qu'on ne couronnera pas les auteurs qui, ayant déjà remporté trois prix sur des sujets tirés d'une même science, traiteraient une quatrième question qui y serait également relative, et il a fait observer que cette disposition n'était propre qu'à arrêter l'essor du talent. En conséquence, il a proposé de faire connaître cet inconvénient à S. M. par l'organe de S. E. le ministre de l'instruction publique, afin d'obtenir une décision royale qui rapporte cette disposition. L'Académie a adhéré à cette proposition.

Séance du 18 *mai* 1822.

Lecture et discussion du programme pour le concours de 1823.

L'Académie, pensant qu'il était intéressant de se procurer des renseignemens et des détails circonstanciés sur la grotte vulgairement connue sous la dénomination de *trou de Han*, et deux autres qui se trouvent dans le voisinage, a résolu que MM. Kickx et Quetelet se rendraient sur les lieux pour en faire la visite et en donner la description.

M. Dewez a ensuite exposé que dans les fouilles qui ont été faites il y a trois à quatre ans à Alt-Trier, à deux lieues et demie d'Ecternach, on avait retrouvé un grand nombre d'antiquités romaines, des monnaies, des vases, des figures, des anneaux, etc., et a proposé de se rendre dans ce pays pour y faire les recherches convenables. L'Académie a agréé cette proposition.

Séance du 29 *juillet* 1822.

Le secrétaire a donné communication de l'arrêté royal du 8 juin dernier, par lequel S. M., sur la demande de l'Académie, a rapporté l'article 30 du réglement. Voyez la séance du 8 mai.

M. Dewez a fait à l'assemblée le rapport de son voyage dans le grand duché de Luxembourg, pour faire les recherches convenables sur les découvertes des objets d'antiquité retrouvés à Alt-Trier ou dans les environs. Il prit les premières indications à Luxembourg, auprès de M. le gouverneur, qui voulut bien l'adresser aux personnes instruites dans cette matière; et après avoir obtenu les renseignemens qu'il désirait, il se rendit à Trèves, où il eut, sur l'objet de sa mission, des conférences instructives avec M. le professeur Wyttembach, et M. Muller, conseiller à la cour royale de Trèves, qui a fait de nombreuses et intéressantes recherches sur les antiquités de ce pays, et qui lui a communiqué la liste des objets trouvés à Alt-Trier.

M. Dewez a ensuite proposé de nommer correspondans de l'Académie, M. De la Fontaine, membre de la députation des états de Luxembourg, qui lui a donné des renseignemens importans, ainsi que MM. Wyttembach et Muller, afin qu'au besoin on pût entretenir avec eux des relations à ce sujet. Cette proposition sera discutée dans une des séances prochaines.

Séance du 28 *octobre* 1822.

MM. Kickx et Quetelet, qui, conformément à la résolution du 16 mai dernier, ont été visiter la *Grotte de Han*, ont fait le rapport de leur voyage, de leurs découvertes et de leurs observations sous les différens rapports que présente l'inspection de cette grotte et de ses environs, et ont présenté le plan de son intérieur, dessiné par M. Quetelet; et l'Académie a résolu que ce rapport serait inséré dans le recueil de ses mémoires. (Il se trouve dans le second volume avec le plan et deux planches litographiées, représentant l'une, *la vue de la montagne et du village de Han*; l'autre, *la sortie de la rivière de Lesse du trou de Han.*)

Séance du 11 *novembre* 1822.

Le secrétaire a présenté, au nom de M. Domalius, un mémoire contenant ses *observations sur un essai de carte géologique de la France, des Pays-Bas et des contrées voisines*, dont cet honorable membre fait hommage à la compagnie.

Séance du 3 *décembre* 1822.

Cette séance n'a été consacrée qu'à des objets qui concernent le régime intérieur de l'Académie.

Séance du 23 *décembre* 1822.

M. Dewez a présenté à l'Académie son *histoire du pays de Liége*, en 2 volumes.

Séance du 3 *février* 1823.

Le secrétaire a rendu compte des mémoires qui ont été envoyés au concours de cette année, et M. le président a nommé des commissaires pour les examiner.

M. Quetelet a donné communication d'un mémoire *sur les conchoïdes circulaires*, faisant partie d'un mémoire plus étendu dans lequel il se propose de traiter différens autres objets qui formeront un ensemble.

M. Kickx a remis un extrait de ses *observations météorologiques* faites à Bruxelles, dans la partie moyenne de la ville, pendant les six derniers mois de l'an 1822, et il a été résolu qu'elles seraient insérées dans le prochain volume des mémoires.

Séance du 3 *mars* 1823.

Il a été résolu d'ajouter à la liste des sociétés savantes auxquelles l'Académie fait l'envoi de ses mémoires, la société *linnéenne* de *Paris*.

Séance du 24 *mars* 1823.

Le secrétaire ayant exposé que l'Académie envoyait ses mémoires aux bibliothèques des villes de *Bruxelles*, *Anvers* et *Bruges*, a proposé de les envoyer également à celles de Mons et Tournai. Cette proposition a été adoptée.

Séance du 21 *avril* 1823.

Cette séance a été consacrée aux rapports sur les mémoires envoyés au concours, et à la présentation des questions pour le concours prochain, qui, ainsi que celles qui pourraient être adressées ou apportées à l'Académie, seront examinées et discutées à l'assemblée générale.

Séance générale du 4 mai 1823.

(Cette séance a été tenue le 4 au lieu du 7, à cause des absences ou des empêchemens qui n'auraient pas permis à plusieurs membres de s'y rendre le 7).

Le secrétaire a mis sur le tapis les différens mémoires envoyés au concours, savoir :

Un *sur l'établissement, la dissolution et les attributions du grand conseil de Malines*, et après avoir entendu les rapports des commissaires et discuté l'objet, l'assemblée a décidé que ce mémoire ne mérite pas le prix, et que la question ne serait pas continuée.

Un sur la question proposant *l'éloge de François Hemsterhuis*, sur lequel, après avoir entendu les rapporteurs, et après une mûre délibération, l'assemblée, en rendant à l'ouvrage toute la justice qu'il mérite sous plusieurs rapports, a jugé cependant qu'il n'avait pas complètement rempli les intentions de l'Académie, et n'a adjugé que la médaille d'argent à l'auteur, qui est M. Hippolyte Guillery, professeur au collége de Nivelles.

Trois sur la question relative aux *lignes spiriques*; celui qui porte pour devise : *da veniam scriptis*, a été écarté du concours, l'auteur n'ayant aucunement suivi la question. L'assemblée n'a donc eu à s'occuper que des deux autres; et d'après les raisons développées par les commissaires, et la discussion qui s'est ouverte après la lecture de leurs rapports, il a été résolu d'adjuger la médaille d'argent au mémoire portant pour devise : *qui pourrait concevoir l'univers, etc.*, qui est de M. Vène, capitaine du génie en France.

Un sur l'action du *fil flexible*. Les rapporteurs ont été d'accord que quoique la manière dont ce mémoire est rédigé décèle un homme versé dans la matière, il n'a point atteint le but, et l'Académie s'est bornée à faire une mention honorable de ce mémoire et à engager l'auteur à lui donner quelques nouveaux développemens. La question a donc été renvoyée au concours prochain.

Un sur la question relative aux *esprits alcoholiques*. D'après l'avis unanime

des rapporteurs, l'Académie a adjugé la médaille d'or à l'auteur, qui est M. Hensmans, pharmacien à Louvain.

L'assemblée s'est ensuite occupée des questions à proposer pour 1824, et il a été résolu, pour la classe d'histoire, de continuer la première sur *la population, les fabriques et le commerce des Pays-Bas, depuis le* 17^e^ *siècle*, et au lieu de prolonger le terme *jusqu'à l'érection du royaume des Pays-Bas*, de le borner *à l'an* 1713, *époque de la paix d'Utrecht.*

La 2^e^ a été abandonnée, ainsi que la 4^e^, de sorte que la 3^e^, concernant *les métiers;* la 5^e^, relative à la différence qui existe, par rapport à la langue, dans les provinces *flamandes* et *wallonnes;* la 7^e^, *sur les institutions religieuses et les établissemens ecclésiastiques*, et la 8^e^, *sur le caractère des Belges*, sont devenues les 2^e^, 3^e^, 4^e^ et 5^e^.

Les deux questions proposées l'année dernière pour 1824, l'une *sur les changemens introduits dans l'instruction publique*, etc, l'autre *sur les attributions, les rapports et l'influence des états*, deviennent la 6^e^ et la 7^e^.

La 6^e^, sur laquelle est intervenu un mémoire ayant obtenu la médaille d'argent, est à remplacer.

Les questions suivantes ont donc été adoptées pour compléter le nombre requis :

Donner un précis historique de l'administration des diverses provinces des Pays-Bas Autrichiens à l'époque du règne de l'impératrice Marie-Thérèse.

Quel fut le but politique des fréquens voyages que Guillaume I, *prince* d'Orange, *fit à* Gand *pendant les troubles du XVI^e^ siècle?* En d'autres termes : *Quelle influence le succès des relations de ce prince avec la capitale de l'ancienne Flandre, ou le défaut de ce même succès a-t-il eue, à différentes époques, sur la part active que cette ville, plus particulèrement, a prise dans l'insurrection de nos provinces contre les troupes espagnoles, et plus tard contre le gouvernement de* Philippe II ?

L'Académie demande un *tableau de la cour et du gouvernement de* Philippe-le-Bon, *considéré surtout dans ses rapports avec le commerce qui*

faisait aborder aux Pays-Bas les diverses productions du Levant et de l'Italie, avec les arts et les branches d'industrie, qui, telles que les tapisseries, doivent aux arts leurs plus grands progrès.

L'Académie propose pour 1825 les deux questions suivantes :

PREMIÈRE QUESTION.

Faire connaître l'état politique, administratif, civil, religieux et militaire, ainsi que celui de la population, des fabriques et manufactures, du commerce, de l'instruction publique, des lettres, des arts et sciences sous le règne des archiducs Albert et Isabelle, *dans les provinces des Pays-Bas, dans lesquelles ces princes exerçaient leur autorité.*

SECONDE QUESTION.

Donner une notice historique et raisonnée des canaux navigables qui existent dans les provinces tant septentrionales que méridionales des Pays-Bas, construits depuis les temps les plus reculés jusqu'à nos jours.

Les questions suivantes ont été proposées pour la classe des sciences :

Celle qui a pour objet les *lignes spiriques*, est la première; la 2e, qui concerne l'action du *fil flexible*, la seconde; la 3e, proposant la *constitution géologique de la province de Namur*, est la 3e.

La 4e a été abandonnée, de sorte que la 5e, concernant *l'état de la côte maritime d'Anvers jusqu'à Boulogne*; la 7e, ayant pour objet *les genres et les degrés de fermentation du fumier animal*; la 8e, *sur les combinaisons des corps gazeux et gazifiables*, sont devenues les 4e, 5e et 6e.

Les deux questions proposées l'année dernière, l'une, *sur les fractions continues*, l'autre, *sur les découvertes en botanique*, sont devenues la 7e et la 8e.

La 6e, sur laquelle a été présenté un mémoire qui a été couronné, devait être remplacée.

Séance du 5 mai, continuation de la précédente.

Les questions suivantes ont été adoptées pour atteindre le nombre requis dans la classe des sciences.

Déterminer les changemens que peut occasioner le déboisement *de forêts considérables sur les contrées et les communes adjacentes, relativement à la température et à la salubrité de l'air, à la direction et à la violence des vents dominans, à l'abondance et à la localité des pluies, d'où dérivent les sources et les eaux courantes, et en général à tout ce qui constitue son état physique actuel.*

L'Académie propose pour 1825 les deux questions suivantes :

PREMIÈRE QUESTION.

Les causes du mouvement de nutation de l'axe terrestre sont-elles parfaitement connues et rigoureusement démontrées? A-t-on des raisons d'observation ou de théorie qui puissent faire présumer un semblable mouvement dans les autres globes du système planétaire? Existerait-il un moyen de renfermer (en ce cas supposé) toutes les conséquences et les lois de ces mouvemens dans une même formule ou dans l'expression analytique d'une loi commune à tous les corps célestes dépendans du système solaire? Ou enfin pourrait-on conclure de là, ainsi que des perturbations des corps planétaires, quelque chose qui ne s'accordât point avec la théorie hypothétique admise par Copernic et développée par Newton?

SECONDE QUESTION.

La cause des inclinaisons et des déclinaisons très-variables de l'aiguille aimentée a semblé jusqu'à présent se dérober aux efforts des théories les plus subtiles; mais comme on a cru observer dans ces irrégularités mêmes l'existence de lois très régulières, l'Académie demande :

S'il y a des raisons pour supposer l'existence d'un noyau magnétique dans l'intérieur du globe terrestre, ou s'il n'y a pas des moyens de réfuter victorieusement cette hypothèse.

Dans l'une et dans l'autre supposition, il faudra expliquer toutes les observations dont on pourra constater la certitude, et fournir des moyens de soumettre à une analyse rigoureuse les élémens hypothétiques que l'on jugera convenable d'employer.

M. Dandelin a ensuite donné lecture d'un mémoire *sur une méthode générale pour obtenir les racines réelles et imaginaires d'une équation quelconque ;*

M. Kickx, d'un mémoire de la composition de M. Van Mons *sur la réduction des alcalis en métal;*

M. Dewez, d'un mémoire de sa composition, *pour servir à l'histoire d'Alpaïde, mère de Charles Martel,*

Et il a été résolu que ces trois mémoires seraient imprimés.

Séance du 26 *mai* 1823.

Lecture et discussion du programme.

Le secrétaire donne communication d'une lettre de M. W. N. Lambrechtsen, du 21 de ce mois, par laquelle il fait part de la mort de M. Nicolas-Cornélis Lambrechtsen, membre de l'Académie.

Il fait également part d'une lettre de M. Devilly, secrétaire général de la société des lettres, sciences et arts de Metz, du 1[er] mai, par laquelle il exprime le désir d'être associé à l'Académie comme correspondant. Cette lettre était accompagnée d'un mémoire sur les antiquités découvertes à l'ancienne citadelle de Metz, avec deux tableaux litographiés. M. le président a nommé trois commissaires pour examiner ce mémoire.

Séance du 14 *juin* 1823.

MM. Van Hulthem et Quetelet ont proposé pour membre ordinaire M. le baron de Reiffenberg, professeur extraordinaire à l'université de Louvain. La discussion sur cette proposition est renvoyée à la prochaine séance.

Séance du 28 *juillet* 1823.

Les commissaires nommés à la séance du 26 mai ont lu leurs rapports sur la demande de M. Devilly. L'affaire a ensuite été discutée verbalement; et après avoir entendu les opinions des différens membres, la question a été mise aux voix, et il a été résolu à la majorité que M. Devilly serait admis au nombre des correpondans.

Le secrétaire a donné lecture d'une dépêche de S. E. le ministre de l'instruction publique, du 24 juin dernier, par laquelle il transmet à l'Académie l'adresse présentée à S. M. par M. de Hemptinne, notaire et médecin à Jauche, qui expose que le tombeau d'*Alpaïde*, mère de *Charles Martel*, a été découvert dans le temps, près de l'église à Orp-le-grand, et que la pierre sépulcrale est cachée et maçonnée dans la masse qui sert de table d'autel, et s'offre de se charger de la direction des travaux nécessaires pour l'extraction de cette pierre. L'Académie, invitée à donner son avis sur l'objet de cette adresse, a laissé au secrétaire le soin de prendre à ce sujet les renseignemens nécessaires.

La proposition relative à M. de Reiffenberg a été mise aux voix, et ayant été procédé à l'élection par la voix d'un scrutin sescret, il en est résulté qu'il a été unaniment nommé.

Séance du 4 octobre 1823.

Le secrétaire a rendu compte de la correspondance qu'il a entamée avec M. de Hemptinne, au sujet des travaux à faire pour la découverte du tombeau d'*Alpaïde*; et, ayant fait observer à l'assemblée que ces travaux ne pouvaient s'exécuter sans l'agrément du curé et l'intervention du maïeur d'Orp-le-grand, elle a considéré que c'était à l'autorité administrative supérieure qu'il appartenait de prendre ou d'autoriser les mesures relatives à cette opération, et le secrétaire a été invité à se rendre auprès de M. le gouverneur du Brabant méridional pour le prier, au nom de l'Académie, de vouloir la seconder de son autorité.

M. Van Mons a remis un mémoire *sur quelques erreurs concernant la nature du chlore et sur plusieurs propriétés de l'acide muriatique*. L'examen et la lecture en est renvoyé à la prochaine séance.

Séance du 3 novembre 1823.

Le secrétaire a fait rapport du résultat de sa conférence avec M. le gouverneur, qui s'est engagé à charger d'un côté le commissaire du district de Nivelles de se rendre à Orp, afin de faire, à l'adjonction de M. de Hemptinne et de l'autorité locale, les recherches nécessaires pour la découverte du tombeau d'*Alpaïde*; et de l'autre, d'écrire à M. l'archevêque de Malines

pour le prier d'autoriser le curé du lieu à permettre qu'on exécute les travaux convenables, afin qu'au moyen de cette double mesure, on parvînt, par le concours des deux autorités, au but que l'Académie s'est proposé, sans blesser les convenances et sans léser les intérêts, ni méconnaître les droits de l'une et de l'autre.

Le mémoire de M. Van Mons, remis à l'Académie, à la dernière séance, ayant été lu et examiné, il a été résolu de le comprendre dans le prochain volume.

Séance du 1er *décembre* 1823.

Le secrétaire a fait part à l'assemblée qu'il avait reçu une dépêche de S. E. le ministre de l'instruction publique, du 14 novembre dernier, par laquelle il l'informe que S. M., par son rescrit du 9 du même mois, a agréé la nomination de M. de Reiffenberg, comme membre ordinaire. Voyez les séances des 14 juin et 28 juillet derniers.

M. Kikx a donné connaissance à l'assemblée qu'il avait appris que dans les fouilles récemment faites aux boulevards entre les portes de Namur et de Halle, on avait découvert un fossile accidentel qui mériterait peut-être d'être examiné; et comme il serait possible qu'on y rencontrât encore de semblables fossiles, l'assemblée, déférant au désir de M. Kikx, a invité le secrétaire à prier les bourgmestre et échevins de la ville de Bruxelles, de charger le directeur des travaux d'y être attentif, et de vouloir faire connaître à M. Kikx les découvertes de ce genre, qui ont pu ou qui pourraient être faites dans la suite.

Séance du 5 janvier 1824.

Le secrétaire a communiqué à l'assemblée la réponse des magistrats de Bruxelles, en date du 11 décembre, par laquelle ils s'engagent à correspondre au désir de l'Académie.

Il a ensuite présenté un mémoire de M. Raepsaet, qui est le troisième sur la législation des Gaules, lequel traite de la *lex mundana* et des lois *salique* et *ripuaire*, et il a été résolu qu'on s'en occuperait à la prochaine séance.

M. Quetelet a remis un mémoire offert à l'Académie par M. Pagani de Turin, et il a été envoyé à l'examen de trois commissaires.

M. de Reiffenberg a donné lecture d'un mémoire sur le bombardement de Bruxelles, de l'an 1695, et il a été résolu qu'il serait inséré au prochain recueil, après qu'il y aurait fait quelques changemens.

Séance du 2 février 1824.

Le secrétaire a remis sous les yeux de l'assemblée le mémoire de M. Raepsaet, présenté à la séance précédente, et il a été résolu qu'il serait imprimé dans le troisième volume, après que l'auteur aurait été invité à supprimer un petit paragraphe qui a paru étranger à la matière.

M. le commandeur de Nieuport, ayant fait observer que déjà M. Vène, capitaine au corps royal du génie français, a remporté plusieurs prix sur des questions importantes de sciences, et qu'ilmérite à son avis d'être admis au rang des correspondans de l'Académie, l'assemblée a unanimement adopté cette proposition.

Après quoi, le secrétaire a rendu compte des mémoires qui ont concouru aux prix pour la présente année, et M. le président a nommé des commissaires pour les examiner.

M. Dandelin a fait lecture d'un mémoire sur l'*hyperboloïde de révolutions et sur les hexagones de Pascal et de Brianchon*, et il a été résolu de l'insérer dans le 3e volume.

Les commissaires nommés pour l'examen du mémoire présenté par M. Pagani (Voyez la séance du 5 janvier dernier) ont fait leur rapport, et il a été résolu de l'agréer et d'exprimer à l'auteur les remercîmens et la satisfaction de l'Académie.

Séance du 1er *mars* 1824.

Il a été fait rapport de la lettre de M. le gouverneur du Brabant méridional au secrétaire, sous la date du 13 février, par laquelle il l'informe qu'il a été procédé, les 20 et 21 novembre dernier, à la recherche du tombeau d'*Alpaïde*, et lui adresse le procès-verbal de cette opération, qui constate qu'ayant fait toutes les recherches possibles, on n'a découvert ni pierre sépulcrale, ni tombeau, ni aucun indice de monument funéraire. Mais

M. le gouverneur observe que l'église d'Orp-le-grand a été réduite en cendres postérieurement à l'an 1618, année à laquelle Miræus rapporte que le tombeau d'*Alpaïde* a été découvert dans cette église.

M. Quetelet a donné lecture d'un mémoire *sur les comètes*, qu'il a retiré, pour le revoir, et le représenter à l'Académie, qui alors prendra une délibération convenable.

Il a également fait lecture, seulement par forme de communication, d'un rapport sur le projet d'établissement d'un observatoire à Bruxelles.

Séance du 5 avril 1824.

Le secrétaire a donné communication d'une lettre de M. le gouverneur, du 27 mars dernier, par laquelle il lui transmet un extrait des archives de la cure d'Orp-le-grand, par lequel il est constaté que le 21 mars 1674, l'église de cette commune a été consumée par un incendie, dans lequel il est à présumer que le tombeau d'*Alpaïde* aura péri. (Voyez les séances des 28 juillet, 4 octobre, 3 novembre 1823 et 1er mars 1824.)

M. Quetelet a représenté son mémoire *sur les comètes*, et il a été résolu qu'il serait imprimé.

Il a également été résolu, relativement au projet de l'établissement d'un observatoire à Bruxelles, dont M. Quetelet a donné communication à la dernière séance, que l'Académie le prendrait en considération, et M. le président a bien voulu se charger de le présenter à S. M. et de l'appuyer.

M. Dewez a donné lecture d'un mémoire de sa composition *sur les invasions, les établissemens et la domination des Francs dans la Belgique*, et l'assemblée en a voté l'impression.

M. Kickx, continuant ses *observations météorologiques*, a remis celles qu'il a faites à Bruxelles depuis le mois de juillet 1822 jusqu'au 3 décembre 1823, qui seront imprimées dans le prochain volume.

Séance du 26 avril 1824.

Le secrétaire a donné communication de la circulaire de S. E. le ministre de l'intérieur, par laquelle il donne avis que tous les objets qui concer-

nent l'instruction publique, les sciences et les arts, sont réunis à son ministère, sous la dénomination de département de l'intérieur, de l'instruction publique et du waterstaat, et invite l'Académie à correspondre avec ce département pour tout ce qui concerne les objets d'administration générale.

Il a également donné lecture d'une lettre de M. Gruyer, du 25 de ce mois, par laquelle il lui adresse une *dissertation sur le mouvement*, en le priant de le présenter à l'Académie. Renvoyé à l'examen de trois commissaires.

L'assemblée s'est ensuite occupée des rapports sur les mémoires envoyés au concours.

Après quoi, le secrétaire a présenté une *dissertation sur le fer des Pays-Bas*, qui lui a été envoyée par M. Van Mons, de la part de M. le colonel Huguenin, auteur de ce mémoire.

Séance générale du 7 *mai* 1824.

Le Secrétaire a présenté les différens mémoires envoyés au concours, savoir :

Un sur les langues *wallone* et *flamande*; et après le rapport des trois commissaires, MM. Van Hulthem et de Reiffenberg, qui avaient pris communication du mémoire, l'ont, comme les rapporteurs, trouvé savant et judicieux, les voix ont été recueillies, et il a été résolu à la majorité que la médaille d'or serait adjugée à l'auteur. Le billet cacheté ayant été ouvert, ne présenta que le mot *anonyme*. En conséquence, le secrétaire a été invité à faire insérer dans les papiers publics un avis portant invitation à l'auteur de se faire connaître, et de donner des renseignemens positifs qui fassent conster qu'il est réellement l'auteur du mémoire.

Un *sur le caractère des Belges*, sur lequel les rapporteurs sont parfaitement d'accord que l'auteur n'a aucunement répondu à la question, qui sera continuée.

Un *sur les états des provinces belgiques*, et l'Académie, adoptant les conclusions unanimes des commissaires, a décerné la médaille d'argent à l'auteur, qui est M. Charles Steur, avocat stagiaire à Bruxelles, et a résolu de continuer la question.

***.

Deux *sur les lignes spiriques*, et d'après les observations et les motifs très-détaillés et très-raisonnés des rapporteurs, l'Académie ayant accédé à leurs conclusions, a résolu d'adjuger la médaille d'or à l'auteur de l'un de ces mémoires, et celle d'argent à l'autre. Le premier a été reconnu être M. Pagani (M. G.), et le second M. Demoor, ingénieur en chef au corps du waterstaat dans le grand duché de Luxembourg. L'Académie a de plus résolu de faire précéder le mémoire couronné d'une introduction concernant la partie historique de ces courbes.

Un sur l'action du *fil flexible*, auquel l'Académie a résolu d'accorder la médaille d'argent à l'auteur, qui est M. Martens, docteur en science et en médecine de l'université de Liége, et elle a, au surplus, résolu de continuer la question en exigeant comme condition essentielle, l'intégration de l'équation à laquelle on est conduit en résolvant le problème.

Une note (c'est le titre qu'elle porte), *sur l'état de la côte maritime d'Anvers à Boulogne*. L'Académie a pensé, comme les rapporteurs, que l'auteur n'avait pas traité le sujet d'une manière assez satisfaisante pour mériter la médaille, et a résolu de renouveler la question.

Un mémoire *sur les corps gazeux et gazifiables*, dont les rapporteurs ont donné une analyse très-raisonnée de l'ouvrage; et quoiqu'ils n'aient pu se dissimuler les défauts dont cet ouvrage n'est pas exempt, ils ont cependant été d'avis qu'on lui décernât la médaille d'or. L'assemblée, après avoir discuté la matière, et pesé les différentes raisons qui se présentent pour et contre, a résolu, à la majorité des voix, que la médaille d'argent serait décernée à l'auteur, qui est M. Hensmans, pharmacien à Louvain.

Un *sur les fractions continues*, qui, d'après l'avis des rapporteurs, n'a aucunement résolu la question, et en conséquence l'Académie a résolu de la remettre au concours.

L'assemblée s'est ensuite occupée des questions à proposer pour le concours de 1825, et il a été résolu, pour la classe d'histoire, de continuer la 1re, *sur la population, les fabriques, les manufactures et le commerce;* la 2e, *sur les métiers;* la 4e, *sur l'état des institutions religieuses;* la 5e, *sur le caractère des Belges;* la 6e, *sur les changemens introduits dans l'instruction*

publique, etc.; la 7^{e}, *sur les attributions, les rapports et l'influence des états*; la 8^{e}, *relative à l'administration des diverses provinces au temps de Marie-Thérèse.*

Les 9^{e} et 10^{e} ont été abandonnées.

La 3^{e}, sur laquelle est intervenu un mémoire couronné, est à remplacer.

Pour la classe des sciences, il a été résolu de continuer la 2^{e}, *sur le fil flexible*; la 3^{e}, ayant pour objet *la constitution géologique de la province de Namur*; la 5^{e}, *sur le fumier animal*; la 7^{e}, *sur les fractions continues*; la 8^{e}, *sur la botanique*, et la 9^{e}, *sur le déboisement.*

La 1re et la 6^{e}, qui ont remporté les médailles, doivent être remplacées.

La 4^{e}, relative à *l'état de la côte maritime d'Anvers à Boulogne*, ayant été considérée comme étant plutôt du ressort de l'histoire que des sciences, a été reportée à la première classe.

L'Académie a procédé à l'examen et au triage des questions nouvelles destinées à compléter le nombre requis.

Pour l'histoire :

De quelle époque date la fabrique de tapisseries dans les Pays-Bas? Y est-elle née ou apportée d'ailleurs? Quelles ont été les villes des Pays-Bas dans lesquelles cette fabrique a fleuri? Quels sont les principaux artistes qui ont fait des cartons pour ces fabriques? Quel était approximativement le nombre de bras employés à ces fabriques dans les Pays-Bas? Quel en était le débouché le plus grand et le plus avantageux, tant en Europe que dans les autres parties du monde? Quelle a été leur époque la plus brillante? Quelle est celle de leur déclin? Quelles sont les fabriques étrangères formées par des fabricans des Pays-Bas? Quelles sont les causes qui ont amené l'anéantissement de la fabrique de tapisseries de tenture?

Les deux questions proposées précédemment pour 1825, l'une, *sur l'état des Pays-Bas, sous le règne des archiducs* Albert *et* Isabelle; l'autre, *sur les canaux navigables*, formeront la 9^{e} et la 10^{e}.

Séance du 8 mai, continuation de la précédente.

Pour 1826, on a proposé pour l'histoire, les deux questions suivantes :

Quels sont les services rendus à la langue et à la litérature grecque et latine, par les savans des Pays-Bas, soit par la composition d'ouvrages didactiques, soit par la publication, la révision, la critique et la traduction des auteurs grecs et latins ?

La seconde question est celle qui concerne *l'état de la côte maritime d'Anvers à Boulogne.*

Pour les sciences :

Les deux questions proposées pour 1825, l'une, *sur les causes de la nutation de l'axe terrestre ;* l'autre, *sur l'existence d'un noyau magnétique dans l'intérieur du globe terrestre*, formeront la 7e et 8e.

Pour 1826, les deux questions suivantes ont été adoptées :

PREMIÈRE QUESTION.

Assigner la forme et toutes les circonstances du mouvement d'une bulle d'air, qui s'élève dans un liquide, dont la densité est supposée constante?

DEUXIÈME QUESTION.

Faire, d'après les principes d'une saine chimie, une analyse comparée de nos grains indigènes et de ceux du nord, particulièrement du seigle et de l'orge, afin d'avoir des résultats exacts sur leurs propriétés alimentaires, ainsi que sur leur emploi dans les distilleries, amidonneries, brasseries, etc., sous les rapports de la quantité et de la qualité de leurs produits ?

Après ces opérations, M. de Nieuport a présenté un mémoire sur une question relative *au calcul des probabilités ;*

M. Reiffenberg, un mémoire latin, intitulé : *Belgica Erasmi Vita,*

Et il a été résolu que ces deux mémoires seraient imprimés.

Il a été présenté un mémoire de mathématiques par M. Gloesener, docteur en sciences. Renvoyé à l'examen de trois commissaires.

Ensuite l'Académie a nommé correspondans :

MM. Gergone, rédacteur des Annales mathématiques, à Montpeiller ;

L'abbé Ranzani, professeur de minéralogie et de zoologie, à Bologne ;

Van Praet, bibliothécaire du roi, à Paris;

Marc-Antoine Jullien, rédacteur de la Revue Encyclopédique, à Paris.

Finalement, il a été unanimement résolu d'adresser à S. E. monsieur Falck, nommé ambassadeur de S. M. à la cour de Londres, une lettre pour lui exprimer les sentimens de reconnaissance de l'Académie pour les services qu'il lui a rendus pendant son ministère.

Séance du 31 *mai* 1824.

Lecture et discussion du programme.

Le secrétaire a communiqué ensuite à l'assemblée la lettre que M. Raoux, conseiller d'état, lui a adressée le 11 de ce mois, par laquelle il l'informe qu'il est l'auteur du mémoire sur la 3e question d'histoire, relative aux langues *flamande* et *wallonne*, auquel l'Académie a adjugé la médaille d'or.

Il a également donné communication de la lettre qu'il a eu l'honneur d'adresser, au nom de l'Académie, à S. E. monsieur Falck, et qui est conçue en ces termes :

Bruxelles, le 20 mai 1824.

Monsieur l'ambassadeur,

L'Académie, en vous voyant quitter ce pays, où vous laissez un nom si cher, pour vous rendre à la haute destination à laquelle il a plu à S. M. d'appeler votre Excellence, vient avec le plus vif empressement lui témoigner les sentimens dont tous les membres de cette compagnie sont si profondément pénétrés. Comme ministre, vous l'avez soutenue de votre appui; comme membre, vous l'avez souvent éclairée de vos lumières supérieures. A ce double titre, elle sent tout ce qu'elle vous doit de déférence et de reconnaissance. Elle espère que vous vous souviendrez quelquefois d'une

société pour laquelle vous avez montré tant d'intérêt et de bienveillance, et que si, par l'événement, nos rapports sont interrompus, l'éloignement n'affaiblira pas du moins les sentimens précieux dont votre Excellence lui a donné tant d'honorables témoignages. Pour nous, Monsieur l'ambassadeur, aucun événement, aucune circonstance ne pourra jamais en effacer la mémoire; et moi, en particulier, qui ai eu l'honneur d'entretenir avec votre Excellence des rapports de plus d'un genre, dont je conserverai un ineffaçable souvenir, je me félicite dans un sens d'être ici l'organe de la compagnie, et de trouver cette occasion de lui offrir encore l'hommage de mon respectueux et éternel attachement.

DEWEZ, *secrétaire perpétuel.*

Le secrétaire a ajouté que, dans une entrevue particulière, S. E. l'a prié de manifester à la compagnie combien elle était touchée de ses sentimens, et que, dans toutes les circonstances, elle ne perdrait jamais ceux qu'elle a voués à l'Académie en général et à chacun de ses membres en particulier.

Séance du 21 *juin* 1824.

M. Dewez a présenté pour être admis comme membre ordinaire M. Raoux, conseiller d'état, et il a été résolu qu'on délibérerait sur cette proposition à la séance prochaine.

Séance du 16 *août* 1824.

Le secrétaire a communiqué la lettre qui lui a été adressée le 20 juillet dernier, par madame Kemper, née de Vries, par laquelle elle annonce la mort de M. Kemper, son mari, membre de cette Académie, décédé ce même jour à Leyde.

Séance du 21 *août* 1824.

La proposition faite par M. Dewez, à la séance du 21 juin, a été soumise à la discussion de l'assemblée, et M. Raoux a été unanimement élu comme membre ordinaire.

Séance du 11 *octobre* 1824.

Le secrétaire a donné communication de la lettre de M. l'administrateur

de l'instruction publique, des sciences et des arts, du 8 septembre, par laquelle il fait part à l'Académie que S. M., par son rescrit du 4 du même mois, a agréé le choix de M. le conseiller d'état Raoux, comme membre ordinaire.

M. Kickx a donné lecture de la première partie d'un mémoire *sur la géographie physique du Brabant méridional*, lequel sera divisé en cinq parties, dont la première a pour objet *la constitution atmosphérique de la province et des météores qui en déterminent les variations*, et il a été résolu que cette première partie serait imprimée.

Séance du 30 *octobre* 1824.

M. Dewez a donné lecture d'un mémoire de sa composition *sur le gouvernement et la constitution des Belges avant la conquête de César*, et il a été résolu qu'il serait imprimé dans le 3e volume.

Séance du 4 *décembre* 1824.

Le secrétaire a remis sur le tapis le mémoire de M. le baron de Reiffenberg, intitulé : *Belgica Erasmi vita*; et comme, à raison de sa longueur, il n'avait pas été lu en entier à la séance du 7 mai dernier, M. le président, s'appuyant de l'article 15 du réglement, a observé qu'il ne suffisait pas qu'un mémoire fût lu par extrait, mais qu'il devait l'être en entier, et il a été résolu que la lecture en serait ainsi faite en séance.

Séance du 3 *janvier* 1825.

Le secrétaire a communiqué à l'assemblée les lettres de M. de Reiffenberg, relatives à la lecture de son mémoire, dans lesquelles il fait diverses observations sur la résolution prise à ce sujet par l'Académie, qui a considéré qu'elle n'a ici qu'un point à examiner, savoir, si les mémoires présentés par les académiciens doivent être lus. Or ce point est résolu par le réglement même, et la résolution prise à la séance précédente y est conforme. Elle y a donc persisté; et quant à l'ordre dans lequel ils doivent être lus, elle a considéré que c'est au président qu'appartient le droit de régler cet ordre. En conséquence, M. le président, après avoir pris l'avis de l'assemblée, a

décidé que celui de M. de Reiffenberg serait lu d'abord, et qu'en conséquence, il serait invité à se rendre à cet effet à l'une des séances prochaines.

Séance du 2 février 1825.

Le secrétaire a fait part à l'assemblée de la lettre qu'il a reçue de M. de Reiffenberg, en réponse à la lettre qu'il lui avait adressée le 6 janvier dernier, d'après la résolution prise dans la séance du 3. Par cette réponse, il annonce qu'il lira son mémoire suivant la décision de l'Académie, et celle-ci, n'ayant aucune détermination à prendre jusqu'à ce que M. de Reiffenberg se soit rendu lui-même à la séance, a résolu de passer à l'ordre du jour, qui était la présentation des mémoires envoyés au concours de cette année. Le secrétaire en a en conséquence rendu compte, et M. le président a nommé des commissaires pour les examiner.

M. Raoux a donné lecture d'une partie d'une dissertation historique de sa composition *sur l'origine du nom de Belges et sur l'ancien Belgium.*

Séance du 28 *février* 1825.

Le secrétaire a donné communication de la lettre qui lui a été adressée, sous la date du 1er de ce mois, par made. Tydeman, née Hugenholtz, par laquelle elle fait part de la mort de son époux, membre de cette Académie, décédé le même jour.

M. Quetelet a donné lecture des rapports rédigés par lui et par MM. Dandelin et Van Utenhove sur le mémoire présenté par M. Pagani, concernant *les vîtesses virtuelles*, et dont la conclusion unanime est que ce mémoire est digne à tous égards d'être imprimé dans le recueil de l'Académie. M. Quetelet a en outre renouvelé son vœu pour l'admission de M. Pagani, au nombre des membres ordinaires, et M. le président, en faisant part à l'assemblée, que S. M. avait accordé à M. Pagani le droit de domicile à Bruxelles, l'a présenté de son côté. La délibération sur cette proposition aura lieu à la séance prochaine.

M. Quetelet a lu une note additionnelle à son mémoire *sur les caustiques*, présenté à la séance du 3 février 1823, sous le titre de mémoire *sur*

les conchoïdes circulaires, et il a été résolu que cette note serait jointe à ce mémoire.

Séance du 28 *mars* 1825.

L'assemblée a procédé par la voie du scrutin secret à la nomination de M. Pagani, successivement présenté par M. Quetelet et M. le président, et il en est résulté qu'il a été unanimement nommé.

Le secrétaire a communiqué à l'assemblée un mémoire qui lui a été adressé par M. Meyer, *sur l'origine de la différence relative à l'usage de la langue flamande ou wallonne dans les Pays-Bas*, et la lecture en a été remise à l'une des prochaines séances.

M. Raoux a achevé la lecture de sa dissertation *sur l'origine du nom de Belges et sur l'ancien Belgium*, et il a été résolu qu'elle serait insérée dans le volume qui est sous presse.

M. Garnier a présenté un ouvrage de sa composition, ayant pour titre : *Elementa arithmeticæ et geometriæ in usum prælectionum academicarum*, ainsi que le discours latin qu'il a prononcé le 7 octobre 1823, *cum magistratu abiret.*

Séance du 25 *avril* 1825.

Le secrétaire a donné lecture de la lettre de M. l'administrateur de l'instruction publique, des sciences et des arts, du 19 de ce mois, par laquelle il annonce que S. M., par arrêté du 10, a agréé la nomination de M. Pagani comme membre ordinaire.

L'assemblée s'est ensuite occupée des rapports sur les mémoires envoyés au concours.

Le secrétaire a présenté un mémoire que M. Dandelin lui a adressé *sur les projections stéréographiques*;

M. Quetelet, un mémoire *sur les lois des naissances et de la mortalité à Bruxelles*,

Et M. de Reiffenberg, un mémoire *sur le goût des Belges pour les livres avant le* 17^e^ *siècle.*

La lecture de ces trois mémoires a été remise à l'une des séances prochaines.

Le secrétaire a également présenté, au nom de M. Kesteloot, un ouvrage de sa composition intitulé : *Lofrede op Hermannus Boerhave.*

Séance générale du 6 *mai* 1825.

Le secrétaire a donné communication de la lettre qui lui a été adressée par M. de Bast de Gand, le 1er de ce mois, par laquelle il informe l'Académie, au nom de sa famille, de la mort de M. le chanoine de Bast, membre de cette compagnie, décédé le 11 avril dernier.

Ensuite il a présenté les mémoires envoyés au concours, savoir :

Un sur la 6e question d'histoire, relative *aux attributions, rapports et influence des états ;* et après le rapport des commissaires, M. le président a mis la chose aux voix, et il a été résolu à la très-grande majorité, qu'il n'y avait pas lieu à lui accorder aucune médaille, et que la question serait proposée de nouveau.

Un mémoire sur la première question des sciences, ayant pour objet le mouvement du *fil flexible,* et l'Académie, adoptant les motifs et les conclusions des rapporteurs, a décerné la médaille d'or à l'auteur de ce mémoire, qui a été reconnu être M. Pagani, membre actuel de cette compagnie, (ayant été nommé le 28 mars dernier), et qui y était étranger lorsqu'il a concouru.

Un mémoire sur la deuxième question, relative à la *constitution géologique de la province de Namur.* D'après l'opinion tout-à-fait conforme des rapporteurs, l'Académie a, d'un consentement unanime, accordé la médaille d'or à l'auteur, dont le billet décacheté a présenté le nom de M. Cauchy, ingénieur des mines et professeur de minéralogie et de métallurgie à l'athénée de Namur.

Un mémoire très-court sur la quatrième question, concernant les *fractions continues,* qui ne contenait rien qui présentât quelque intérêt ou qui eût quelque rapport à ce que l'Académie avait demandé. La question a été retirée.

Deux mémoires sur la sixième question, concernant le *déboisement.* L'Académie, ayant adopté à l'unanimité l'avis détaillé et raisonné que M. le commandeur de Nieuport a présenté, dans le rapport méthodique et lumineux qu'il a fait de ces deux ouvrages, a résolu de décerner la palme à l'un, dont l'auteur a été reconnu être M. Alexandre Moreau de Jonnès, officier supérieur d'état-major, correspondant de l'Académie royale des sciences à l'institut de France, résidant à Paris, et d'accorder l'*accessit* à l'autre, avec une mention honorable, et a arrêté au surplus qu'il serait imprimé à la suite du premier. Le billet décacheté a présenté le nom de M. Bosson, pharmacien à Mantes sur Seine, département de Seine et Oise.

Un mémoire sur la huitième question, relative au *magnétisme terrestre*, sur lequel l'opinion des rapporteurs a été partagée; et la matière ayant été amplement discutée entre les rapporteurs et les autres membres, M. le président a mis la chose aux voix, et il a été résolu à la pluralité, de décerner la médaille d'argent à l'auteur, qui a été reconnu être M. Gloesener, lecteur à la faculté des sciences physiques et mathématiques de l'université de Louvain.

Séance du 7 mai, continuation de la précédente.

L'assemblée s'est occupée des questions à proposer pour le concours de 1826, et il a été résolu de continuer pour la classe d'histoire, la 1re, *sur l'état de la population, des fabriques et du commerce*, etc; la 2e, concernant les *métiers;* la 5e, *sur les changemens introduits dans l'instruction publique, depuis le règne de Marie-Thérèse;* la 6e, *sur les attributions, les rapports et l'influence* des états; la 7e, relative à *l'administration des provinces des Pays-Bas, à l'époque du règne de Marie-Thérèse;* la 9e, *sur l'état des Pays-Bas, sous le règne des archiducs Albert et Isabelle;* la 10e, relative aux *canaux navigables des provinces tant septentrionales que méridionales.*

La 3e, la 4e et la 8e ont été abandonnées.

Pour la classe des sciences, il a été résolu de continuer la 3e, *sur les genres et les degrés de fermentation de fumier animal*, et la 8e, *sur le magnétisme terrestre*, qui sera présentée sous une nouvelle rédaction.

Les 4^{e}, 5^{e} et 7^{e} ont été abandonnées.

La 1re, la 2^{e}, la 6^{e}, sur lesquelles sont intervenus des mémoires couronnés, doivent être remplacées.

L'Académie a donc procédé à l'examen et au triage des questions nouvelles, destinées à compléter le nombre requis.

Pour l'histoire :

Les Belges étaient issus en partie des Germains, en partie des Gaulois. Les Francs, peuples formés de la réunion de plusieurs nations germaniques du nord, sont venus repeupler la Belgique dans les 4^{e} et 5^{e} siècles. Les Belges ont long-temps conservé les mœurs, les usages, les arts et les institutions de leurs ancêtres.

L'Académie demande :

Quels sont, dans les temps postérieurs, les principaux traits de ressemblance, d'identité ou d'analogie que l'on retrouve, soit dans l'histoire, soit dans les usages, les cérémonies, les amusemens et les fêtes, soit dans les lois, les capitulaires, les conciles et les principales coutumes des provinces méridionales avec ces anciennes pratiques ou habitudes?

Dans la vue de fixer les doutes et les opinions divergentes des écrivains sur une époque très-importante de l'histoire de Flandre, celle où les Gantois révoltés contre leurs princes furent successivement gouvernés par *Jacques Van Artevelde*, et plus tard par *Philippe*, son fils, l'Académie demande *un mémoire historique et critique sur la famille de ces deux capitaines, sur l'origine et les causes de leur élévation et sur l'influence que leur administration et le pouvoir civil et militaire qui leur fut confié ou qu'ils usurpèrent, ont exercée en Flandre.*

L'Académie propose, pour 1827, les deux questions suivantes ;

PREMIÈRE QUESTION.

1°. *Quels droits et prérogatives les rois de France de la première race, ont-ils exercés sur la nomination des évêques de leur royaume, et notamment dans les trois provinces de la Gaule Belgique, connues pendant la*

domination romaine sous les noms de 1re *et* 2e Belgique *et de* 2e Germanique, *dont les métropoles étaient* Trèves, Reims, *et* Cologne? 2° *Quels sont les droits et prérogatives que les rois de France et les empereurs d'Allemagne ont exercés sur la nomination des évêques dans les trois mêmes provinces sous la* 2e *dynastie des rois de France?* 3° *A quel titre ces souverains exerçaient-ils ces droits? Était-ce de leur chef, comme souverains et protecteurs de l'église, ou était-ce par suite d'une convention?* 4° *Comment et par qui les évêques et les métropolitains de ces trois provinces recevaient-ils la confirmation canonique et la consécration pendant les deux époques susmentionnées?*

DEUXIÈME QUESTION.

La fabrique de dentelles donne depuis des siècles une occupation utile à des milliers de femmes dans la Flandre, le Brabant et le Hainaut, surtout dans les villes de Bruxelles, Malines, Gand, Anvers, Bruges, Courtrai, Binche, etc., et il s'en débite chaque année à l'étranger pour la valeur de sommes considérables. Quelle est l'origine de la fabrique des dentelles, et à quelle époque a-t-on commencé à en faire dans les Pays-Bas? Est-elle due à notre pays, ou cette fabrique y a-t-elle été apportée de l'étranger? C'est ce que l'on ne sait pas d'une manière certaine; ce que l'on sait, c'est que les dentelles les plus belles, les plus solides et les plus renommées se font dans ce pays.

L'Académie demande :

Vers quel temps a-t-on commencé à faire des dentelles dans les Pays-Bas? L'invention de cet art est-elle due à ce pays? Y a-t-elle été apportée de l'étranger? Et quel est l'état actuel de cette fabrique dans notre pays?

Pour les sciences :

Décrire la constitution géologique de la province de Limbourg, *les espèces minérales et les fossiles accidentels que les divers terrains renferment, avec l'indication des localités et la synonymie des auteurs qui en ont déjà traité.*

Quelle relation doit-il y avoir entre dix points de l'espace pour que ces

dix points appartiennent à une surface du second ordre, ou entre dix plans, pour que ces dix plans soient tangens à une même surface de cet ordre?

On demande 1° *d'examiner, d'une manière approfondie, les différentes espèces de sociétés d'assurance sur la vie;* 2° *d'établir, d'après des principes mathématiques, quelle est celle qui présente à la fois le plus d'avantage aux assurés et aux assureurs.*

Quant à la 8e question du dernier programme, qu'il a été résolu de continuer avec un changement dans la rédaction, il a été arrêté de la reproduire dans les termes suivans :

Quelle est la théorie qui explique de la manière la plus satisfaisante les phénomènes divers que présente l'aiguille aimantée?

Il faudra expliquer toutes les observations dont on pourra constater la certitude, et fournir des moyens de soumettre à une analyse rigoureuse, les élémens hypothétiques que l'on jugera convenable d'employer.

L'Académie propose, pour 1827, les deux questions suivantes :

PREMIÈRE QUESTION.

Déterminer toutes les circonstances du mouvement infiniment petit d'un système quelconque linéaire, flexible, élastique ou non, autour de sa position d'équilibre, en ayant égard à la résistance d'un fluide élastique ambiant.

DEUXIÈME QUESTION.

Quelle est la raison physique qui donne à quelques-unes de nos prairies la qualité pernicieuse qui les fait désigner ordinairement sous le nom de prairies aigres, *en flamand* suerbemden? *Quels sont les moyens les plus simples, les plus économiques et les plus faciles pour corriger ce défaut, et favoriser le développement des plantes qui fournissent au bétail une nourriture plus avantageuse?*

La séance a été terminée par la lecture de deux mémoires envoyés, l'un, par M. Meyer, *sur l'origine de la différence relative à l'usage de la*

langue flamande et de la langue wallonne dans les Pays-Bas; l'autre, par M. Dandelin, *sur les projections stéréographiques*, et il a été résolu quils seraient imprimés.

Séance du 21 *mai* 1825.

Lecture et discussion du programme.

Après quoi, M. Kickx a présenté comme membre ordinaire M. Cauchy, ingénieur du waterstaat et professeur de minéralogie et de métallurgie à l'athénée de Namur, qui a remporté au concours de la présente année, le prix sur la deuxième question des sciences, et la délibération sur cette proposition a été remise à la séance prochaine.

On a nommé à l'unanimité correspondant M. Moreau de Jonnès, qui a remporté au même concours le prix sur la 6e question.

Séance du 4 *juin* 1825.

L'assemblée a délibéré sur la présentation de M. Cauchy qui a été unanimement nommé, au scrutin secret, membre ordinaire.

Le secrétaire a présenté de la part de M. Dandelin, 1° les planches du mémoire qui a été lu à la séance du 7 mai dernier, *sur les projections stéréographiques*, et il a été résolu qu'elles seront imprimées à la suite de ce mémoire;

2°. Une note *sur les intersections de la sphère et d'un cône du second degré*, et il a été résolu qu'elle sera insérée dans le prochain volume.

M. Quetelet a donné lecture d'un mémoire *sur les lois des naissances et des mortalités à Bruxelles*, et il a été résolu qu'il sera imprimé dans le volume qui est sous presse.

Séance du 25 *juin* 1825.

Le secrétaire a communiqué à l'assemblée la correspondance de M. Moreau de Jonnès. Comme, entre autres, sa lettre du 1er de ce mois contient plusieurs observations intéressantes, il a été résolu que cette lettre serait imprimée par extrait dans le journal des séances.

Extrait de la lettre adressée, sous la date du 1er juin, par M. Moreau de Jonnès, à M. Dewez, secrétaire perpétuel.

« Je vais vous faire part de quelques nouvelles scientifiques inédites. Je » souhaite que cette communication soit agréable à l'Académie.

« L'institut vient de décerner le prix de Lalande à M. Herschel, fils, » pour ses belles observations sur les étoiles doubles et triples. On savait » déjà qu'il faut abandonner, d'après les nouvelles découvertes de l'astro- » nomie, les idées qui nous font concevoir que tous les corps célestes ont » la forme globulaire de ceux de notre système planétaire, et que leur » lumière est semblable à celle de notre soleil. L'observation, au moyen » des instrumens perfectionnés, avait appris déjà qu'il y a des astres an- » nulés, discoïdes et multiples, et qu'il en existe un grand nombre, dont les » rayons sont bleus, rouges, verts, ou colorés des nuances de ces couleurs, » d'une manière très-différente des rayons solaires; mais voici que des » observations récentes nous obligent à renoncer aussi à l'idée, qu'à l'ex- » ception des comètes, les astres se meuvent nécessairement dans un orbe » circulaire. On vient de s'assurer que plusieurs étoiles ont un mouvement » elliptique, et il y a, dans la marche progressive de l'une d'elles, des » irrégularités, telles qu'au lieu d'un cercle concentrique, elle décrit une » ligne sinueuse, et semblable à un zigzag. L'intérêt et la nouveauté de ces » découvertes ont si fortement excité un anglais, nommé Sawt, à pour- » suivre ces curieuses investigations, qu'il y a consacré sa fortune, et qu'il » vient d'établir un observatoire près de Paris. Il partage, avec M. Hers- » chel, le prix de l'Académie des sciences.

« Un fait important trouvé par M. Arago, vient de montrer que l'em- » pire de l'électricité est plus vaste encore, qu'on ne l'imagine. On sait que » les vacillations prolongées de l'aiguille aimantée rendent longues et dif- » ficiles, les observations de sa direction, et que si l'on susbtitue à sa sus- » pension, par un fil sans torsion, un pivot, comme dans les anciennes » boussoles, ce n'est souvent qu'aux dépens de la justesse des indications, » qu'on obtient l'avantage de les avoir plus tôt. Des expériences récentes ont » montré que l'étendue et la durée des vacillations était réduite singulière- » ment, en plaçant dans le voisinage de l'aiguille aimantée, une masse de

» cuivre qui exerce une action amortissante. Par contre, un disque de cuivre » mû circulairement, avec vîtesse, imprime à l'aiguille un mouvement » correspondant, quoiqu'elle soit parfaitement isolée et libre de toute im- » pulsion mécanique. Les autres métaux ont une action analogue, mais » beaucoup moins grande.

« J'ai communiqué à l'Académie des sciences, un mémoire intitulé : » *Recherches sur le chien indigène de l'hémisphère américain*, sur ses *six* » différentes espèces, leur synonymie, leurs formes, leurs habitudes, leurs » usages domestiques, leur extinction, leur distribution géographique, » leurs transmigrations et les notions qui en résultent, sur l'ancien état du » Nouveau Monde, les communications de ses peuples et leur habitation » primordiale. — J'aurai l'honneur de vous faire connaître les résultats de » ce travail, qui contient, sur un sujet usé, une multitude de choses entiè- » rement neuves, trouvées dans de vieux livres, ou observées sur les rivages » du Nouveau Monde.

« Mais voici bien d'autres antiquités, que le voyageur anglais Moorcroft » a découvertes dans le Cachemire. Barnier nous avait appris, il y a un » siècle, qu'une histoire de ce pays célèbre avait été traduite et abrégée en » persan; c'est le manuscrit de l'original sanscrit, qu'on vient de trouver; » il promet de nous révéler les secrets de l'archéologie asiatique, jusqu'aux » époques les plus reculées. Si votre correspondance avec Calcutta, ne vous » faisait pas connaître cet important ouvrage, je vous en dirais quelque » chose, dans l'une de mes prochaines lettres. »

Le secrétaire a également communiqué à l'assemblée la lettre que lui a adressée, le 31 mai, M. Déjonghe, directeur du cabinet des médailles de La Haye, en envoyant à l'Académie un exemplaire de l'ouvrage qu'il vient de publier en langue hollandaise, sur un sujet très-intéressant de l'histoire belgique, *l'union de Bruxelles en* 1577, dans lequel l'auteur a tout à-la-fois présenté le résumé des faits, en a expliqué les causes et développé les suites avec une sagacité remarquable.

Séance du 20 *août* 1825.

Le secrétaire a donné communication de la lettre de M. l'administrateur de l'instruction publique, des sciences et des arts, du 1er juillet, par laquelle

il donne avis que, par disposition du 24 juin dernier, n° 96, S. M. a agréé la nomination de M. Cauchy.

Il a également donné lecture d'une lettre de M. Moreau de Jonnès du 7 juillet dernier, dans laquelle il l'entretient de plusieurs objets qui ont mérité l'attention de la compagnie.

M. le président a ensuite proposé à l'assemblée de nommer membre honoraire M. Van Gobbelscroy, ministre de l'intérieur, et cette proposition ayant été unanimement adoptée, M. le président s'est chargé de porter lui-même cette nomination à la connaissance de S. M.

L'Académie s'est séparée pour entrer en vacances, et reprendre ses séances au mois d'octobre prochain.

RECHERCHES

SUR

LA RÉSOLUTION

DES

ÉQUATIONS NUMÉRIQUES;

PAR G. DANDELIN,

OFFICIER AU CORPS ROYAL DU GÉNIE MILITAIRE.

INTRODUCTION.

Le but que je m'étais proposé en commençant les recherches dont les résultats feront l'objet de ce mémoire, était, comme on le pourra voir, moins de trouver de nouvelles méthodes, que de simplifier ou de généraliser celles déjà connues, et d'en rendre l'usage plus commode. J'avais pensé qu'un pareil travail, s'il n'avait rien de très-brillant, serait pourtant de quelque utilité et qu'on me saurait gré d'avoir rendues plus rapides et plus faciles, les longues et pénibles opérations par lesquelles on doit passer pour obtenir les racines des équations. J'avais particulièrement cherché à jeter quelque jour sur la théorie des racines imaginaires, partie intéressante et peu avancée de l'analyse des équations, et qui cependant n'en est pas moins indispensable.

Mais lorsque je voulus mettre en ordre et rassembler les matériaux épars que m'avaient fourni mes recherches, en les appuyant sur des renvois à d'autres ouvrages connus, j'éprouvai tant de difficulté à appareiller d'une manière satisfaisante tous ces élémens hétérogènes, que je me décidai à suivre un autre plan, en faisant de mon mémoire un ouvrage complet

sur les équations. Pour cela, j'ai dû nécessairement emprunter diverses choses dans beaucoup d'auteurs très-connus, et les reproduire ici. Je l'ai pourtant fait le moins possible, et j'ai toujours tâché alors de présenter ces emprunts sous une forme nouvelle ou plus simple, afin d'en tirer quelque avantage.

Tel qu'il est, ce mémoire contient plusieurs choses que je crois neuves, d'autres qui le sont moins, mais que j'ai présentées sous un nouveau jour; en général, j'ose croire qu'il sera lu avec quelque intérêt par les géomètres qui ne dédaignent pas ce genre de recherches, qui offre plus d'utilité et de difficultés qu'il ne porte avec lui d'éclat et d'honneur.

Je l'ai divisé en trois parties. Dans la première, il est question des racines réelles des équations, du moyen de découvrir leurs limites, et d'approcher ensuite indéfiniment de leurs valeurs. Dans les deux autres qui feront l'objet d'un nouveau travail, je traiterai de la recherche de racines imaginaires des équations, et de la résolution des équations simultanées à deux variables.

Je me suis presque partout servi du calcul différentiel; mais il m'eût été si difficile et si long d'employer une autre marche, et ce calcul est maintenant si généralement répandu, que j'ai cru pouvoir le faire sans inconvénient; du reste, j'en ai usé le plus sobrement possible.

Il est peut-être bon d'avertir que, dans tout le cours du mémoire, x représentera une variable arbitraire, et que le signe

$\varphi(x)$, qui représente une certaine fonction, sera souvent remplacé par l'indice φ seul, toutes les fois que des circonstances particulières ne fixeront pas la valeur de x; car dans le cas où x prendrait des valeurs déterminées a, ou b, il faudra écrire $\varphi(a)$, $\varphi(b)$.

Nous nous servirons aussi des accens à la manière de *Lagrange*, pour exprimer les dérivées de la fonction φ. Ainsi nous aurons φ', φ'' au lieu de $\frac{d\varphi}{dx}$, $\frac{d^2\varphi}{dx^2}$......

RECHERCHES

SUR

LA RÉSOLUTION

DES

ÉQUATIONS NUMÉRIQUES.

PREMIÈRE PARTIE.

RACINES RÉELLES.

1. Étant donné un polynome algébrique φ de la forme

$$x^m + px^{m-1} + qx^{m-2} + rx + s$$

dans lequel les exposans sont tous entiers, et les coefficiens des nombres connus, toute valeur a qui rendra $\varphi(a)$ égal à o, sera racine du polynome φ, ou de l'équation $\varphi = 0$, et nous appelons *résolution* de l'équation ou du polynome, toute opération par laquelle on peut trouver a.

2. Les racines des équations sont, en général, de deux espèces, les unes réelles, les autres imaginaires et de la forme

$a+b\sqrt{-1}$. C'est des racines réelles que nous allons nous occuper d'abord.

3. Comme il est quelquefois utile de mettre les racines d'un polynome sous forme implicite, nous les représenterons en général par l'indice même de la fonction polynomale, renversé : ainsi ϕ désignera la racine de φ, ou bien, en d'autres termes, on aura $\varphi(\phi)=0$.

De la courbe dont l'équation est $y=\varphi$, *et de son emploi dans la théorie des équations.*

4. Il est évident que les racines réelles de φ, sont les abscisses des points d'intersection de la courbe $y=\varphi$, avec l'axe des x, car pour tous ces points, on a $y=0$, et par conséquent $\varphi=0$, ce qui est la condition exprimée plus haut. Ainsi, si l'on connaissait ces points d'intersections, le problème que nous nous proposons, serait résolu.

Nous le considérerons donc sous ce point de vue, qui nous fournira l'avantage important de pouvoir figurer tous nos résultats et de porter ainsi dans l'analyse toute la clarté de la géométrie ; mais auparavant il est nécessaire de connaître la forme et les principales propriétés de cette courbe ; à quoi nous parviendrons facilement.

5. Il est d'abord évident que cette courbe est continue, puisqu'à chaque valeur de x, répond une ordonnée réelle et finie, et qu'il n'en correspond qu'une. En outre, elle s'étend à l'infini dans les deux régions des abscisses x positives et négatives, puisque quelque grande que soit l'abscisse, soit positive soit négative, il lui correspond toujours une ordonnée réelle.

6. La fonction φ étant de la forme $x^m + px^{m-1} + qx^{m-2} \ldots + rx + s$,

on a

$$\varphi' = mx^{m-1} + (m-1)px^{m-2} \ldots \qquad + r,$$

donc φ' ne peut devenir infini que pour des abscisses infinies; ainsi la courbe n'a nulle part de tangente parallèle aux ordonnées.

Elle peut cependant en avoir de parallèles aux abscisses, et ces tangentes appartiendront aux points de la courbe, pour lesquels x satisfera à la condition $\varphi'(x) = 0$, et comme le degré de φ', est $m-1$, on voit que le nombre de ces points ne peut surpasser $m-1$.

Nous remarquerons en passant, que $\varphi'(x)$ ou $\frac{dy}{dx}$ représente la tangente trigonométrique de l'angle que fait avec l'axe des x, l'élément de la courbe correspondant à l'abscisse x, et à l'ordonnée $\varphi(x)$.

7. La seconde dérivée de φ ou φ'' ne peut évidement non plus devenir infinie; mais comme elle peut devenir nulle, on voit que la courbe aura un certain nombre de points d'inflexion, lesquels correspondront aux abscisses représentées par les racines réelles de φ'', et dont par conséquent le nombre ne pourra surpasser $m-2$.

8. Du reste, il n'y aura aucune autre espèce de points singuliers, puisque, d'après notre observation, φ'' ne peut devenir infini, à moins qu'on ne veuille regarder comme tels les points extrêmes des branches infinies de la courbe, pour lesquels on a en effet $\frac{1}{\varphi''} = 0$. Dans ce cas, comme le rayon osculateur à ces

points, est encore infini, on serait obligé de regarder ces points comme le lieu de deux nouvelles inflexions, ce qui porterait à m le nombre possible de ces inflexions dans la courbe. Cette remarque nous sera utile par la suite.

9. On sait qu'il existe pour tout polynome des limites au-delà desquelles le signe de φ ne dépend plus que de celui de son premier terme; si donc on prend un nombre u, soit positif soit négatif, mais d'une valeur absolue plus grande que ces limites dans φ et dans φ'' on voit que la substitution de u dans ces fonctions, donnera $\varphi(u) \times \varphi''(u) > 0$; par conséquent la courbe au-delà d'une certaine abscisse, soit positive soit négative, devient convexe vers l'axe des x. Ainsi c'est en tournant leur convexité vers les x, que les branches infinies de la courbe vont se perdre dans l'espace.

10. Je dois faire observer ici que j'ai employé l'expression $\varphi(u) \times \varphi''(u) > 0$ pour indiquer que $\varphi(u)$ et $\varphi''(u)$ sont de même signe, ce qui, comme on sait, est le caractère de la convexité vers l'axe des x. C'est une forme que j'emploierai souvent dans le même cas pour abréger, ainsi je crois nécessaire d'en avertir.

11. On voit donc que la courbe $y = \varphi$ affectera, en général, la forme représentée (fig. 1), dans laquelle nous avons indiqué, à peu près, les divers accidens de courbure dont elle est susceptible.

On ne doit pas manquer d'observer que, dans le cas de m pair, les deux branches infinies de la courbe iront se perdre dans les régions des x et y positifs, et des x négatifs et y positifs; tandis que, pour le cas de m impair, l'une se dirigera dans la première de ces régions, la seconde dans son opposée.

Je m'arrêterai aussi sur quelques particularités qui peuvent résulter de la position de la courbe par rapport à l'axe des x, et qu'il est important de connaître d'avance, parce que leur existence peut simplifier beaucoup le problème de la résolution des équations.

12. S'il arrivait que la courbe $y=\varphi$ fut quelque part tangente à l'axe des x (fig. 1. α), elle aurait alors deux points communs avec cet axe au point de contact, et par conséquent φ aurait deux racines égales à l'abcisse de ce point de contact.

Ce cas a évidemment lieu lorsqu'une des racines de φ satisfait à la condition $\varphi'=0$, ou, en d'autres termes, lorsque, pour une certaine valeur de x, on a à la fois

$$\varphi(x)=0 \text{ et } \varphi'(x)=0.$$

13. On peut encore concevoir qu'un des points d'inflexion de la courbe ait sa tangente parallèle aux x, auquel cas devraient exister ensemble, pour une certaine valeur de x, les deux équations Fig. 1, β.

$$\varphi'(x)=0, \; \varphi''(x)=0.$$

14. Enfin rien n'empêche d'imaginer que, dans ce dernier cas, la tangente au point d'inflexion ne soit l'axe des x lui-même; alors la courbe aurait trois points de commun avec l'axe des x au point d'inflexion, et le polynome φ trois racines égales à l'abcisse de ce point d'inflexion. Cette circonstance est visiblement indiquée par la réunion des conditions des nos 12 et 13, c'est-à-dire, par l'existence simultanée des trois équations Id.

$$\varphi(x)=0, \; \varphi'(x)=0, \; \varphi''(x)=0.$$

On voit que rien ne s'oppose à ce que φ ait aussi des racines quadruples, quintuples, etc.;.... mais les trois cas que nous venons d'exposer, sont les seuls qui puissent être réprésentés par des modifications apparentes dans les inflexions et la situation de la courbe, et les autres peuvent se rapporter à ceux-ci.

15. Les caractères 12, 13 et 14, sont ceux sur lesquels on se base ordinairement pour reconnaître l'existence de facteurs multiples de φ, et pour les séparer. Comme les procédés dont on se sert pour cette opération, sont généralement connus, nous pouvons, sans autre préliminaire, supposer que le polynome sur lequel nous allons désormais raisonner, nous est donné à la suite d'opérations semblables, et qu'il n'a par conséquent que des facteurs inégaux.

Des relations entre les racines d'un polynome et celles de sa dérivée, et du moyen de trouver les limites des unes, quand on connaît celles des autres.

16. Dans la circonstance où l'hypothèse précédente (15) vient de mettre la courbe $y=\varphi$, elle ne peut plus présenter que la forme représentée (fig. 2), où l'on ne retrouve aucune des modifications dont nous venons de parler. Soient dans cet état de choses, α et β deux de ses intersections avec l'axe des x: il est évident que la courbe partant de α, et s'éloignant ainsi des x pour s'en rapprocher en revenant vers β, doit avoir quelque part une tangente parallèle à la droite $\alpha\beta$, et pour ce point, l'abscisse de la courbe satisfera évidemment à l'équation

$$\varphi_1 = 0.$$

Ainsi donc entre deux racines réelles de φ, il y aura nécessairement, au moins, une racine réelle de φ'.

Ce théorême attribué à *De Gua*, conduisait à voir que les racines réelles de φ' une fois connues, pouvaient servir de limites à celles de φ, propriété que *De Gua* faisait servir à réduire la solution de φ à celles de φ', puis celle-ci à celle de φ'', etc.

Mais comme il fallait, dans l'esprit de sa méthode, résoudre complétement φ', φ'',... les calculs qu'elle entraîne sont tellement longs qu'elle devient absolument illusoire, et comme l'observe *Lagrange*, cette prétendue solution est tout à fait impraticable. La méthode que nous allons exposer et qui n'est pourtant qu'une conséquence du même théorême, est entièrement exempte de la plupart des inconvéniens qu'on peut reprocher aux autres méthodes comme à celle-là.

17. Du théorême (16), résulte évidemment celui-ci qui n'en est que l'extension : entre deux abscisses qui contiennent deux points d'intersection de la courbe $y=\varphi$ et de l'axe des x, il y a nécessairement, au moins, une racine réelle de φ', d'où l'on peut conclure les corollaires suivans :

18. Entre deux nombres a et b qui ne renferment aucune racine de φ', il y a, au plus, une seule racine de φ : car s'il y en avait deux, on devrait en conclure (17) que a et b contiennent au moins une racine de φ', ce qui est contradictoire.

Donc dans ce cas, φ aura une racine ou n'en aura point entre a et b, selon qu'on aura :

$$\varphi(a) \times \varphi(b) < 0. \quad \text{ou} \quad \varphi(a) \times \varphi(b) > 0.$$

19. Soit L une limite des racines positives ou négatives de φ', soit aussi λ une quantité de même signe que L et plus grande en valeur absolue que L et les racines de φ; il résulte de ce que nous venons de dire (18), que φ n'aura qu'une racine réelle au plus entre L et λ, puisque φ' n'aura point de racine entre L et λ : ainsi φ aura entre ces mêmes limites une racine réelle, si l'on a

$$\varphi(L) \times \varphi(\lambda) < 0,$$

et n'en aura point dans le cas contraire.

Or, il est à remarquer que m étant le degré de φ, le signe de $\varphi(\lambda)$ sera justement celui de λ^m, et que λ et L étant de même signe, on aura $\lambda^m \times L^m > 0$, ce qui revient à dire, que $\varphi(\lambda)$ et L^m seront de même signe. Il est donc évident que l'inégalité

$$\varphi(L) \times \varphi(\lambda) < 0,$$

correspond à celle-ci,

$$\varphi(L) \times L^m < 0.$$

qui sera le caractère de l'existence d'une racine de φ plus grande et de même signe que L, tandis que l'inégalité

$$\varphi(L) \times L^m > 0,$$

indiquera tout le contraire.

20. Soit, pour exemple, $\varphi = x^3 - 7x + 7$, pour lequel

$$\varphi' = 3x^2 - 7$$

Les racines de φ' sont comprises entre $+1$ et $+2$, -1 et -2, ainsi entre -1 et $+1$, il n'y a point de racines de φ'.

Mettant $+1$ et -1 pour x dans φ, on a

$$\varphi(-1)\times\varphi(+1)=1\times 13=13>0.$$

donc, (18) φ n'a point de racine réelle entre -1 et $+1$.

Maintenant 2 est la limite supérieure des racines positives de φ, et -2 celle de ses racines négatives : or, on a

$$\varphi(2)\times 2^3=(+1)\times(+8)>0.$$

et

$$\varphi(-2)\times -2^3=(+13)\times(-8)<0.$$

d'où il suit (19) que φ n'a pas de racine positive plus grande que $+2$, mais bien une racine négative au-delà de -2.

21. Entre deux substitutions a et b, qui comprennent une seule racine réelle de φ', il y a, au plus, deux racines réelles de φ.

Donc, dans ce cas, si l'on a

$$\varphi(a)\times\varphi(b)<0,$$

φ aura une racine réelle entre a et b, et pas plus d'une.

C'est ce qui arrive dans le cas de $\varphi=x^3-2x+0.5$. où φ' a une racine comprise entre 0 et 1, et où l'on trouve $\varphi(0)\times\varphi(1)<0$ l'équation φ a ici une racine réelle, et pas plus entre 0 et 1.

22. Mais s'il arrivait dans l'hypothèse précédente, que $\varphi(a)\times\varphi(b)$ fut positif, on tomberait dans l'incertitude résultante de la possibilité de l'existence de deux racines ou de l'absence de toute racine entre a et b. Pour détruire cette incertitude, il faut recourir aux circonstances dans lesquelles se trouve alors la courbe $y=\varphi$, dans les limites $x=a$, $x=b$.

23. Il est d'abord clair que φ' n'ayant qu'une seule racine entre a et b, la courbe $y=\varphi$ n'aura qu'un point maximum ou minimum dans cette étendue; on peut en outre supposer, ce qui, comme nous le verrons plus bas, dérive de la nature même de nos procédés, qu'entre a et b, il n'y a non plus qu'une racine de φ'', au plus. Dans cet état de choses, la courbe ne peut affecter entre a et b, qu'une des trois formes représentées fig. 3, 4 et 5 : la dernière étant la seule qui puisse donner des racines réelles, il s'agit de trouver des caractères pour la distinguer des autres.

24. On reconnaîtra facilement le cas de la fig. 3, puisque la courbe au lieu de se rapprocher de l'axe des x, en allant de a vers b, s'en éloigne au contraire. D'où il résulte que si on prend entre les deux abcisses a et b une troisième infiniment proche de l'une d'elles, de a par exemple, l'ordonnée correspondante sera plus grande que $\varphi(a)$ et de même signe; écrivons cette condition en analyse. Soit v l'abcisse comprise entre a et b, elle sera égale à $a+\frac{b-a}{\mathrm{K}}=\mathrm{A}$, K étant positif et quelconque, mais très-grand, si l'on veut que $\mathrm{A}-a$ soit très-petit.

Développant $\varphi(\mathrm{A})$, on trouve

$$\varphi(\mathrm{A})=\varphi(a)+\varphi'(a)(b-a)\frac{1}{\mathrm{K}}+\frac{\varphi''(a)}{1.2}(b-a)^2\frac{1}{\mathrm{K}^2}+\ldots\ldots$$

d'où $\varphi(\mathrm{A})-\varphi(a)=\varphi'(a)\frac{b-a}{\mathrm{K}}+\frac{\varphi''(a)}{1.2}\frac{(b-a)^2}{\mathrm{K}^2}+\ldots$

si l'on suppose K infiniment grand, le signe de $\varphi(\mathrm{A})-\varphi(a)$, sera évidemment celui de $\varphi'(a)\frac{b-a}{\mathrm{K}}$ ou de $\varphi'(a)(b-a)$, à

cause de K positif. Mais, d'après ce que nous venons de voir, cette différence doit avoir le signe de φa, donc la condition pour que la courbe affecte la position de la fig. 3, est

$$\varphi(a).\varphi' a.(b-a)>0;$$

quand elle est remplie, φ n'a point de racine réelle entre a et b.

25. Soit $\varphi=x^3-7x+7$ et $\varphi'=3x^2-7$; φ' ayant une racine réelle entre -1 et -2, nous avons en suivant la marche ci-dessus

$$\varphi(-1)=+13;\ \varphi(-2)=+13:$$

d'où l'on ne peut d'abord rien conclure sur l'existence ou l'absence des racines de φ entre -1 et -2. Mais si l'on observe qu'on a

$$\varphi(-1)\times\varphi'(-1)\times(-2+1)>0,$$

on voit que la condition du nº 25 est remplie et par conséquent que φ n'a pas de racines réelles entre -1 et -2.

26. Lorsque cette condition n'est pas remplie, c'est-à-dire quand on a

$$\varphi(a)\times\varphi'(a)\times(b-a)<0,$$

il ne reste plus qu'à opter entre les formes 4 et 5. Nous supposerons pour plus de clarté, que la courbe ait adopté cette dernière; dans ce cas, il y aurait deux racines α et β entre a et b; mais comme nous avons vu que la courbe pouvait avoir un point d'inflexion entre α et β, supposons en outre que ce point n'existe pas.

27. Dans ce cas, il est évident que les valeurs de φ', iront toujours en s'approchant de o, depuis $\varphi'(\alpha)$ et $\varphi'(b)$ jusqu'à

$\varphi'(\phi') = 0$. Ainsi tout point ν pour lequel $\varphi'(\nu)$ sera compris entre $\varphi'(\alpha)$ et $\varphi'(\beta)$, sera lui-même compris entre α et β, et sera par conséquent sur la partie de la courbe qui joint ces deux points; à plus forte raison sera-t-il placé sur cette partie de la courbe, si $\varphi'(\nu)$ est renfermé entre deux valeurs l et l' comprises entre $\varphi'(\alpha)$ et $\varphi'(\beta)$.

28. Or, on peut facilement trouver deux valeurs numériques qui soient dans le cas de l et l'. Pour cela remarquons qu'on peut toujours résoudre l'identité

$$m\varphi f - \varphi' f_{,} = K,$$

f et $f_{,}$ étant deux polynomes, l'un du degré $m-2$, l'autre du degré $m-1$ avec des coefficiens indéterminés, et K étant un nombre également indéterminé.

En effet, si l'on effectue les multiplications φf et $\varphi' f_{,}$, on aura un polynome du degré $2m-2$ dont les $2m-2$ coefficiens contiendront y compris K, $2m-2$ arbitraires, et dont le premier terme sera $mx^{2m-2} - mx^{m-2} = 0$. On pourra donc disposer des $2m-2$ arbitraires pour faire disparaître les $2m-2$ autres termes, et pour les valeurs acquises ainsi par les coefficiens de f et $f_{,}$ l'identité

$$m\varphi f - \varphi' f_{,} = K$$

sera résolue (1).

On déduit de cette identité

$$m\varphi(\phi).f(\phi) - \varphi'(\phi).f_{,}(\phi) = K:$$

---

(1) Méthode directe et extrêmement simple pour résoudre cette identité. J'ai cru devoir la placer là pour ne pas trop compliquer la marche du mémoire.

et comme $\varphi.(\varphi)=0$,

$$\varphi'(\varphi)=-\frac{K.}{f_{,}(\phi)}.$$

29. Maintenant observons que pour les substitutions dans $f_{,}$ de quantités du signe de α et β, ou de a et b, ce polynome $f_{,}$ se séparera en deux grouppes de termes, les uns positifs et représentés par la fonction P, les autres négatifs et représentés en valeur absolue par la fonction N, en sorte qu'on aura

$$f_{,}=P-N.$$

Sous cette forme comparons les quatre quantités

$$\frac{K}{P(a)-N(b)},\ \frac{K}{P(b)-N(a)},\ \frac{K}{P(\alpha)-N(\alpha)},\ \frac{K}{P(\beta)-N(\beta)};$$

il est évident que les deux premières seront de signes contraires comme les deux autres, et comprises entre celles-ci. En conséquence :

30. Si on forme les quantités

$$\frac{K}{P(a)-N(b)}=l,\ \frac{K}{P(b)-N(a)}=l';$$

1°. Elles devront être de signes contraires, sans quoi, φ n'aura point de racines entre a et b.

2°. Elles devront être comprises entre $\varphi'(\alpha)$ et $\varphi'(\beta)$ et à plus forte raison entre $\varphi'(a)$ et $\varphi'(b)$ sans quoi φ n'aura pas encore de racines.

3°. Enfin si ces deux conditions sont remplies, en resserrant les limites de la racine réelle que φ' a entre a et b, jusqu'à ce qu'on trouve une limite ν telle que $\varphi'(\nu)$ tombe entre l et $l_{,}$ le,

point de la courbe $y=\varphi$, correspondant à l'abscisse ν, doit être compris entre α et β (27) et l'on doit avoir

$$\varphi(\nu)\,\varphi(a) < 0.$$

31. Tout ce que nous venons de dire est relatif au cas où il n'y aurait point de racines de φ'' entre a et b; mais s'il y en avait une, ce qui peut arriver, la 3e condition du no précédent ne suffit plus pour s'assurer de la position du point correspondant à l'abscisse ν, entre les points α et β. Supposons en effet que ce point d'inflexion soit situé entre l'abscisse ϕ' et b; rien n'empêche que sur cette branche de la courbe, il n'y ait deux points pour lesquels φ' soit compris entre les limites l et l', et l'un des deux sera par rapport à l'autre du côté opposé de l'axe des x, et comme on ne peut juger d'abord lequel des deux se trouve sur l'axe de la courbe qui joint α et β, on retombera dans l'incertitude.

Pour éclaircir ceci, soient ν et ν' les abscisses des deux points, ν étant celui placé entre α et β. Il est clair que l'on aura d'abord.

$$\varphi'(b) \text{ compris entre } \varphi'(\nu') \text{ et } 0,$$

et comme $\varphi'(\nu')$ est lui-même compris entre une des deux quantités l et l' et 0, il résulte de là que $\varphi'(b)$ sera aussi compris entre l et l'. C'est le caractère auquel nous reconnaîtrons l'anomalie qui nous occupe, et qui est la suite nécessaire de l'existence d'un second point ν' pour lequel on aurait $\varphi'(\nu')=\varphi'(\nu)$, $\varphi'(\nu)$ étant compris entre l et l'.

Si ce caractère n'existe pas, on est sûr que le point ν pour lequel cette dernière condition est satisfaite est compris entre α et β.

32. Après avoir formé l et l' on cherchera donc si l'une des quantités $\varphi'(a)$, $\varphi'(b)$ n'est pas comprise entre l et l', auquel cas on prendrait cette quantité à la place de celle des limites l, et l' qui aurait le même signe, on aurait alors deux nouvelles limites de signes contraires auxquelles on peut évidemment appliquer toutes les conditions du nº 29.

33. Ayant donc vérifié si elles satisfont aux deux premières, on cherchera comme nous l'avons dit (29) deux nombres renfermant la racine de φ' comprise entre a et b, et tels que l'un d'eux v donne une valeur de $\varphi'(v)$ comprise entre les deux limites dont nous venons de parler. Alors on aura (toujours dans le cas de l'existence de deux racines de φ)

$$\varphi(v) \times \varphi(a) > 0.$$

Or, la recherche des limites l et l', et l'opération précédente peuvent s'effectuer sur toutes les équations possibles, ainsi on pourra toujours voir si la condition $\varphi(v) \times \varphi(a) < 0$, est remplie. Si elle ne l'est pas, il y a contradiction entre l'hypothèse et ses résultats, et conséquemment φ n'a point de racines entre a et b.

34. Appliquons tout ceci à des exemples.

Soit d'abord $\varphi = x^3 - 7x + 7$,

on a $\varphi' = 3x^2 - 7$.

Cette dernière équation ayant une racine entre -1 et -2, φ peut en avoir deux entre les mêmes limites; mais on a

$$\varphi'(\phi) = \frac{7}{6\phi^2 + 9\phi - 28}$$

d'où l'on déduit (29) pour l et l', les deux valeurs

$$l = \frac{7}{6\times 2^2 - 9\times 1 - 28} = -\frac{7}{13}.$$

$$l' = \frac{7}{6\times 1^2 - 9\times 2 - 28} = -\frac{7}{40}.$$

l et l' étant de même signe, φ n'a point de racines réelles entre -1 et -2. (30. 1°).

Soit encore $$\varphi = x^3 - 7x + 7.$$

φ' ayant une seconde racine réelle entre $+1$ et $+2$, et la condition du n° 24 étant remplie, φ peut avoir deux racines entre $+1$ et $+2$, ce dont il faut s'assurer. Comme φ'' ou $3x$, n'a point de racine entre $+1$ et $+2$, la courbe $y=\varphi$ est dans le cas des n^{os} 27, 28, 29 et 30. On a pour l et l', à cause de

$$\varphi' = \frac{7}{6\phi^2 + 9\phi - 28},$$

$$l = \frac{7}{6\times(1) + 9\times 1 - 28} = -\frac{7}{13}.$$

$$l' = \frac{7}{6\times 4 + 9\times 2 - 28} = +\frac{7}{14}.$$

Les conditions 1° et 2°, du n° 30, étant remplies, comme on peut facilement s'en assurer, il faut en venir aux substitutions, on a $\varphi'(1) = -4.$ $\varphi'(2) = +5.$

$$\varphi'(1+\tfrac{1}{2}) = -\tfrac{1}{4}.$$

Cette dernière valeur de φ' est comprise entre $-\frac{7}{13}$ et $+\frac{7}{14}$, substituons donc $1+\frac{1}{2}$ dans φ, il vient

$$\varphi(1+\tfrac{1}{2}) = -\frac{85}{8}.$$

résultat de signe contraire à $\varphi(1)$: et $\varphi(2)$ donc φ a deux racines réelles entre 1 et 2, séparées par la valeur $\frac{3}{2}$.

Soit enfin $\varphi = x^3 - 2x^2 - x + 3$.

on a $\varphi' = 3x^2 - 4x - 1$

et $\varphi'' = 6x - 4$.

φ et φ'' ont chacun une racine entre 0 et 2, ainsi la courbe $y = \varphi$ rentre, entre ces limites, dans le cas du nº 31.

Nous avons $\psi'(\varphi) = -\dfrac{31}{14\psi^2 - 3\psi - 26}$.

d'où l'on tire, pour l et l' (29), les valeurs suivantes :

$$l = -\tfrac{31}{30},\ l' = +\tfrac{31}{32}.$$

Mais on a $\varphi'(0) = -1$ et $\varphi'(2) = +3$, d'où il suit que $\varphi'(0)$ est compris entre l et l', ce qui est conforme à ce que nous avons vu (29). Prenant donc $\varphi'(0)$ ou -1 au lieu de $-\frac{31}{30}$ comme nous l'avons prescrit, il nous vient pour nouvelles limites

$$l = -1,\ l' = +\tfrac{31}{32}.$$

tout cela posé, on a

$$\varphi'(0) = -1,\quad \varphi'(2) = +3$$
$$\varphi'(1) = -2.\quad \varphi'(1 + \tfrac{1}{2}) = -\tfrac{1}{4}.$$

Cette dernière valeur de φ' étant comprise entre $l = -1$, et $l' = +\frac{31}{32}$, mettons $1 + \frac{1}{2}$ pour x dans φ, nous aurons

$$\varphi(1 + \tfrac{1}{2}) = +\frac{27}{8}.$$

Valeur de même signe que $\varphi(0)$ et $\varphi(2)$, ainsi (29 et 30) φ n'a point de racine réelle entre 0 et 2.

35. Les trois exemples que nous venons de donner, et ceux que nous avons répandus dans le reste du mémoire suffisent, je crois, pour faire comprendre ce qui précède : nous ne ferons, à propos des nº 29 et 30, qu'une seule observation.

36. La meilleure manière de resserrer les limites de φ', pour trouver une valeur de φ' qui tombe entre l et l', est d'employer les fractions continues à la manière de Lagrange. Mais comme on pourrait trouver de la difficulté à connaître ce que devient la valeur de φ', quand on y substitue une fraction continue de la forme

$$a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cfrac{1}{e\,.}}}}$$

il est bon de remarquer que pour obtenir les nombres b, c, d, e, on a du passer par des transformées B, C, D, E, à exposans positifs, formées par la substitution de $a + \frac{1}{x'}$, pour x, de $b + \frac{1}{x''}$ pour x', etc. Soit donc R, le résultat de la substitution de e dans la transformée correspondante E, et m le degré de φ', on voit sans peine que

$$\varphi' \left\{ a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cfrac{1}{e}}}} \right\} = \frac{\mathrm{R}}{\delta^m}$$

δ étant le dénominateur de la fraction continue, mise sous forme de fraction ordinaire.

C'est ainsi que pour $\varphi' = 3x^2 - 7$, nous trouvons la fraction continue

$$1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{8}}}$$

équivalente à $\frac{26}{17}$ et dans laquelle les termes 1, 1, 8, correspondent aux transformées successives

$$\begin{aligned} -4x^2 + 6x + 3, \\ +5x^2 - 2x - 4, \\ -x^2 + 8x + 5. \end{aligned}$$

La substitution de 8 dans cette dernière donne $+5$, ainsi la fraction continue précédente, substituée dans $3x^2 - 7$, donnera

$$+ \frac{5}{(17)^2} \quad \text{ou} \quad \frac{5}{289}.$$

37. Il résulte de là que pour former la fraction continue, il vaut en général mieux prendre la plus grande des deux limites trouvées pour la racine de chaque transformée au lieu de prendre la plus petite, comme le fait Lagrange; observation qui peut ne pas être inutile, dans sa méthode comme dans celle-ci.

38. Il sera convenable d'essayer dans φ chacune des valeurs trouvées ainsi successivement (1). Dans le cas ou φ a des racines

---

(1) C'est ce qui se fera exactement comme au n° 36. Pour faire la substitution de la fraction

$$1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + 8}}$$

réelles, cela peut abréger le calcul; au reste il y a un grand nombre de simplifications que l'analyse fera facilement reconnaître, mais qu'il n'entre pas dans mon plan de détailler.

39. Il résulte de ce que nous venons de voir, que la connaissance des limites des racines de φ' conduit à celle des limites des racines de φ. Ramenant la recherche de ces limites dans φ', à la recherche analogue dans φ'', et descendant ainsi de φ'' à φ''', de φ''' à φ'''', etc., on arrivera à une équation du 1er degré, qui étant résolue, servira d'après la méthode que nous venons d'exposer, à retrouver successivement les limites des racines de toutes les autres. Il résultera de cette marche qu'entre deux limites d'une racine d'une des dérivées, on n'aura jamais plus d'une racine de la dérivée suivante, et a plus forte raison de celle qui suit celle-là, ce qui comme nous l'avons vu (23) a été supposé d'avance. Ainsi toutes les conditions se trouvent remplies et, par conséquent nous pouvons regarder cette partie de nos recherches comme complette. Il ne nous

---

dans $x^3 - 7x + 7$, par exemple, on fera d'abord dans $x^3 = 1 + \frac{1}{x}$ puis $x' = 1 + \frac{1}{x''}$ $x'' = 1 + \frac{1}{x'''}$ ce qui donnera les transformées

$$
\begin{aligned}
x'^3 &= 4x'^2 + 3x' + 1,\\
x''^3 &- 2x''^2 - x'' + 1\\
-x'''^3 &- 2x'''^2 - x''' + 1.
\end{aligned}
$$

Faisant $x'''^3 = 8$ dans ce dernier polynome, on trouve pour résultat -631, d'où il suit que la fraction continue ci-dessus substitue dans $x^3 - 7x + 7$, donnerait $-\frac{631}{289}$.

reste plus qu'à reconnaître les moyens d'approcher de la valeur effective des racines autant qu'il sera nécessaire de le faire. C'est ce qui fera l'objet de la section suivante.

Des moyens d'approcher des racines réelles d'un polynome; méthodes des tangentes et des cordes.

40. Par une suite nécessaire des moyens que nous avons proposés pour obtenir les limites des racines réelles de φ, il ne peut se trouver plus d'une racine de la 2e dérivée entre les limites d'une même racine réelle. On peut même rapprocher ces limites jusqu'à ce qu'elles ne renferment plus du tout de racines de φ'' (1), alors il se présente deux moyens remarquables d'approcher de la vraie valeur de la racine.

Soit donc CC′ l'axe de la courbe $y=\varphi$, compris entre les deux limites ou abscisses connues OA, OB, que nous nommerons a et b. Fig. 6.

41. Dans l'hypothèse où il n'y a aucune racine de φ'' entre a et b, la courbe CC′ se trouvera entièrement convexe ou concave entre ces deux limites, et on pourra facilement reconnaître à laquelle des deux abscisses a et b, correspond la

(1) Ceci suppose que φ et φ'', n'ont pas de racines communes, sans cela on ne pourrait remplir cette condition. Mais nous avons supposé (15) que ce cas n'a pas lieu en renvoyant pour cela au 1er supplément de ce mémoire, où l'on trouve les moyens de mettre φ hors de l'influence de semblables anomalies.

Pour resserer les limites de φ de manière à ce qu'elle ne contiennent plus φ'', il est plus commode de se servir des fractions continues, comme nous l'avons indiqué (36); au reste ce cas est rare.

partie de la courbe convexe vers l'axe des x, puisque cette abscisse doit satisfaire à la condition

$$\varphi.\varphi'' > 0.$$

soit pour plus de clarté b, cette abscisse, laquelle correspond au point C$'$, par ce point menons à la courbe une tangente C$'$B$'$, elle aura pour équation

$$y - \varphi(b) = \varphi'(b)[x - b],$$

d'où l'on tire pour l'abscisse B$'$ du point ou elle rencontre l'axe des x,

$$b' = b - \frac{\varphi(b)}{\varphi'(b)}.$$

Or il est évident que cette valeur sera toujours plus proche de δ que b, puisqu'en vertu de la convexité de l'arc CC$'$ vers l'axe des x, la tangente C$'$A$'$ doit toujours tomber entre la courbe ca et l'ordonné CA, ainsi b' sera une nouvelle valeur de la racine cherchée plus rapprochée que b de la véritable.

Fesant encore $b'' = b' - \frac{\varphi(b')}{\varphi'(b')}$: la valeur de b'' approchera plus encore de la racine que b' et continuant toujours ainsi, on obtiendra pour x des valeurs aussi peu différentes que l'on voudra de la véritable.

42. Il est facile de remarquer l'identité des formules

$$b' = b - \frac{\varphi b}{\varphi' b}.$$

$$b'' = b' - \frac{\varphi b'}{\varphi' b'}, \text{ etc.};$$

avec celle donnée par Newton, et fondée sur l'hypothèse de

$b = \delta$ très-petit, et par conséquent négligeable dès la seconde puissance. Mais il faut observer que notre formule est tout-à-fait indépendans de cette dernière considération, et que non-seulement $b - \delta$ ne doit pas y être très-petit, mais même qu'il peut être tel qu'on voudra pourvu qu'entre a et b, φ' n'ait point de racines réelles, ce qui est tout différent. Nous pouvons donc établir que la règle de Newton n'est qu'un cas particulier de celle que nous venons de proposer et que nous appellerons *règle des tangentes*, pour rappeller l'originede nos formules.

43. Une conséquence nécessaire de tout ce que nous venons de dire, c'est que la règle de Newton, comme celle des tangentes, est rigoureusement applicable pourvu que φ'' n'ait point de racine réelle entre les limites données. C'est là l'algorithme que Lagrange croyait impossible de trouver pour établir la légitimité de l'emploi de cette formule, et devant lequel s'évanouit l'objection qu'il a faite contre son usage.

44. Nous avons vu que les formules du nº 42, donnent des valeurs toujours plus approchées de la racine; il est important en outre de savoir jusqu'où peut aller l'erreur commise en s'arrêtant a une des valeurs données par ces formules. Beaucoup d'analystes qui se sont occupés de la règle de Newton, paraissent croire qu'en réduisant deux termes successifs en décimales, les caractères communs à ces deux termes appartiennent à la vraie racine, mais il est facile de concevoir que pour que cela ait lieu, il faudrait que $\frac{\varphi}{\varphi'}$ fut toujours décroissant entre la racine et la limite b, d'où l'on est parti pour commencer la série, ce qui équivaut à dire qu'entre b et la racine, $\frac{\varphi}{\varphi'}$ n'a ni maximum

ni minimum, et par conséquent, que dans cette étendue on n'a nulle part $\varphi'^2 = \varphi\varphi''$, condition qui peut n'être pas remplie, et alors on s'exposerait à des erreurs grossières dans l'évaluation des décimales exactes. Le procédé que nous allons indiquer n'est pas sujet à cet inconvénient : il à d'ailleurs l'avantage de présenter par lui même une seconde méthode d'approximation, simple et commode.

Fig. 6. 45. Au lieu de mener la tangente en C′, menons la corde CC′, elle coupera en A′ l'axe des x, et le point A′ sera évidement plus près de α que le point A, Ainsi nous pourrons prendre OA′ pour une nouvelle valeur approchée de Oα : écrivons analytiquement ce résultat.

L'équation de la droite CC′ est

$$y - \varphi(a) = \frac{\varphi(a) - \varphi(b)}{a - b}(x - a)$$

d'où l'on déduit pour l'abscisse a' du point OA′

$$a' = a - \frac{\varphi(a)}{\varphi(b) - \varphi(a)}(b - a)$$

Ainsi a' sera une nouvelle valeur approchée de x.

Mais le point A′ auquel appartient cette abscisse, est dans la concavité de la courbe, tandis que le point B′ correspondant à l'abscisse

$$b' = b - \frac{\varphi(b)}{\varphi'(b)}$$

est au-dehors de sa convexité; donc la racine cherchée est comprise entre ces deux nouvelles limites a' et b' beaucoup plus proches que a et b. On peut maintenant faire sur a' et b'

la même opération que sur a et b, et on aura deux limites

$$a'' = a' - \varphi(a')\,\frac{b'-a'}{\varphi(b')-\varphi(a')} \text{ et } b'' = b' - \frac{\varphi(a')}{\varphi'(b')},$$

lesquelles contiendront encore la racine et seront beaucoup plus rapprochées que a' et b'.

46. En mettant a' et b' sous la forme de décimales, il est évident que les caractères communs à ces deux valeurs appartiendront à la vraie racine. On pourra donc arrêter les développemens de a' et b' au chiffre qui suivra le dernier caractère commun, et prendre ces valeurs de a' et b' pour celles qui doivent servir à trouver a'' et b''.

47. Appliquons cette méthode à l'équation

$$\varphi = x^3 - 2x - 5 = 0,$$

dans laquelle φ a une racine réelle et positive comprise entre les limites 2 et 2.1, lesquelles ne contiennent point de racines de la dérivée φ''. La courbe $y=\varphi$ se trouve donc entre ces limites dans le cas prévu nº 40; Ainsi il faut chercher d'abord celui des points 2 et 2.1 où la courbe tourne sa convexité vers l'axe des x. Or, nous avons

$$\varphi(2) \times \varphi''(2) < 0,\quad \varphi(2.1) \times \varphi''(2.1) > 0;$$

donc c'est le point correspondant à l'abscisse 2.1. Ce point sera donc b, et l'autre sera a, et il ne faudra plus que mettre dans nos formules 2.1 pour b, et 2 pour a. Nous aurons donc :

$$b' = 2.1 - \frac{\varphi.(2.10)}{\varphi'.(2.1)} = 2.1 - \frac{0.061}{11.230} = 2.09457\ldots..$$

$$a' = 2 - \frac{\varphi(2)\times(2.1-2)}{\varphi(2.1)-\varphi(2)} = -2 + \frac{1}{1061} = 2.0943\ldots..$$

d'où l'on voit d'abord que 2.094, sont les quatre premiers caractères de la vraie racine. Pour continuer l'opération, nous ferons

$$a' = 2.0943, \quad b' = 2.0946 \text{ (1)};$$

et il viendra

$$a'' = a' - \frac{\varphi a'.(b'-a')}{\varphi b' - \varphi a'} = 2.0943 + \frac{0.0000008419494579}{0.0033480487290000} = 2.09455 1475\ldots$$

$$b'' = b' - \frac{\varphi(b')}{\varphi'(b')} = 2.0946 - \frac{0.000541550536}{11.162047800000} = 2.09455 1488\ldots$$

valeurs qui donnent pour les 8 premiers caractères de la vraie racine

$$2.094551 4.$$

En prenant une moyenne arithmétique entre a'' et b'' on aura nécessairement une plus grande approximation qu'en s'arrêtant aux termes communs à a'' et b'', on trouve effectivement alors

$$\phi = 2.0945514815,$$

qui sont les onze premiers caractères de ϕ.

En calculant a''' et b''' d'après les valeurs de a'' et b'', on trouverait une approximation énorme, mais les calculs de-

---

(1) On sent pourquoi nous avons ici pris 2.0946, au lieu de prendre 2.0945. En effet l'esprit même de nos méthodes exige que b étant plus grand que la racine, b' le soit aussi, sans quoi le point correspondant à b' cesserait d'être sur la partie de la courbe convexe vers les x. Or, en nous arrêtant à 2.0945, rien ne peut garantir que les termes négligés 0.00007.... ne soieut trop grands, et par conséquent, que 2.0945 ne soit trop petit, au lieu qu'en prenant 0,0006, au lieu de 0,00057.... Nous sommes sur que la valeur résultante est plus grande que la vraie racine, et alors la difficulté disparaît. C'est ce qu'il est nécessaire d'observer.

viennent alors si compliqués qu'on nous saura peut-être gré d'un moyen que nous proposerons pour les abréger. (Voyez le second supplément).

48. Reprenons la formule

$$a' = a - \varphi.(a)\,\frac{b-a}{\varphi(b)-\varphi(a)}$$

en réduisant le 2[e] membre de cette équation au même dénominateur, il vient

$$a' = \frac{a\varphi(b) - b\varphi(a)}{\varphi(b)-\varphi(a)}$$

ce qui est la formule connue sous le nom de règle de fausse position.

49. On voit donc que cette règle est applicable comme celle des tangentes, toutes les fois qu'entre deux abscisses la courbe $y=\varphi$ est toute concave ou convexe, c'est-à-dire, toutes les fois que dans ces limites φ'' n'a point de racines réelles, ce qui je crois, n'a pas encore été démontré; dumoins je n'en connais pas de démonstration.

Au reste cette règle est curieuse, en ce qu'indépendamment qu'elle sert de contrôleur à la méthode des tangentes, elle a de plus que celle-ci la propriété de se corriger elle-même, quand on l'emploie seule. Soit en effet l'arc CC′ de la courbe Fig. 7.
$y=\varphi$, compris entre les abscisses OA, OB; le système des cordes C′A′, C′A″, C′A‴, représentera visiblement la série des opérations analytiques dont nous venons de donner la formule, et les longueurs AA′, A′A″, A″A‴,... seront les corrections apportées successivement aux valeurs de a, a', a'', etc. Or, en vertu de la diminution continuelle des ordonnées AC, A′a', A″a''.... on

voit que ces corrections iront toujours en diminuant de grandeur à fur et mesure qu'on approchera de la racine, d'où résulte évidemment qu'aucune de ces corrections ne peut altérer entièrement l'effet de la précédente et qu'enfin les caractères communs à deux termes successifs de la série, ne pourront être en aucune manière altérés par l'effet des corrections subséquentes; ainsi ces caractères appartiendront à la vraie racine.

49. On voit dans l'Algèbre de Mr Garnier (édition de Bruxelles), une application de cette règle à l'équation.

$$16x^5 - 20x^3 + 5x - 0.07845909572784\,5 = 0.$$

Mais il est facile de voir que dans cet exemple aucune théorie certaine n'a guidé la pratique de la méthode, et que la connaissance anticipée de la racine cherchée avec une connaissance approfondie de l'analyse a pu conduire aux procédés de calcul que l'on y a employés. Peut-être sera-t-on bien aise de trouver ici cette même équation traitée comme l'exige l'esprit de notre méthode et celui de la règle de fausse position, ce qui outre une occasion intéressante de montrer l'avantage de nos moyens de recherche, donnera je crois le premier exemple de l'application rigoureusement exacte de la règle de fausse position.

Soit donc

$$\varphi = 16x^5 - 20x^3 + 5x - t$$

t étant égal à

$$0.07845909572784\,5,$$

on a

$$\varphi' = 5[16x^4 - 12x^2 + 1], \text{ et } \varphi'' = 40x[8x^2 - 3].$$

le polynome φ' a quatre racines réelles, dont les limites sont

$$-0.9, \text{ et } -0.8, -0.4 \text{ et } -0.3, +0.3 \text{ et } +0.4, 0.8 \text{ et } -0.9:$$

substituant ces valeurs dans φ, on trouve

$$\begin{aligned}
\varphi(-0.9) &= +0.53216 - t > 0 \\
\varphi(-0.8) &= +0.99712 - t > 0 \\
\varphi(-0.4) &= -0.88704 - t < 0 \\
\varphi(-0.3) &= -0.99888 - t < 0 \\
\varphi \quad 0 &= \qquad\qquad\quad - t < 0 \\
\varphi(+0.3) &= +0.99888 - t > 0 \\
\varphi(+0.4) &= +0.88704 - t > 0 \\
\varphi(+0.8) &= -0.99712 - t < 0 \\
\varphi(+0.9) &= -0.53216 - t < 0.
\end{aligned}$$

Il résulte de la simple inspection de ce tableau que φ a déjà trois racines réelles, l'une entre -0.8 et -0.4, la seconde entre 0 et 0.3, et la troisième entre 0.4 et 0.8. Mais comme en outre on a

$$\varphi(0.9) \times 0.9 < 0, \text{ et } \varphi(-0.9) \times -0.9 < 0,$$

il est clair (19) que φ a de plus deux autres racines, l'une positive et l'autre négative dont la valeur absolue est plus grande que 0.9. Si en effet l'on substitue 1 et -1 dans φ, on trouve

$$\varphi(1) = 1 - t > 0. \text{ et } \varphi(-1) = -1 - t < 0$$

d'où il suit que ces deux nouvelles racines sont comprises entre 0.9, et 1, et entre -0.9 et -1.

Le polynome proposé a donc cinq racines réelles toutes plus petites que l'unité, et dont nous avons assigné les limites. Nous laissons à comparer avec la difficulté qu'on aurait d'obtenir ce résultat par la méthode de Lagrange, la rapidité avec laquelle nous y sommes parvenus par la nôtre, et nous suivrons notre discussion. D'abord φ'' a trois racines réelles l'une égale à 0, les deux autres comprises, la première entre 0.6 et 0.7, la seconde entre -0.6 et -0.7. Il suit de là que la courbe

$y=\varphi$ n'a point d'inflexion entre les abscisses -1 et -0.9, 0 et $+.3$, $+0.9$ et $+1$, et qu'ainsi on peut de suite et sans antres préliminaires y appliquer les deux règles que nous avons données (41) et (42). Mais il n'en est pas ainsi des axes de la courbe compris en -0.4 et -0.8, $+0.4$ et $+0.8$, il faut donc resserer ces limites jusqu'à ce que la courbe n'y ait plus de point d'inflexion renfermé. En ramenant les limites à ne plus différer que de 0.1, on trouve

$$\varphi(-1)=-1.07845909572784\text{5}. \quad \varphi(-0.9)=+0.553700904272155.$$
$$\varphi(\ 0\ )=-0.078459095727845. \quad \varphi(\ 0.1\ )=+0.427100904272155.$$
$$\varphi(0.5)=+0.421540904272155. \quad \varphi(\ 0.6\ )=-0.154299095727845.$$
$$\varphi(0.9)=-0.710619095727845. \quad \varphi(\ 1\ )=+0.921540904292155.$$

d'où il résulte que cet intervalle suffit pour que quatre de nos racines soient placées sur des arcs de la courbe $y=\varphi$, entièrement depourvus d'inflexion entre les limites que nous venons de leur assigner, puisqu'il n'y a aucune racine de φ'' entre

$$-1 \text{ et } -0.9,\ 0 \text{ et } 0.1,\ 0.5 \text{ et } 0.6,\ 0.9 \text{ et } +1.$$

Quant à la 5ᵉ racine, elle est comprise entre -0.6 et -0.7, ce qui exigerait de resserer encore l'intervalle entre ses limites; mais nous observons que la connaissance des quatre autres, fera nécessairement connaître celle-ci puisque la somme des cinq racines est nulle, ainsi nous n'aurions à nous occuper que des quatre dont nous venons de déterminer les limites.

Mais comme il importe peu de connaître ces diverses racines, nous remarquerons seulement que, pour chacune d'elles, φ se trouve dans des circonstances exigées pour l'application de la méthode des tangentes et de celle des cordes, ainsi on peut pour chacune d'elles faire directement ces deux opérations,

ce qui n'offre plus de difficulté. Pour celle comprise entre o, et o.1, on trouve

	par les tangentes	par les cordes
1°	0.015.	0.017
2°	0.0157072....	0.0157075
3°	0.015707317311 7....	0.015707317316.

ce qui donne pour les 12 premiers caractères de la vraie racine

0.01570731731.

Cette approximation est considérable. Mr Garnier a trouvé par sa manière d'employer la règle de fausse position, les approximations successives,

t. ,0.0157, 0.0157035, 0.0157073174.

ce qui avec plus d'opérations ne donne pas un résultat plus exact.

50. Je n'entrerai pas dans de plus grands détails sur cette matière; je crois qu'il aura suffi de présenter les deux règles des tangentes et des cordes, pour faire sentir tout ce qu'elles ont d'avantageux dans la pratique; je finirai par une observation relative à la méthode des tangentes : Dans toutes les opérations que j'ai faites au moyen de cette règle, j'ai toujours remarqué qu'au bout d'un certain temps le nombre des chiffres exacts donnés par une correction, était à-peu-près double de celui des chiffres exacts donnés par la précédente. Cette particularité mériterait d'être examinée, et fournirait peut-être un moyen de se passer de l'application simultanée des deux règles.

PREMIER SUPPLÉMENT.

Sur la résolution de l'identité $F.\varphi - f.\psi = K$.

1. Lagrange qui a le premier reconnu que $\varphi'(\phi)$ pouvait toujours se mettre sous la forme $\frac{K}{f(\phi)}$, f étant une fonction du même degré que φ' et K une valeur indépendante de ϕ, propose, pour trouver K et f, l'emploi de la méthode des coefficiens indéterminés. Mais cette opération qui nécessite la solution d'autant d'équations du premier degré qu'il y a d'unités dans le degré de φ', devient très-longue, quand ce degré est un peu élevé et que les coefficiens sont grands. Le moyen suivant est plus commode.

2. Soit $\varphi = px^m + qx^{m-1} + rx^{m-2} \ldots + tx + u$
et $\psi = Px^n + Qx^{n-1} + Rx^{n-2} \ldots + Tx + U$,

m étant plus grand que n; P, p, Q, q. . . . etc. étant entiers et indépendans de x, mais du reste composés comme on voudra, on a

$$\varphi = \frac{1}{P^{m-n+1}} \times P^{m-n+1}.\varphi$$

d'où $$\frac{\varphi}{\psi} = \frac{1}{P^{m-n+1}} \times \frac{P^{m-n+1}.\varphi}{\psi}$$

et $$\frac{\varphi}{\psi} = \frac{1}{P^{m-n+1}} \left\{ ax^{m-n} + bx^{m-n-1} \ldots + l + \frac{R}{\psi}. \right\}$$

$a, b, \ldots l$ étant entiers, et R étant un polynome algébrique de la forme $p'x^{n-1} + q'x^{n-2} \ldots + t'x + u'$, dans lequel les coefficiens sont aussi entiers.

Faisant maintenant sur ψ et R la même opération que sur φ et ψ nous trouverons

$$\frac{\psi}{R} = \frac{1}{p'^2}\left[a'x + b' + \frac{R'}{R}\right].$$

a' et b' ainsi que les coefficiens $p''..q''\ldots$ des puissances de x dans R$'$ étant entiers.

On pourra faire ensuite sur R$'$ et R la même opération que sur R et φ, et on aura une nouvelle équation

$$\frac{R}{R'} = \frac{1}{p''^2}\left[a''x + b'' + \frac{R''}{R'}\right].$$

et ainsi de suite, opération qui dans le fond n'est autre chose que la recherche du plus grand commun diviseur entre φ et ψ.

Si ce commun diviseur existe, on devra, comme on sait, parmi les restes successifs R, R$'$, R$''$, etc. en trouver un qui soit nul ; alors le reste précédent est commun diviseur.

Mais si ce commun diviseur n'existe pas, il faudra pousser l'opération jusqu'à ce qu'on trouve un reste ρ, indépendant de x. Ce reste une fois trouvé on pourra mettre $\frac{\varphi}{\psi}$ sous la forme

$$\frac{1}{p^{m-n+1}}\left[ax^{m-n} + bx^{m-n-1} + \ldots + \cfrac{1}{\frac{1}{p'^2}\left[a'x + b' + \cfrac{1}{\frac{1}{p''^2}\left[a''x + b'' + ..\text{etc.}\right.}\right.}\right.$$

Suite qui peut s'écrire ainsi

$$\frac{1}{\mathrm{P}^{m-n+1}}\left[ax^{m-n}+bx^{m-n-1}\ldots+\right]+\cfrac{1}{\cfrac{\mathrm{P}^{m-n+1}}{p'^2}\left[a'x+b'\right]+\cfrac{1}{\cfrac{p'^2}{\mathrm{P}^{m-n+1}\,p''^2}\left[a''x+b''\right]+\ldots}}$$

fraction continue terminée et soumise à l'application des divers théorèmes de Lagrange sur les fractions continues. Nous la mettrons sous la forme

$$\alpha+\cfrac{1}{\beta+\cfrac{1}{\gamma+\cfrac{1}{\delta\ \ldots\ldots+\cfrac{1}{\mu+\cfrac{1}{\nu.}}}}}$$

et nous observerons 1° que le nombre des termes α, β, γ, etc. est justement égal au degré de ψ augmenté d'une unité; 2° qu'à l'exception de α, tous ces termes sont des binomes en x du premier degré; 3° que si l'on recompose la fraction génératrice à l'aide du procédé de Lagrange, on trouvera en général une fraction de la forme $\dfrac{\frac{\varphi}{\mathrm{K}}}{\frac{\psi}{\mathrm{K}}}$, K étant indépendant de x; 4° et qu'enfin en arrêtant la fraction continue au terme μ, et représentant la fraction génératrice de cette nouvelle fraction continue par $\frac{f}{\mathrm{F}}$, le dénominateur F sera du degré $n-1$, le numérateur f du degré $m-1$, et on aura l'équation connue

$$\frac{1}{\mathrm{K}}\varphi.\mathrm{F}.-\frac{1}{\mathrm{K}}\psi.f.=\pm 1$$

le signe + ayant lieu dans le cas de n impair et le signe — dans le cas contraire.

3. L'équation précédente devient

$$\varphi . \mathrm{F} - \psi . f = \pm \mathrm{K}.$$

C'est la solution de l'identité cherchée.

4. Il sera peut-être utile d'observer que quand on veut appliquer cette méthode à la solution de l'équation

$$\varphi'(\phi) = \frac{\mathrm{K}.}{f(\phi)},$$

il est inutile de chercher F; on se bornera à calculer directement f, par la méthode des fractions continues, puis on calculera par la même méthode le numérateur de la fraction totale, et on aura $\frac{1}{\mathrm{K}}\varphi$, d'où l'on déduira

$$\mathrm{K} = \frac{\varphi}{\frac{1}{\mathrm{K}}\varphi},$$

et enfin déterminant le signe que comporte K d'après le rang du degré de φ', on aura toutes les données nécessaires pour construire l'équation $\varphi'(\phi) = \frac{\mathrm{K}.}{f(\phi)}$.

Soit pour exemple $\varphi = x^3 - 7x + 7$ et $\varphi' = 3x^2 - 7$, on trouvera par le moyen que nous venons d'indiquer

$$\frac{\varphi}{\varphi'} = \frac{1}{3}x + \cfrac{1}{\frac{1}{28}(-18x - 27) + \cfrac{1}{\frac{1}{2}(56x - 28)}}$$

fraction dont on pourrait se servir pour résoudre l'identité

$$(x^3-7x+7)F-(3x^2-7)f=K:$$

mais si l'on veut seulement avoir l'équation de Lagrange,

$$3\phi^2-7=\frac{K.}{f(\phi)},$$

on trouvera d'abord (4)

$$f=-\frac{1}{28}[6x^2+9x-28]$$

$$\text{et } \frac{1}{K}\varphi=f\times\frac{1}{3}[56x-28]+\frac{1}{3}x=4[x^3-7x+7]=4\varphi$$

d'où l'on déduit $\frac{1}{K}=4$ et $K=\frac{1}{4}$, et enfin à cause que n ou $3-1$ étant ici pair, on doit prendre cette valeur de K négativement

$$3\phi^2-7=\frac{7}{6\phi^2+9\phi-28.}$$

équation dont nous nous sommes servis ailleurs.

SECOND SUPPLÉMENT.

Sur un moyen d'approximation plus rapide lorsqu'on est arrivé à des limites très-resserrées des racines.

La substitution de très-grands nombres à la place de x dans φ, devient une opération extrêmement pénible, surtout lorsque le degré de l'équation est très-élevé; mais lorsque l'on est déjà parvenu à une certaine approximation, on peut en obtenir une beaucoup plus grande par le procédé suivant, sans passer par d'aussi longues opérations.

1. Soient AC et BC′ les deux ordonnées au moyen desquelles on a calculé les abscisses des deux points A′ et B′, nouvelles limites du point d'intersection de la courbe avec l'axe des x; soient encore a l'abscisse de A, a' l'abscisse de A′, et b et b' celles de B et B′. Fig. 7.

Par le point C faisons passer une parabole osculatrice à la courbe $y=\varphi$, par le point C′ faisons une opération semblable. L'équation de la première sera

$$y=\tfrac{1}{2}\varphi''(a)(x-a)^2+\varphi'(a).(x-a)+\varphi(a),$$

celle de la seconde

$$y=\tfrac{1}{2}\varphi''(b)(x-b)^2+\varphi'(b).(x-b)+(b).$$

Or, en vertu de l'invariabilité de $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ dans chacune de ces

deux courbes, et de ce que φ'' va toujours en diminuant de C′ vers C, il est clair que la première de ces paraboles sera toute au-dessus de l'axe CC′, et l'autre toute au-dessous, du moins dans l'intervalle AB.

D'après cela les points d'intersection A″ et B″ de ces paraboles avec l'axe des x, seront deux nouvelles limites du point α; il ne s'agit que de les calculer.

Or, on peut se servir pour cela de la simple résolution des équations

$$\tfrac{1}{2}\varphi''(b).(x-b)^2+\varphi'(b)(x-b)+\varphi(b)=0.$$
$$\tfrac{1}{2}\varphi''(a).(x-a)^2+\varphi'(a)(x-a)+\varphi(a)=0.$$

lesquelles donneront directement, l'une la valeur de x pour A″, l'autre celle de x pour B″, en ayant soin de rejeter les deux racines inutiles qu'on reconnaîtra aisément.

Mais si l'on ne veut point avoir recours à la résolution d'une équation du 2^e^ degré, il sera facile de ramener l'opération à de simples divisions et multiplications.

D'abord on calculera aisément l'abscisse et l'ordonnée du point D, où la première parabole est rencontrée par la corde CC′, et pour lequel on a évidemment

$$x-a=\frac{2}{\varphi''a}\left[\frac{\varphi a-\varphi b}{a-b}-\varphi'(a)\right].$$

Cela fait on calculera dans cette même parabole l'ordonnée du point A′ et on aura tous les élémens nécessaires pour obtenir par la méthode des cordes, un nouveau point intermédiaire entre A′ et A″; faisant pour ce point et la corde qui l'a donné,

une opération toute semblable, on aura une seconde approximation de l'abscisse cherchée, et ainsi de suite.

Quant à la seconde parabole, on employera la méthode des tangentes, et on aura soin de comparer avec les résultats ainsi obtenus, ceux de même rang dans la 1re parabole, afin de supprimer les décimales différentes, exactement comme nous avons opéré précédemment sur la courbe elle-même.

Cette abréviation qui devient surtout sensible dans les équations d'un degré élevé, a pourtant déjà de grands avantages dès le troisième. On peut s'en assurer sur l'équation déjà résolue

$$x^3-2x-5=0,$$

où en prenant pour premières limites, les valeurs

$$2.0943 \quad \text{et} \quad 2.0946,$$

on obtient une valeur pour x beaucoup plus rapprochée que toutes celles données jusqu'à présent.

2. La simplification que nous venons d'indiquer n'est pas la seule que présentent les règles des tangentes et des cordes; la suivante est d'autant plus curieuse, qu'elle est susceptible d'une extension, qui en fait en quelque sorte une méthode nouvelle dont on pourra peut-être tirer un grand parti, surtout pour les racines imaginaires.

3. Soient a et b les limites entre lesquelles est comprise une racine de φ, et supposons qu'entre ces limites on puisse appliquer les deux méthodes que nous avons exposées. On peut démontrer que la possibilité de cette application dépend d'une

certaine proportion de grandeur, entre la racine cherchée et la somme des autres, comme Lagrange l'a fait pour la méthode de *Newton*. Mais par la nature même de cette relation, si elle existe entre les 1[res] puissances des racines, elle existe à plus forte raison entre les 2[es] puissances, d'où il suit que si l'on forme des équations dont les racines soient les carrés des racines de la proposée, ces méthodes seront aussi applicables à la recherche de la racine comprise entre a^2 et b^2.

Mais d'abord nous avons pu prendre $a - b < 1$; faisant ensuite $x = a + y$, a étant l'abscisse du point où la courbe est convexe vers les x, on aura un nouveau polynome en y, lequel aura une racine comprise entre o, et $b - a$ ou δ; et par conséquent, l'équation en y^2, aura une racine comprise entre o et δ^2, intervalle très-petit et dans lequel la courbe correspondante à cette nouvelle équation, sera devenue, comme on peut le démontrer par la valeur générale de son rayon de courbure, sensiblement droite. Ainsi la tangente et la courbe se correspondent presqu'absolument, et la valeur de y^2 obtenue par cette tangente sera bien plus rapprochée que celle obtenue dans l'équation primitive elle-même.

4. Il ne reste qu'à former l'équation en x^2, ce qui est très-aisé. Soit :

$$\varphi(x) = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) \ldots\ldots (x - \mu)$$

on aura

$$\varphi(-x) = (-x - \alpha)(-x - \beta)(-x - \gamma) \ldots\ldots (-x - \mu)$$

multipliant ces deux valeurs, on trouve

$$\varphi(x)\varphi(-x) = (-x^2 + \alpha^2)(-x^2 + \beta^2) \ldots\ldots (-x^2 + \mu^2)$$

Équation qui ne doit contenir que les puissances paires de x; faisant donc $x^2=y$ dans le polyme $\varphi(x).\varphi(-x)$, on aura en y un polynome équivalent à $(-y+\alpha^2)(-y+\beta^2)\ldots(-y+\mu^2)$ et qui aura par conséquent pour racines $\alpha^2, \beta^2, \gamma^2, \ldots \mu^2$.

On pourra ensuite, si on le veut, former un nouveau polynome en y^2 ou x^4, et ainsi de suite pour toutes les puissances 2^n de x; mais pour celles des ordres intermédiaires, il faudra écrire les deux équations

$$y=x^m \quad \text{et} \quad \varphi(x)=0.$$

Éliminant ensuite x, on trouvera une équation en y, précisément du même degré que φ.

5. Pour faire une application de ce que nous venons de dire, choisissons encore l'équation $x^3-2x-5=0$, qui comme nous le savons, a une racine entre 2 et 2.1; transportons l'origine en 2.1, et pour cela faisons $x=2.1+y$, il vient

$$y^3+6.30y^2+11.23y+0.061.=0,$$

d'où l'on tire (4),

$$[y^2+11.23]^2\,y^2-[6.30y^2+0.081]^2=0,$$

et en faisant $y^2=z$,

$$\psi=[z^2+11.23]^2z-[6.30-+0.061]^2-0,$$

on a $\qquad \psi(8)=04(0.061)^2$ et $\psi'(0)=125.3443.$

d'où vient pour une première approximation de z,

$$z = \frac{(0.061)^2}{125.3443},$$

d'où l'on tire $$y^2 = \frac{(0.061)^2}{125.3443},$$

et $$y = \frac{0.061}{\sqrt{125.3443}} = 0.00544851,$$

Ce qui donne pour x, $2.10 - 0.00544851 = 2.09455149$, valeur très-approchée et très-facilement obtenue.

6. Si l'on avait voulu employer la méthode des cordes, il aurait fallu observer que la racine est comprise entre 2.10 et 2.943, et par conséquent celle de y entre 0 et $-0,057$. Ainsi z se trouve compris entre 0, et $(0.057)^2$, et entre ces deux limites on pourra employer la méthode des cordes, pour contrôler l'autre.

7. Il est inutile de dire que si, au lieu d'employer l'équation aux quarrés des racines, on avait pris celle aux 4[es] puissances, ou aux 8[es]; on aurait eu une approximation plus considérable, mais il peut être bon d'observer que le nombre des chiffres exacts augmente à peu près en raison de l'exposant de la puissance qu'on choisit, ce qui peut-être dépend d'une loi que je n'ai pu découvrir et qu'il serait bien utile de démontrer.

8. Avant de passer aux considérations qui vont suivre, je dois dire en passant un mot sur les quantités négligeables.

En rigueur, dans l'analyse, ces quantités n'existent pas, mais quand on passe à la pratique des calculs, on voit de suite que ces nombres incommensurables dont il est presque toujours question dans l'algèbre, ne sont qu'illusoires, et qu'on est toujours forcé de s'arrêter à un certain ordre de décimales, ou arbitraires, ou commandées par les circonstances.

Quand une fois on a déterminé cet ordre de décimales, il est clair que tous les nombres représentés par des décimales d'ordres inférieurs, ne peuvent plus influer sur les calculs, et dans cet état de choses se comportent absolument comme zéro, jusqu'à ce qu'une nouvelle convention sur l'ordre des décimales qu'on adopte, leur permette de figurer dans l'ensemble des opérations.

C'est ainsi qu'il m'a toujours paru qu'on devait considérer ces quantités, et il me semble que c'est faute d'avoir eu recours à cette manière de voir, qu'on n'en a pas encore tiré tout le parti possible. En effet, on peut bien déjà concevoir que dans une combinaison quelconque d'inconnues numériques, si on fait varier les ordres des décimales auxquelles on veut limiter les résultats des calculs, on pourra souvent par ces variations écarter des résultats ou des équations les phénomènes résultants de la présence d'une ou de plusieurs de ces inconnues, puisqu'on supprimera la partie des formes algébriques sur laquelle s'étend leur influence; et alors le problême se trouvera ou simplifié ou quelquefois résolu, bien entendu toujours, dans les limites d'approximation qu'on s'est imposées.

On voit que cette idée renferme le germe d'une nouvelle

espèce de calcul; mais comme il faudrait une main plus habile pour en développer les principes, je me bornerai seulement à l'application suivante, qui peut-être donnera à d'autres analystes l'occasion et le goût de faire quelques réflexions sur ce genre d'opération qui peut devenir utile.

9. Soit un polynome quelconque du dégré $m+n$

$$\varphi = x^{m+n} + px^{m+n-1} \ldots\ldots + qx^{n} + rx^{n-1} \ldots\ldots + t.$$

Les racines imaginaires de ce polynome seront en général de la forme

$$a + b\sqrt{-1} \quad \text{ou} \quad \rho[\cos\theta + \sin\theta . \sqrt{-1}],$$

Nous appellerons ρ l'efficient de la racine $\rho[\cos\theta + \sin\theta\sqrt{-1}]$, et comme en faisant $\sin\theta = 0$ et $\cos\theta = \pm 1$, cette forme imaginaire devient réelle et égale à ρ, on peut s'en servir aussi pour représenter les racines réelles de l'équation $\varphi = 0$, lesquelles seront par conséquent elles-mêmes leurs efficiens.

10. Là-dessus on peut baser le théorème suivant :

Si des m + n *racines de* φ, m *ont leurs efficiens par rapport aux efficiens des* n *autres, ces* m *premières seront racines de l'équation formée avec les* m + 1 *premiers termes de* φ, *et les* n *petites seront racines de celle formée avec les* n + 1 *derniers termes.*

Ce théorème, d'ailleurs susceptible d'une démonstration tout-à-fait rigoureuse, peut presque être présenté sans preuves; car on voit que si l'on veut résoudre l'équation par rapport aux

m racines infinies, il faudra prendre pour les évaluer un module de l'ordre de ces racines, et devant lequel les n petites disparaîtront. Dans cet état de choses, les n petites racines devenant o, le polynome φ sera divisible par x^n, par conséquent $r\ldots$ et t doivent disparaître, et il restera en divisant par x^n, le polynome

$$x^m + px^{m-1} \ldots\ldots + q,$$

qui aura pour racines les m grandes du polynome φ.

En faisant $x = \frac{1}{y}$, on aura un nouveau polynome en y

$$ty^{n+m} \ldots ry^{m+1} + qy^m + \ldots\ldots + 1,$$

dans lesquel il y aura encore n racines infinies par rapport aux autres, elles seront donc racines du polynome

$$ty^n + \ldots\ldots ry + q,$$

mais ces n racines sont les quotiens de l'unité par les plus petites de φ, donc ces dernières sont racines de

$$qx^n + rx^{n-1} \ldots\ldots + t.$$

11. S'il y avait plusieurs ordres de racines infinies les unes par rapport aux autres dans φ; par exemple, a racines infinies par rapport aux b suivantes, celles-ci infinies par rapport aux c suivantes, on conçoit facilement qu'on pourrait former d'après les mêmes principes;

1°. Avec les $a+1$ premiers termes, un polynome dont les racines seraient les a plus grandes de φ :

2°. Avec les $b+1$ termes de φ qui suivent le $a^{ème}$, un second polynome dont les racines seraient les b racines du second ordre de grandeur :

3°. Avec les $c+1$ termes de φ qui suivent le $(a+b)^{ème}$, un troisième polynome dont les racines seront les c racines du troisième ordre de φ :

Et ainsi de suite, en sorte qu'on aura autant de polynomes qu'il y aura d'ordres de racines dans φ.

12. Une équation ou un polynome dans cet état, se nommera *séparable*, pour indiquer la faculté dont il jouit alors de présenter toutes ses racines par groupes isolés.

13. Jusque-là on ne voit rien qui puisse s'appliquer aux équations ordinaires. Mais on viendra facilement à bout de mettre ces dernières dans un état qui permette cette application.

14. Soit une équation dont les racines soient

$$a,\ b,\ c,\ d.\ .\ .\ .\ .\ .\ m\ .\ n.$$

formons successivement les équations qui auront pour racines

$$a^2,\ b^2,\ c^2,\ d^2,\ .\ .\ .\ .\ .\ m^2,\ n^2.$$
$$a^4,\ b^4,\ c^4,\ d^4,\ .\ .\ .\ .\ .\ m^4,\ n^4.$$
$$a^{2^p}, b^{2^p}, c^{2^p}, d^{2^p},\ .\ .\ .\ .\ m^{2^p},\ n^{2^p}.$$

La différence qui se trouve entre chaque racine et la suivante ira toujours en augmentant, jusqu'à tel point qu'en rendant p infini, chaque racine pourra être considérée comme nulle par rapport à celle qui la précède; alors eu égard à cet état de choses, l'équation proposée pourra être assimilée à celle dont nous venons de parler. Elle sera séparable.

Comme tout cela dépend de l'efficient de la racine, on voit qu'il y a pourtant des racines qui échappent à cette séparation. Ce sont les racines égales, (mais on peut les ôter), et les racines imaginaires de même efficient, comme par exemple $\rho(\cos\alpha + \sin\alpha\sqrt{-1})$ et $\rho(\cos\alpha - \sin\alpha\sqrt{-1})$, car celles-là sont toujours renfermées dans le même ordre de grandeur. On ne pourra donc les isoler que par couples.

15. Ainsi donc p étant infini, l'équation en x^{2^p} sera séparable en autant d'équations du 1er degré que φ a de racines réelles, et en autant d'équations du 2e degré que φ a de couples de racines imaginaires.

16. On ne peut évidement rendre p infini, mais on conçoit qu'il est possible de le faire assez grand pour approcher beaucoup de cet état, et en faisant usage des considérations que nous avons énoncées (8 et 9), on peut parvenir à rendre l'équation séparable sans que même p soit fort grand. En effet, puisque le but n'est pas tant d'avoir les racines qu'une approximation de leur valeur, on pourra faire pour chaque efficient choix d'un ordre de décimales devant lequel disparaîtront les efficiens suivans, et dans cet endroit l'équation deviendra séparable.

17. Pour faire entendre ceci plus clairement, soit

$$\varphi = (x - 100)(x - 1)(x - 0.01) = 0$$

l'équation en x^2 sera $(y - 10000)(y - 1)(y - 0.0001) = 0$,
celle en x^4, $(z - 100000000)(z - 1)(z - 0.00000001) = 0$,
que nous mettrons sous la forme

$$z^3 + pz^2 + qz + r = 0.$$

il est clair que si l'on ne veut pas dans les valeurs de z tenir compte des erreurs plus petites que 0.0000001, la plus petite racine sera nulle par rapport aux deux autres, et l'équation se séparera en celles-ci

$$z^2 + pz + q = 0 \text{ et } qz + r = 0,$$

dont la première donnera les deux plus grandes racines, et la seconde la plus petite.

On voit de même que si l'on veut dans l'approximation des racines, négliger les dixaines, la première de ces équations se partagera encore en deux

$$z + p = 0, \text{ et } pz + q = 0,$$

et on aura ainsi les trois racines.

En effet, on a

$$p = -100000001{,}00000001 \quad q = 100000001{,}00000001, \quad r = -1,$$

d'où l'on tire

$$z = 100000001,00000001\,,\quad z = 1\,,\quad z = \frac{1}{100000001,0000001.}$$

valeur dont la première et la dernière sont très-proches des véritables qui sont $(100)^4$ et $\frac{1}{(100)^4}$, et dont la seconde est tout-à-fait exacte, ce qui tient à la forme de notre équation laquelle est réciproque : sans cela, on n'aurait obtenu pour 1, qu'une valeur approchée.

18. Il reste à savoir maintenant comment on reconnaîtra qu'une équation est séparable, et dans quelles limites; et enfin comment on pourra revenir des racines ainsi obtenues à celles de la proposée.

Pour cela j'observe que si l'équation en x^{2^p} est séparable dans de certaines limites, en deux, trois, ou en un plus grand nombre d'équations de divers degrés, l'équation en $x^{2^{(p+1)}}$ sera à plus forte raison séparable en un même nombre d'équations correspondantes à celles-là, et dans les mêmes limites d'approximation.

Chaque fois donc qu'on voudra s'assurer si une tranformée en x^{2^p} est séparable, on formera celle en $x^{2^{(p+1)}}$; ensuite on séparera la première que je suppose en Z, d'abord en équations du 1^er^ degré, puis du 2^e^; on fera la même opération sur celle en $x^{2^{(p+1)}}$ ou en Z^2, et on verra si parmi ces dernières équations, il y en a qui puissent être considérées dans de certaines

limites comme les transformées en Z^2, de celles obtenues par la séparation de l'équation en Z. Alors on pourra dans ces limites regarder l'équation en Z comme séparable, et prendre ces équations partielles pour les résoudre toujours dans les limites où elles s'accordent avec celles en Z^2, ce qui donnera les valeurs d'un certain nombre de racines de φ élevées à la puissance 2^p.

Mais comme $\sqrt[2^p]{x^{2^p}}$, donne en général 2^p valeurs, on se trouverait incertain sur celle qui convient à φ. Pour éviter cela, on formera l'équation en x^{2^p+1}, laquelle sera évidemment séparable dans les mêmes limites que celle en x^{2^p+1}. Ayant donc obtenu ainsi une ou plusieurs équations séparées du premier ou du second degré en x^{2^p} et leurs correspondantes en x^{2^p+1}, on s'en servira facilement pour obtenir celle en x. Car soient les équations

$$ax^{2^p+1}=b,\ a'x^{2^p}=b',$$

on en tire de suite

$$\frac{a}{a'}x=\frac{b}{b'},\ \text{et}\ x=\frac{b\,.\,a'}{b'\,.\,a},$$

si on a les équations du second degré en x^{2^p+1} et x^{2^p}

$$a\left(x^{2^p+1}\right)^2+b\left(x^{2^p+1}\right)+c=0,\ (1)$$

$$a'\left(x^{2^p}\right)^2+b'\left(x^{2^p}\right)+c'=0,\ (2)$$

en les résolvant, on trouve

$$x^{2^p+1} = P \pm \sqrt{Q}$$

et $$x^{2^p} = P' \pm \sqrt{Q'}$$

d'où l'on tire $$x = \frac{P \pm \sqrt{Q}}{P' \pm \sqrt{Q'}}$$

ce qui donne en général quatre valeurs dont les deux convenables se retrouvent facilement, puisque leurs puissances 2^p doivent reproduire

$$P' + \sqrt{Q'} \text{ ou } P' - \sqrt{Q'}.$$

18. On voit que cette manière de résoudre les équations embrasse à la fois les racines réelles et imaginaires, ce qui est son principal avantage. Elle a cependant des inconvéniens sur lesquels nous ne nous appesantirons point, mais qu'un habitude un peu approfondie de l'analyse fait aisément disparaître. Elle est particulièrement utile pour connaître les premières figures des racines réelles ou imaginaires, après quoi on peut employer pour leur détermination plus rigoureuse des méthodes plus exactes.

20. Avant de terminer cette note, il est nécessaire de faire sur la méthode précédente une observation qui tend beaucoup à en simplifier les calculs.

Il est évident que l'opération la plus longue est la formation des transformées en x^2, x^4, etc.; et il faudrait dans plusieurs cas pousser ces transformées très-loin pour rendre l'équation séparable, surtout s'il y a plusieurs racines plus grandes

que l'unité et peu différentes l'une de l'autre. Alors il faut avoir recours à des changemens d'inconnues, ce qui simplifiera beaucoup les calculs.

Si l'on avait une équation par exemple, dont les racines fussent 6, 8.10, 9.80, il faudrait faire 2^p extrêmement grand pour rendre ces valeurs infinies l'une par rapport à l'autre, tandis qu'en faisant $x = 8 + y$, vous trouverez pour y les valeurs

$$0{,}10, \quad -2, \quad +1.80,$$

et il ne faudra pas rendre p très-considérable pour que $(0.1)^{2^p}$ devienne négligeable vis-à-vis de $(2)^{2^p}$, et de $(1.80)^{2^p}$, et par conséquent que l'équation soit séparable, du moins dans de certaines limites.

Il sera donc utile, quand on voudra employer avantageusement cette méthode, dont j'ai eu beaucoup d'occasions de me servir, il sera dis-je utile de faire successivement dans la proposée :

$$x = \pm 1 + y, \quad x \pm 2 + y, \quad x = \pm 3 + y,$$

jusqu'aux limites positives et négatives de x, et d'opérer sur chacune de ces transformées comme nous l'avons indiqué. Par ce moyen, on finira toujours par faire entrer dans l'intervalle de 0 à 1, ou de 0 à -1, une ou plusieurs racines qu'on isolera facilement, en rendant l'équation séparable.

Il suit en outre de cette marche que comme uue racine qui se sera trouvée comprise entre 0 et 1, se trouvera ensuite

entre 0 et — 1, elle sera encore alors dans le cas d'être isolée de nouveau, ce qui fournira le moyen de contrôler la 1re valeur obtenue.

21. Tel est l'esprit d'une méthode que je présente pour ce qu'elle est, c'est-à-dire, pour fort imparfaite. Il y a peut-être moyen de lui donner plus d'exactitude et de rigueur que je n'ai cherché à lui en donner; telle qu'elle est pourtant, elle peut devenir utile dans presque tous les cas, et je pense qu'on pourrait aisément la rendre applicable à toutes les circonstances.

TROISIÈME SUPPLÉMENT.

Sur quelques cas particuliers de la règle des tangentes et des cordes, équations à 2 et 3 termes; équation de Kepler.

1. L'équation $16x^5 - 20x^3 + 5x - t = 0$, que nous avons traitée dans le cours du mémoire, doit principalement la facilité de sa solution, à ce que l'on peut résoudre complettement sa première et sa seconde dérivée; et cette propriété lui est commune avec toute équation qui, quelque soit sa forme répond à une courbe continue de l'espèce de la courbe $y = \varphi$ dont nous nous sommes occupés jusqu'à présent.

On conçoit facilement, en effet, qu'aussitôt qu'on peut trouver pour une telle courbe les points maximums et minimums et ceux d'inflexion, on a toutes les données nécessaires pour faire l'application des règles des cordes et des tangentes. Car prenant d'abord les abscisses des points maximums ou minimums, on s'en servira, comme nous l'avons vu, pour trouver les limites des racines réelles de la proposée. Puis connaissant deux points maximums ou minimums consécutifs qui renferment une racine réelle, et connaissant les points d'inflexion qui se trouvent dans cet intervalle, il n'y aura rien de plus facile que de trouver un arc convexe de la courbe qui contienne le point d'intersection cherché, et alors on agira comme nous l'avons prescrit dans le cours du mémoire.

2. Les équations qui satisfont à la condition précédente, forment une classe nombreuse parmi lesquelles on trouve d'abord les équations à 2 et à 3 termes.

Les premières sont de la forme

$$x^m - a = 0,$$

et l'on a

$$\varphi = x^m - a$$
$$\varphi' = m x^{m-1}$$
$$\varphi'' = m(m-1)x^{m-2}.$$

resolvant φ' et φ'', on trouve $x=0$, pour racine de l'une ou de l'autre. D'où résulte : 1° que la courbe $y=\varphi$ n'a qu'un point maximum lequel correspond à l'abscisse $x=0$, et à l'ordonnée $-a$; 2° qu'on peut avoir un point d'inflexion à ce même point, mais que du reste dans toute son étendue, elle est toute concave ou convexe à peu près à la manière de la parabole. On voit donc que la courbe $y=\varphi$, dans le cas que nous examinons, prendra l'une des deux deux formes de la fig. 8, la 1re ayant lieu pour le cas de m pair, la 2e pour m impair.

Cherchant maintenant un point dont l'abscisse soit plus grande que $\sqrt[m]{a}$, ce qui est facile, on pourra prendre ce point pour le point b du mémoire; celui dont l'abscisse est zéro, pour a, et on pourra tout de suite appliquer les deux formules que nous avons données. On retrouvera ainsi la formule due, je crois, à Haros (Voyez Francœur, tome 2, page 17 et 18).

3. On résoudra exactement de la même manière les équations à trois termes. Soit en effet,

$$\varphi = x^m + Px^{m-n} + R = 0,$$

on a $\varphi' = mx^{m-1} + (m-n)Px^{m-n-1}$

et $\varphi'' = m(m-1)x^{m-2} + (m-n).(m-n-1)Px^{m-n-2}$

polynomes qui peuvent se résoudre complettement, et au moyen desquels on pourra de suite appliquer à la courbe $y=\varphi$, les deux méthodes indiquées.

Si au moyen des racines de φ' et φ'', on examine le cours de la courbe $y=\varphi$, on se convaincra facilement que ces équations à trois termes ne peuvent présenter que les cas suivans.

1° m pair,

n pair et	P positif, ...	4 racines réelles au plus.
	P négatif, ...	2 racines réelles au plus.
n impair, ...		2 racines réelles au plus.

2° m impair,

n pair et	P positif, ...	5 racines réelles au plus.
	P négatif, ...	3 racines réelles au plus.
n impair, ...		3 racines réelles au plus.

on peut connaître d'avance dans une équation à trois termes le plus grand nombre de ses racines réelles possibles, ce qui peut être utile dans beaucoup de cas, et ce qui m'a semblé par soi même un théorême assez intéressant.

4. On peut trouver beaucoup d'autres équations qui fournissent matière à appliquer nos méthodes. Mais une des plus curieuses qui se puisse traiter par nos procédés, c'est l'équation

$$\varphi=x+p\ sin\ x+q=0,$$

équation qui porte encore le nom de Kepler, qui en a proposé le premier la solution, et qu'on ne résout encore que par des moyens indirects et d'un emploi très-pénible.

5. On voit d'abord que quelle que soit la valeur de x, la courbe

$$y = x + p \sin x + q,$$

n'aura jamais de valeurs ni doubles ni infinies, ainsi cette courbe est dans la même catégorie que celle dont nous nous sommes occupés jusqu'à présent. Les mêmes méthodes sont donc applicables.

On a $\varphi' = 1 + p \cos x$, et $\varphi'' = -p \sin x$,

d'où l'on tire

$$\phi' = \text{arc}\left(\cos = -\frac{1}{p}\right) \text{ et } \phi'' = \text{arc}\,(\sin = 0).$$

ϕ' a donc une infinité de valeurs qui sont tous les arcs correspondans à $\cos = -\frac{1}{p}$, de même que ϕ'' a une infinité de valeurs qui sont les arc $0, \pi, 2\pi, 3\pi$, etc., π étant la demi-circonférence.

Pour avoir les limites des valeurs réelles de ϕ, on substituera donc successivement dans φ à la place de x, tous les arcs dont le *cosinus* est $-\frac{1}{p}$, jusqu'à ce qu'on trouve deux résultats de signes contraires, alors on sera sur de trouver entre ces limites une racine de φ, et partout ailleurs il n'y en aura pas. (Voy. mém. nº 18).

6. Soit a le plus petit des arcs correspondans à $\cos = -\frac{1}{p}$, les autres arcs du même *cosinus* seront

$$2\pi - a,\ 2\pi + a,\ 4\pi - a,\ 4\pi + a,\ 6\pi - a,\ 6\pi + a, \text{ etc.},$$

et le résultat de leur substitution pour x dans φ sera en général de la forme

$$2n\pi \pm a + p \sin(2n\pi \pm a) + q,$$

mais $\sin(2n\pi \pm a)$ ne peut être que $\pm\sqrt{1-\frac{1}{p^2}}$; ainsi

$$p \sin(2n\pi \pm a) + q,$$

ne recevra jamais que 2 valeurs dans toutes ces substitutions, tandis que $2n\pi \pm a$ deviendra toujours de plus en plus grand: il arrivera donc un terme où il sera plus grand que la plus grande des deux valeurs absolues de $p \sin(2n\pi \pm a) + q$; passé ces termes, les résultats des substitutions de $2n\pi \pm a$ dans φ à la place de x, seront évidemment toujours positifs. Il sera donc inutile de pousser l'opération plus avant, puisqu'il est clair que φ n'a point de racine au-delà de cette valeur.

Lorsqu'on aura trouvé deux limites d'une racine, on pourra, connaissant les racines de φ'', s'assurer tout de suite si φ a un point ou des points d'inflexion entre ces limites. Ces points d'inflexion (1) divisant la courbe entre ces limites en un certain nombre d'arcs tout convexes ou concaves, on cherchera et on trouvera tout de suite par la substitution sur lequel se trouve le point d'intersection correspondant à la racine cherchée.

Alors on pourra employer la méthode des tangentes et

(1) Il est bon d'observer qu'il n'y en aura jamais plus de deux entre deux racines de la dérivée φ'.

celle des cordes, bien entendu toutefois que dans cette opération, comme dans tous les calculs préliminaires, il faut employer l'arc x, exprimé en parties du rayon, pour qu'il soit homogène avec son sinus.

7. Pour donner un exemple de tout ceci, supposons qu'on ait à résoudre l'équation

$$x - \frac{5}{4} \sin x - 4 = 0,$$

dans laquelle

$$\varphi = x - \frac{5}{4} \sin x - 4$$

$$\varphi' = 1 - \frac{5}{4} \cos x$$

$$\varphi'' = \quad \frac{5}{4} \sin x,$$

on a donc $\psi' = \text{arc}\left[\cos = \frac{4}{5}\right] = 2n\pi \pm (36^\circ.52'.20'')$.

en n'ayant pas égard aux unités de secondes. Le rayon étant 1, on trouve pour la longueur de cet arc 0.64353, en se bornant à cinq décimales. On a $\pi = 3.14159$, ainsi les racines de φ' sont toutes réprésentées par

$$\psi' = 6.28318.n \pm 0.64353,$$

n étant arbitraire.

D'un autre côté le *sinus* de $36^\circ.52'.20''$ est positif et égal à $\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{25-16}{5}} = \frac{3}{5}$, et il reste le même pour tous les arcs $2n\pi \pm (35^\circ.52'.20'')$, à l'exception qu'il doit être

employé avec le même signe que celui qui affecte l'arc $36^{\circ}.52'.20''$. Cela posé, faisons les substitutions dans φ, nous formerons le tableau suivant en observant que nous rejetterons les arcs négatifs :

$$n=0,\ x=0.64353,\ \sin x=+0.6,\ \varphi=-4.10647$$
$$n=1,\ x=5.63965,\ \sin x=-0.6,\ \varphi=+2.38965.$$

Ainsi φ a une racine entre $x=0,64353$ et $x=5.63965$; mais il est inutile d'en chercher au-delà de cette dernière limite, (voyez 6); car on voit qu'après $x=5.63965$, tous les arcs résultans de la formule $2\pi n \pm 0,64353$ seront plus grands que $0.75+5$, ainsi φ ne changera plus de signe.

Venons en maintenant aux racines de φ'', on a

$$\varphi''=\frac{5}{4}\sin x=0,$$

d'où $\sin x=0$, et $\phi''=\text{arc}[\sin=0]=K\pi$, K étant un entier arbitraire et π la demi-circonférence ou 3.14159. Une des racines de φ'', laquelle est 3.14159, tombe donc entre les deux limites que nous venons d'assigner à ϕ. Substituant dans φ, $x=3.14159$ et $\sin x=0$, on trouve

$$\varphi=3.14159-4=-0.85841$$

d'où suit que le point d'intersection cherché se trouve sur l'arc compris entre les abscisses 5.63965 et 3.14159, lequel arc est sans inflexion.

Pour y appliquer les deux méthodes, cherchons de quel côté

la courbe tourne sa convexité vers les x. Nous avons

$$\varphi(5.63965) > 0 \text{ et } \varphi''(5.63965) = \frac{5}{4}[-0.6] < 0.$$

Ainsi à ce point, la courbe est concave vers les x; elle est donc convexe au point correspondant à l'abscisse 3.14159. C'est donc ce dernier point dont l'abscisse représente le b du mémoire (41) tandis que l'abscisse de l'autre représente la quantité a.(45).

b' et a' étant de secondes limites, on a donc

$$b' = b - \frac{\varphi a}{\varphi' a} = b - \frac{b - \frac{5}{4} \sin b - 4.}{1 - \frac{5}{4} \cos b.} = 3.14159 + 0.38151$$

$$\text{et } a' = a - \frac{\varphi a.}{\varphi a - \varphi b}(a - b) = 5.63965 - 1.82381 = 3.81584,$$

d'où l'on conclut que la racine ou l'arc cherché est entre les longueurs 3.5 et 3.8, correspondantes aux angles 200°.32'.10" (1), et 317°.43'.30", dont les *sinus* et *cosinus* sont

pour le premier : $\sin = -0.35079$ et $\cos = -093645$.
pour le second : $\sin = -0.61188$ et $\cos = -079095$.

Mettant maintenant ces valeurs dans les formules

$$b'' = b' - \frac{\varphi(b')}{\varphi'(b')} \text{ et } a'' = b' - \frac{\varphi b'}{\varphi(a') - \varphi(b')}(a' - b'),$$

(1) Il y a dans Callet une table très-commode pour cette réduction, on la trouve immédiatement avant les 1[res] tables de Sinus.

on trouve pour l'arc cherché les nouvelle limites,

$$b'' = 3.5 + 0.02834 = 3.52834$$
$$a'' = 3.5 + 0.029\ldots = 3.529\ldots$$

d'où il suit que l'arc cherché est compris entre les longueurs 3.528, et 3.529, correspondantes aux arcs de 202°.8'.30", et 202°, 11'.50", limites qui ne diffèrent déjà plus de 4'.

En faisant encore une opération semblable, on pousserait l'approximation jusqu'aux dixaines de secondes, dernière limite des erreurs que l'on peut commettre avec les cinq décimales que nous avons employées. Il est à remarquer que dans cette équation la difficulté et la longueur des calculs n'augmentent pas avec le degré d'approximation qu'on veut obtenir, ce qui est un très-grand avantage. Au reste ceux qui connaissent combien il est pénible de résoudre cette équation par les méthodes connues, me pardonneront sans doute de m'y être arrêté si long-tems.

FIN.

Pl. I.

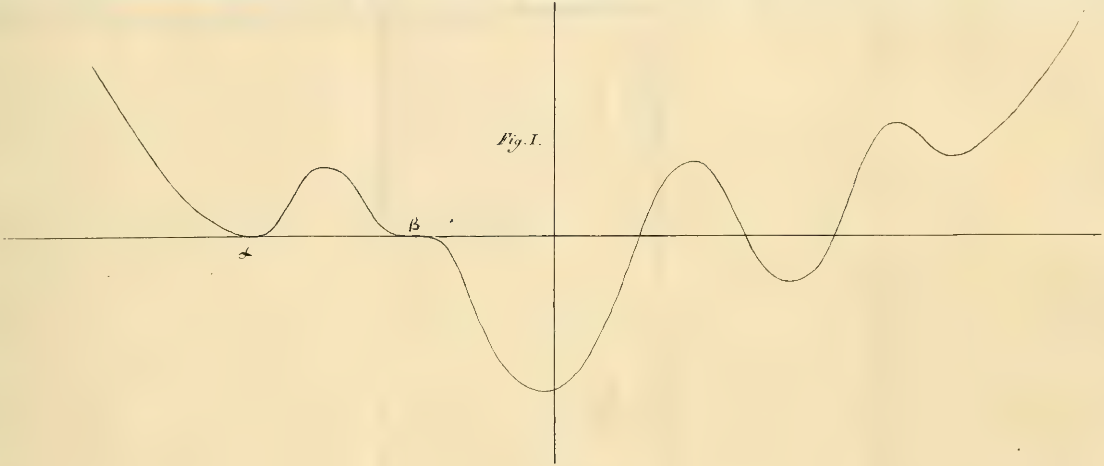


Fig. I.

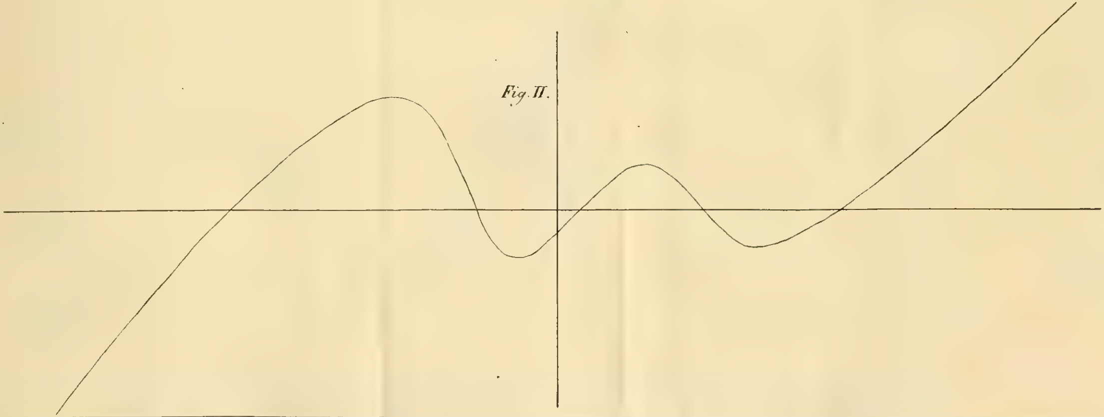
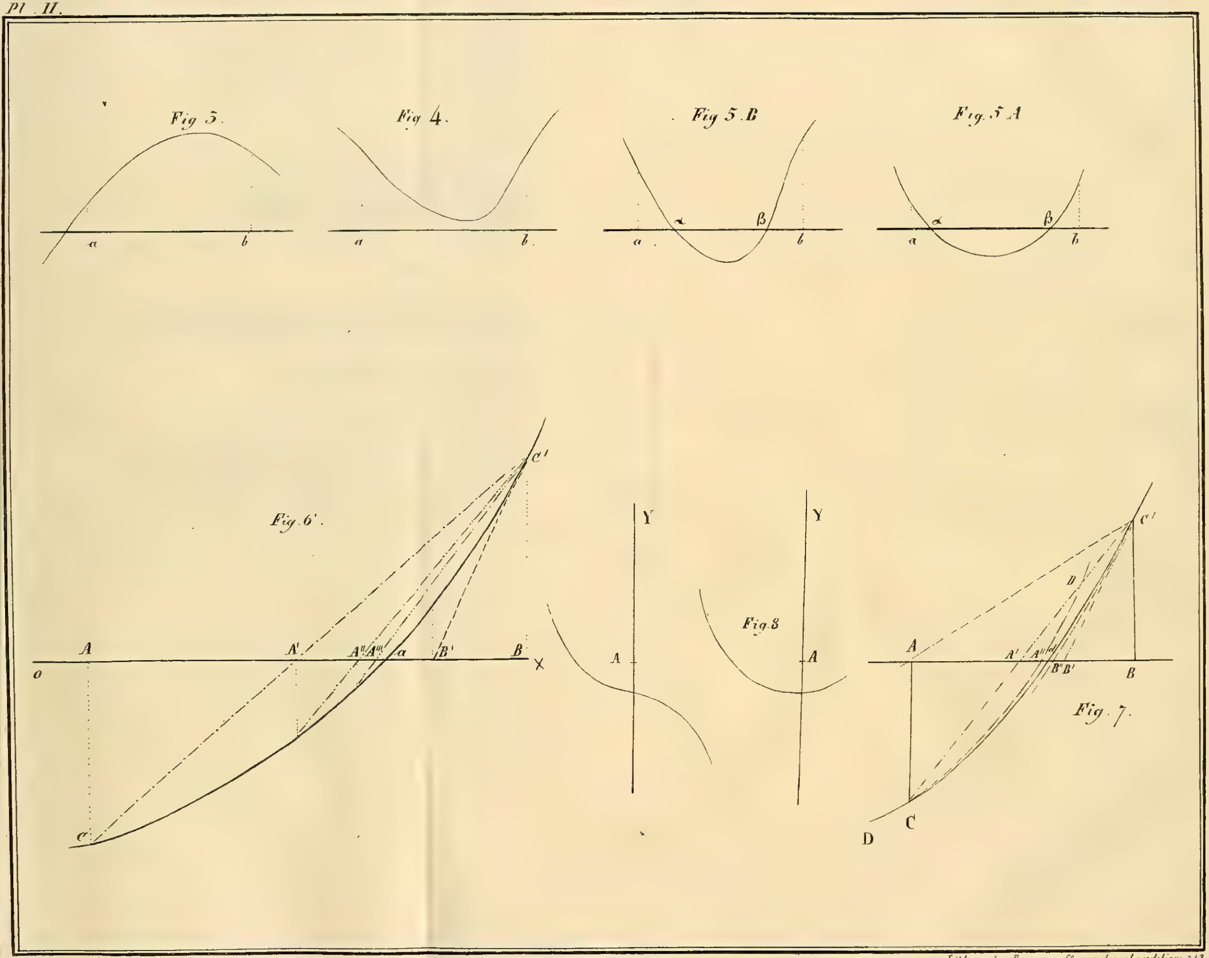


Fig. II.

Lithog. de Burggraaff rue des chandeliers 343

Pl. II.



Lithog. de Burggraaff, rue des chandeliers 343.

MÉMOIRE

SUR

L'HYPERBOLOÏDE DE RÉVOLUTION,

ET SUR LES HEXAGONES

DE PASCAL ET DE M. BRIANCHON;

Par G. DANDELIN, OFFICIER DU GÉNIE MILITAIRE.

MÉMOIRE

SUR

L'HYPERBOLOÏDE DE RÉVOLUTION,

ET SUR LES HEXAGONES

DE

PASCAL ET DE M. BRIANCHON.

THÉORÈME.

Quelles que soient les positions respectives d'un cône droit et d'un plan dans l'espace, il faut toujours qu'ils se coupent quelque part; et l'on peut en général concevoir deux sphères, qui, touchant le cône dans son intérieur, touchent aussi le plan sécant. Alors les deux points de contact du plan et des sphères sont les foyers de la section conique.

Par l'axe du cône menons un plan perpendiculaire au plan de la section. Il coupera le cône suivant AS et BS, les deux Fig. 1. sphères suivant les cercles C et c tangentes à ces deux directes, et le plan de la section suivant la droite Ff tangente aux deux cercles en F et f, qui seront les points de contact des sphères et du plan de la section.

Les deux sphères toucheront le cône suivant deux cercles parallèles, perpendiculaires tous deux au plan ASB, et dont les traces sur ce plan sont *ab* et AB.

Tout cela posé, menons quelque part une arète ST du cône; cette arète touchera les deux sphères en *t* et en T sur la circonférence des cercles ATB et *atb*, et la distance T*t* sera évidemment égale à A*a*.

Cette arète coupera aussi le plan de la section en un point *m*, dont la projection est en *m'* sur la trace ou le grand axe de la section, et si on mène les droites *mf*, *m*F, elles seront tangentes l'une à la sphère C, l'autre à la sphère *c*; mais *mt* est aussi tangente à la sphère *c*, donc *mt* et *mf* sont égales, et par la même raison on a aussi *m*T = *m*F. D'où il suit que *m*T + *mt* ou *t*T ou A*a* est égal à la somme des rayons *m*F et *mf* menés des points F et *f*, au point *m* de la courbe; mais comme le point *m* est arbitraire et que A*a* est constant, on voit que cette propriété a lieu pour tous les points de la section; ainsi cette courbe est une ellipse dont les foyers sont F et *f*.

On démontrerait exactement de la même façon la même chose pour la parabole et l'hyperbole, ainsi nous regarderons notre théorème général comme démontré.

On pourrait facilement prouver en renversant ce raisonnement que par toute section conique dont on connaît un foyer, on pourra toujours faire passer un cône tangent à toute sphère tangente elle-même au plan de la section à son foyer; soit, par exemple, D*d* le grand axe de la courbe donnée, *f* son foyer, DS*d* un plan perpendiculaire au plan de la courbe; on

trace sur ce plan un cercle quelconque tangent à l'axe Dd en f, puis menant par les extrémités de l'axe les tangentes dS, DS, le point S sera évidemment le sommet d'un cône droit qui passera par la courbe donnée, ce qu'il est facile de prouver; car d'après ce que nous avons vu, son intersection avec le plan de cette courbe aura pour foyer f, et pour grand axe Dd; c'est tout ce qu'il faut pour être identique avec la courbe donnée.

3. On voit que le nombre des cônes qu'on pourra déterminer ainsi est infini. Du reste, ce qu'ils ont de commun est d'abord d'avoir tous leurs sommets dans un même plan. Ensuite on a toujours $DS = Da + aS$, $dS = db + bS$, $Da = Df$, $db = df$, $Sa = Sb$, d'où l'on tire,

$$DS - dS = Df - fd = Ff;$$

d'où il suit que tous les sommets des cônes qui passent par une ellipse, sont sur une hyperbole qui a pour foyers les bouts du grand axe de l'ellipse, et pour grand axe l'excentricité de l'ellipse. Un théorème semblable a lieu pour la parabole et pour l'hyperbole, et se démontre aussi aisément. Cette propriété des sections coniques a du reste été démontrée par mon savant collègue, M. *Quetelet*, qui, je pense, l'a le premier reconnue.

4. Si l'on place une ligne droite indéfinie de manière à ce qu'elle soit en contact avec une sphère, et qu'on donne ensuite à la sphère un mouvement de rotation autour d'un de ses diamètres rendu immobile, elle emportera avec elle la droite qu'on lui suppose adhérente, et qui, dans ce mouvement, décrira la surface appelée *hyperboloïde de révolution*.

L'hyperboloïde de révolution contient le cône droit comme cas particulier; on n'a pour cela qu'à donner à la droite une position telle qu'elle coupe le diamètre fixe. Ainsi on est en droit de conclure que toutes les sections coniques peuvent être considérées comme venant de l'hyperboloïde; mais on peut démontrer cela autrement.

5. Sur le prolongement du diamètre immobile, et avant le mouvement de rotation, on peut supposer les centres d'autant de sphères qu'on voudra, tangentes à la ligne droite dont nous avons parlé, et que nous nommerons *génératrice;* ensuite mettant tout le système en rotation, toutes ces sphères seront tangentes, suivant des cercles perpendiculaires au diamètre immobile, à l'hyperboloïde engendrée.

Toutes ces sphères, pourront, en rigueur, être considérées comme les cas particuliers d'une même sphère variable de centre et de rayon, et qui glisserait dans l'intérieur de l'hyperboloïde.

6. Si par le point de contact de la sphère primitive et de la génératrice, on avait mené une autre droite également tangente à la sphère, et faisant avec le diamètre immobile un angle supplément de celui que fait, avec cet axe, la première génératrice, cette seconde droite aurait dans le mouvement de rotation engendré une surface absolument identique avec la première.

On peut donc concevoir l'hyperboloïde de révolution comme composée de deux systèmes de droites, faisant toutes les mêmes angles, mais en sens inverse avec l'axe de la surface.

En sorte qu'appelant un de ces systèmes, système *direct*, et l'autre système *inverse*, on pourra établir que :

7. Par tout point de l'hyperboloïde passent deux génératrices, l'une directe, l'autre inverse.

8. Que chaque génératrice directe, rencontre toutes les inverses et réciproquement.

9. Qu'une génératrice directe ne peut jamais rencontrer une génératrice directe; et vice-versâ, que les génératrices inverses ne peuvent jamais se couper.

10. Théorème. *Deux sphères tangentes à l'hyperboloïde étant données, si on mène un plan* P *tangent en* F *et* f *à ces deux sphères, il coupera l'hyperboloïde suivant une courbe analogue aux sections coniques, et dont les foyers seront* F *et* f.

Soient O et o les centres des deux sphères que nous désignerons par l'indication de leurs centres. Ces deux sphères toucheront l'hyperboloïde suivant deux cercles parallèles C et c. Par un point quelconque m de l'intersection de l'hyperboloïde et du plan P, menons une génératrice quelconque. Elle sera tangente quelque part en T et t aux deux sphères, et les points T et t se trouveront, l'un sur le cercle C, l'autre sur c.

Maintenant par le point m menons les droites mF et mf; la première sera évidemment égale à mT, la seconde à mt, puisque les deux premières sont deux tangentes menées du point m à la sphère O, et les deux secondes à la sphère o.

Or, il arrivera de deux choses l'une; ou le point m sera compris entre les cercles C et c, et alors tous les autres points

de la section y seront compris; ou le point sera hors de l'intervalle entre les cercles, et alors la même chose aura évidemment lieu pour tous les autres points de la section.

Dans le premier cas on aura :

$$mF + mf = mT + mt = Tt,$$

dans le second, on aura

$$mF - mf = mT - mt = Tt.$$

Mais T*t*, c'est-à-dire la longueur de la portion de génératrice, comprise entre les cercles C et *c*, est constante quelle que soit la position du point *m* : donc dans le premier cas la courbe sera une ellipse dont les foyers seront F et *f*; et dans le second cas, une hyperbole dont les foyers seront aussi F et *f*.

11. Il peut se présenter un cas où il ne puisse être mené qu'une sphère tangente au plan sécant, ce cas est celui de la parabole. Je crois inutile de m'y arrêter, puisque ce n'est qu'une particularisation des deux autres.

12. Théorème. *Par toute section conique on peut mener une hyperboloïde de révolution.*

Par l'extrémité du grand axe menez une droite à volonté hors du plan de la courbe; par chacun des foyers menez une sphère tangente au plan de la courbe et à la droite : faites alors tourner la droite et les deux sphères autour du diamètre commun à ces dernières, vous formerez une hyperboloïde dont la section aura deux foyers et un bout du grand axe, commun avec la courbe proposée; c'est tout ce qu'il faut pour établir l'identité.

En considérant la parabole comme une ellipse d'une excentricité infinie, le raisonnement ci-dessus s'y applique mot à mot. Ainsi, toute section conique peut être considérée comme si elle appartenait à l'hyperboloïde.

Le théorème précédent (10) est susceptible d'une extension intéressante que voici.

Un plan quelconque P et une hyperboloïde de révolution étant donnés, en faisant prendre à une sphère tangente à l'hyperboloïde toutes les positions possibles, elle finira par couper quelque part le plan P; alors *il sera possible de mener par la section sur l'hyperboloïde deux cônes droits tangens à la sphère. Ensuite, si par l'une des extrémités du diamètre perpendiculaire à* P, *on mène deux droites aux sommets des deux cônes, elles couperont le plan* P, *suivant les deux foyers de la section.*

Ce théorème se déduit si simplement de ce que nous avons vu, que je n'ai pas cru nécessaire de le démontrer. On peut en tirer quelques corollaires curieux, mais ils se présenteront d'eux-mêmes à ceux qui sont curieux de ces sortes de choses.

13. Imaginons sur l'hyperboloïde les traces de six génératrices, trois directes et trois inverses. Chaque génératrice sera coupée en trois points par les trois génératrices du système opposé, ce qui donnera en tout dix-huit points d'intersection, qui se réduisent à neuf points différens : parmi ces points, prenons en six arbitrairement, mais tels pourtant qu'il n'y en ait jamais plus de deux sur la même droite; nous formerons un hexagone gauche dont les côtés seront alternativement formés de segmens de génératrices directes et inverses. Désignons ces côtés par les lettres

$$d,\ i,\ d',\ i',\ d'',\ i''.$$

La lettre d se rapportant aux génératrices directes, et la lettre i aux inverses, et ces lettres étant dans l'ordre des côtés, en sorte que d soit contigu à i, i à d'.... et i'' à d. Désignons en outre l'angle formé par deux côtés par les deux lettres accolées surmontées du signe $\wedge$, et les points communs à deux côtés par ces lettres simplement accolées, en sorte que $\widehat{di}$ soit l'angle des arrètes d et i, et di le sommet de cet angle; nous aurons tout ce qu'il faut pour reconnaître dans l'espace toutes les parties de notre hexagone.

14. Avant d'aller plus loin, je dois définir les angles et les côtés *opposés*. Les côtés opposés sont ceux qui, dans l'ordre des côtés, sont séparés par deux autres côtés; ainsi les côtés d et i' sont opposés; les angles opposés sont ceux formés par des côtés respectivement opposés; ainsi l'angle $\widehat{di}$ est opposé de $\widehat{i'd''}$. Les diagonales sont les droites qui joignent les sommets des angles opposés.

15. Théorème. *Dans l'hexagone gauche tracé sur l'hyperboloïde, les plans des angles opposés se rencontrent deux à deux suivant trois droites, situées dans un même plan.*

En effet, soient d'abord les côtés opposés d et i', comme ils font partie d'une génératrice directe et d'une inverse, ils se rencontrent évidemment en un point di'.

Les deux génératrices opposées i'' et d' se rencontreront aussi en $i''d'$; ainsi le plan de l'angle $\widehat{i''d}$ et le plan de l'angle opposé $i'd'$ passeront tous deux par les points di', $d'i''$: leur intersection passera donc par ces points.

On voit de même que l'intersection des plans des angles opposés $\widehat{di}$ et $\widehat{i'd''}$ passera par les points di' et id''.

Et enfin, l'intersection des plans des deux derniers angles opposés id' et $d''i''$ passera par les points id'' et $d'i''$.

La première et la seconde ont donc le point di' commun, La seconde et la troisième le point id'', et enfin la troisième et la première le point $i''d'$; ces trois droites sont donc comprises dans un même plan passant par les points di', id'', $i''d'$.

16. Par une section conique faisons passer une hyperboloïde de révolution. Prenons sur la courbe six points arbitraires d, i, d', i', d'', i'', et faisons passer par ces points autant de génératrices de même indice, comme au nº 13. Les traces des angles plans de l'hexagone, tracé ainsi sur l'hyperboloïde, étant prises dans le plan de la courbe, formeront un hexagone inscrit à cette courbe, et dont les côtés opposés correspondront aux angles opposés de l'hexagone gauche. Les intersections de ces côtés prolongés, s'il le faut, se trouveront donc aux points où le plan de la courbe est coupé par les lignes d'intersection des plans des angles opposés de l'hexagone gauche; mais ces dernières lignes étant dans un même plan, leurs intersections avec le plan de la courbe seront en ligne droite, donc :

Les trois points résultant des intersections des trois couples des côtés opposés d'un hexagone quelconque inscrit à une section conique, sont toujours en ligne droite.

17. Ce beau théorème dû à *Pascal*, et que l'on a jusqu'à présent démontré de diverses manières, mais presque toujours

en employant l'analyse, me semble avoir dû être découvert par une méthode à-peu-près analogue à celle que je viens d'employer; et en effet, quand on examine bien cette marche, on voit qu'elle n'exige ni calculs, ni connaissance de la théorie des surfaces du second degré, et que du reste elle est très-analogue au caractère des recherches d'alors. Il paraît que *Pascal* voulait partir de cette propriété pour sa théorie des sections coniques. Il est effectivement facile d'en déduire toutes les propriétés de ces courbes, d'une manière fort élégante; mais ce n'est point ici le lieu de traiter cette question.

18. *Si dans l'hexagone gauche on mène les trois diagonales qui joignent les sommets des trois couples des angles opposés, ces trois diagonales passent par le même point.*

Soient en effet les deux angles opposés $\widehat{i''d}$ et $\widehat{i'd'}$: par les deux génératrices d'espèce opposée i'' et d', menons le plan $\widehat{i''d'}$ (1), ce qui est possible, ce plan contiendra la diagonale qui joint les sommets des deux angles.

Menons ensuite le plan $\widehat{di'}$; il contiendra également cette diagonale.

Soient encore les deux angles opposés $\widehat{di}$ et $\widehat{i'd''}$: on voit que la diagonale qui joint leurs sommets, se trouve à la fois sur les deux plans $\widehat{di'}$ et $\widehat{id''}$.

---

(1) Nous nous servons pour exprimer le plan de deux lignes de la même notation que pour exprimer leur angle, ce qui est sans inconvénient, et d'ailleurs exprime assez bien ce qu'on veut dire, puisqu'en effet les deux côtés d'un angle déterminent absolument la position d'un plan.

Et enfin soient les deux angles opposés $\widehat{id'}$ et $\widehat{d''i''}$, leur diagonale sera visiblement sur les plans $\widehat{id''}$ et $\widehat{d'i''}$.

La première et la seconde diagonale sont donc sur un même plan $\widehat{di'}$, la seconde et la troisième sur un autre plan $\widehat{id''}$, la troisième et la première ensemble, aussi sur un troisième plan $\widehat{d'i''}$. Ces trois diagonales sont donc les arêtes de l'angle trièdre formé par les trois plans $\widehat{di'}$, $\widehat{id''}$, $\widehat{d'i''}$: elles passent donc toutes trois par son sommet; ce qu'il fallait démontrer.

19. On sait que par toute section plane faite dans une hyperboloïde, on peut faire passer un cône tangent à la surface de l'hyperboloïde. D'après cela, soit une section conique quelconque; faisons passer par cette section une hyperboloïde de révolution; menons le cône tangent à cette surface, et considérons tout le système que nous allons décrire comme une opération de perspective, l'œil étant au sommet du cône, et le plan de la courbe servant de tableau.

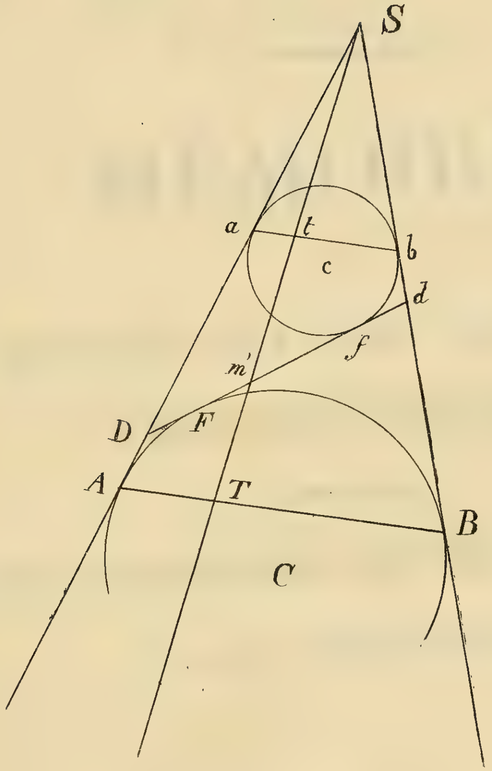
Prenons à volonté sur la courbe six points d, i, d', i', d'', i'', et faisons passer par ces six points six génératrices d, i, d', i', d'', i'', alternativement directes et inverses, nous reformerons l'hexagone gauche du nº 13.

En observant que si l'on mène par un de ces points un plan tangent à l'hyperboloïde, il passera par le sommet du cône tangent que nous avons supposé construit, ainsi que par la génératrice qui passe au point de contact, nous nous convaincrons facilement que la perspective de chaque génératrice sur le plan de la section sera une tangente à la section. Ainsi, la

perspective de l'hexagone gauche sera un hexagone circonscrit à la courbe, qui aura pour diagonale la perspective des trois diagonales de l'hexagone gauche; mais celles-ci se croisant en un seul point, il en est de même de leurs perspectives; donc :

Dans un hexagone circonscrit à une courbe du genre des sections coniques, si on mène les trois diagonales qui joignent les angles opposés, elles se croiseront en un même point. C'est le théorème de M. *Brianchon.*

20. La démonstration de ce théorème et de celui de *Pascal*, étant le but principal de cette note; je ne m'appesantirai point sur plusieurs corollaires intéressans qu'on pourrait employer à la solution d'un grand nombre des plus beaux problèmes de géométrie. Je désire seulement que la simplicité et la facilité avec laquelle nous sommes parvenus à la démonstration de ces deux théorèmes, puisse engager quelque géomètre à s'occuper encore de cette partie agréable et piquante des mathématiques.



Mém. de Mr. Dandelin

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE.

MÉMOIRE

SUR

UNE NOUVELLE MANIÈRE DE CONSIDÉRER LES CAUSTIQUES,

PRODUITES,

SOIT PAR RÉFLEXION SOIT PAR RÉFRACTION;

PAR A. QUETELET.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE.

MÉMOIRE

SUR

UNE NOUVELLE MANIÈRE DE CONSIDÉRER LES CAUSTIQUES,

PRODUITES

SOIT PAR RÉFLEXION SOIT PAR RÉFRACTION.

PREMIÈRE PARTIE.

CATOPTRIQUE.

Lorsque des rayons partis d'un même point, vont tomber sur la génératrice d'une surface, et qu'ils se réfléchissent sous des angles égaux aux angles d'incidence, ils forment une surface, qui en général est une surface réglée. Cette surface varie en même temps que la génératrice, et deux de ses positions consécutives se coupent suivant une certaine ligne, laquelle est la caractéristique d'une enveloppe qui a pour enveloppée la

surface réglée mobile. En physique, on a donné à cette enveloppe le nom de *caustique par réflexion* de la surface réfléchissante, parce que c'est sur elle que se concentrent, pour ainsi dire, les rayons réfléchis. Toute la catoptrique repose sur la considération de ces surfaces. S'il s'agissait de rechercher leur nature par l'analyse, il suffirait de consulter les beaux mémoires que *Malus* a insérés dans le Journal de l'École polytechnique, et dans le second volume des savans étrangers, publié par l'Académie des sciences de Paris : mais les formules qu'ils contiennent, en embrassant la solution de tous les problèmes que l'on peut se proposer, sont nécessairement fort compliquées, et offrent peut-être quelque difficulté quand on passe à l'application. Il suffit en effet, pour les usages les plus ordinaires, de connaître la théorie des rayons réfléchis sur des surfaces de révolution, de savoir construire les foyers, les points brillans, les images réfléchies, les lignes uniformément éclairées, etc. Or, c'est ce que plusieurs géomètres se sont proposé depuis, et leurs travaux semblent laisser peu de chose à désirer (1).

Notre but, en revenant sur le même problème, ne sera donc pas de répéter ce qui a déjà été dit, mais d'essayer d'offrir quelques vérités nouvelles. Au lieu de considérer les

---

(1) On peut consulter les Annales mathématiques de M. Gergonne, les Développemens de géométrie de M. Dupin, les Traités de géométrie descriptive de MM. Lavallée et Hachette, une Dissertation de M. Lobatto, et une autre de M. Aug. De la Rive de Genève, dont le discours d'introduction nous dispense d'entrer dans de plus grands détails sur la partie historique de cette branche des mathématiques.

caustiques mêmes, nous avons employé les courbes qu'on peut considérer comme leurs développantes, et nous sommes parvenus à ce théorème général : *La caustique par réflexion pour une courbe quelconque éclairée par un point brillant, est la développée d'une autre courbe, laquelle a la propriété d'être l'enveloppe de tous les cercles qui ont leurs centres sur la courbe réfléchissante, et qui passent par le point brillant.*

Ces courbes enveloppes, que nous nommerons par analogie *caustiques secondaires,* peuvent être d'une très-grande utilité dans la catoptrique. En effet, le point brillant, la courbe réfléchissante, la caustique principale et la caustique secondaire ont de telles relations ensemble, qu'il suffit de connaître deux de ces quatre choses pour en déduire les deux autres, pourvu que les deux données ne soient pas les deux caustiques, ce qui ne formerait qu'une seule condition, l'une de ces courbes étant la développée de l'autre. On remarquera de plus que, quand on considère ces quatre choses dans l'espace, les trois courbes dont nous venons de parler, sont les génératrices de la surface réglée sur laquelle se trouvent tous les rayons réfléchis. Cette surface se trouve, conséquemment, entièrement déterminée de cette manière. Par le principe que nous venons de poser, nous faisons dépendre la construction des caustiques de celle des développées, et nous réduisons ainsi deux principes à un seul.

Nous nous proposons de faire, dans la première partie de ce mémoire, l'application du théorème que nous venons d'énoncer à la théorie des surfaces de révolution. Dans la seconde partie, nous verrons que ce théorème, légèrement modifié quand il s'agit de la réfraction, ne perd rien de sa

généralité. Nous verrons aussi, en passant, comment on peut déterminer facilement par points les lignes uniformément éclairées, c'est-à-dire celles pour lesquelles les rayons incidens tombent partout sous des angles égaux. Nous avons tâché de rendre nos idées par la géométrie descriptive, parce qu'elle peint mieux les choses, et nous avons renvoyé aux notes toutes les propositions qui dépendent du calcul.

I.

Des surfaces engendrées par des rayons qui se réfléchissent sur les surfaces de révolution.

1. Concevons un faisceau de rayons émanés d'un même point, et tombant sur une surface de révolution qui les réfléchit : concevons en même temps, pour mieux suivre la marche de ces rayons, la surface réfléchissante partagée en anneaux par des plans perpendiculaires à l'axe de révolution. En prenant les anneaux infiniment étroits, nous pourrons les considérer comme des anneaux cylindriques ou coniques; et alors le problème se réduira à examiner la nature de la surface sur laquelle se trouvent les rayons émanés d'un même point, après avoir subi une réflexion sur un de ces anneaux.

Fig. 1. 2. Commençons par supposer l'anneau de forme cylindrique, et le point d'où s'échappent les rayons dans une position quelconque. Soient, par exemple, L et L' les projections horizontale et verticale du point, FIE et $f'i'e'$ les projections de l'anneau, MN étant la ligne de terre. Si les rayons ne rencontraient point l'obstacle de l'anneau, ils continueraient à se mouvoir en ligne droite, et se trouveraient sur une surface

conique dont le point (L, L′) serait le sommet, et dont la circonférence (FIE, $f'i'e'$) serait une des sections; de sorte que si on les interceptait par un plan MN, parallèle au plan du cercle $f'e'$, et situé à une distance double du sommet, les rayons se trouveraient sur une nouvelle circonférence (PGB, *pgb*) double de la première. Mais en raison de l'obstacle de l'anneau qui les réfléchit sous un angle égal à l'angle d'incidence, les rayons seront détournés de leur marche primitive. Pour savoir alors ce qui arrivera, il suffira d'examiner leurs projections horizontales, en observant que ce sont les côtés de triangles rectangles qui ont pour hypothénuses les rayons réfléchis, et pour hauteurs les perpendiculaires égales, abaissées des différens points de l'anneau réfléchissant sur le plan horizontal.

Un rayon incident LI, au lieu de continuer sa marche jusqu'en G, sera réfléchi dans la direction IH, comme s'il arrivait du point C, et la distance IH sera égale à IG=IL; de plus l'angle LIO=OIH, donc OH=LO.

Comme le même raisonnement aurait lieu pour tous les rayons réfléchis par les différens points de la circonférence FIE, il en résulte que *les rayons réfléchis, en arrivant sur le plan de projection horizontal, le coupent selon une seconde circonférence* LHQ, *concentrique à la circonférence réfléchissante, et passant par la projection horizontale* L *du point émanateur.*

3. Avant d'aller plus loin, nous remarquerons que, d'après ce qui vient d'être dit, on peut considérer la surface de réflexion comme engendrée par une droite, assujettie à glisser sur deux circonférences, parallèles et concentriques, dont elle parcourt

l'une avec une vitesse uniforme, tandis qu'elle parcourt deux fois la seconde également avec une vitesse uniforme. Si l'on partage, par exemple, la circonférence réfléchissante en *n* parties égales, et la circonférence inférieure dans le même nombre de parties; si, de plus, par les points de division 1, 2, 3,.....$n-1$, n, de la première on mène les droites 12, 24, 36.....etc., vers les points correspondans de rang pair dans la seconde, toutes ces droites seront sur la surface réglée dont il s'agit.

Fig. 2. On peut voir un exemple d'une pareille construction dans la figure 2. Le point émanateur est supposé avoir sa projection horizontale en L sur la projection de la circonférence réfléchissante. Si l'on suppose que ce point soit lumineux; encoupant la surface réfléchie par des plans parallèles à la base, on verra une suite de courbes brillantes dont la plus remarquable est celle que l'on obtiendra en faisant passer le plan sécant $l''e''$ par le tiers de la hauteur. C'est la courbe que l'on nomme ordinairement la *caustique* du cercle : c'est là que tous les rayons, en se croisant, forment une arète de rebroussement et concentrent la plus forte lumière. On sait que ses différens points sont au tiers des rayons réfléchis. Quant aux autres sections, on peut les considérer par rapport à celle-ci comme des *caustiques secondaires* : c'est le nom que nous leur donnerons par la suite : elles sont en général beaucoup moins brillantes que la caustique *principale*, mais leurs propriétés sont tout aussi remarquables.

La caustique principale a un point de rebroussement pour le cas que nous examinons. Les sections faites par des plans tels que $l''''e''''$, situés plus bas que $l''e''$, donnent des courbes QRPR qui ont un nœud; et quand le plan est plus haut que

$l''e''$, les caustiques secondaires n'ont que deux points d'inflexion. Ces courbes affectent donc trois formes; et la caustique principale, unique dans son genre, sert de passage, des caustiques secondaires qui ont un nœud, à celles qui n'en ont pas, à peu près comme la parabole, sur le cône, sert de passage des ellipses aux hyperboles.

Il faut ajouter à ce qui précède, que la droite (AE, $a'e$), sur laquelle se trouvent tous les points doubles des nœuds, est ordinairement considérée aussi comme une caustique principale.

4. Les rayons, après avoir subi 2, 3, ou en général n réflexions, sur des circonférences parallèles, concentriques et également distantes entr'elles, sont encore sur des surfaces du genre des précédentes, produites par des droites qui glissent sur ces circonférences parallèles avec des vitesses telles qu'elles parcourent uniformément 2, 3, ou en général n fois la nouvelle circonférence réfléchissante, tandis qu'elles parcourent d'un mouvement uniforme 3, 4 ou $n+1$ fois la suivante. On conçoit que nous faisons ici abstraction des différentes propriétés de la lumière, telles que la diffraction, la polarisation, etc., pour ne considérer les rayons que sous le rapport mathématique. C'est un problème de pure géométrie qu'il s'agit de traiter.

5. Jusqu'à présent, nous n'avons considéré que la surface réglée sur laquelle se trouvent les rayons partis d'un même point et réfléchis par un anneau cylindrique. Nous allons supposer maintenant l'anneau de forme conique : mais alors il est évident que tout rentre dans le premier cas avec quelques modifications. En effet, substituons pour un moment par la pensée à ce dernier anneau, un anneau cylindrique, alors chaque angle

d'incidence sera trop petit de l'angle que fait la génératrice du cône avec la génératrice du cylindre ou avec son axe; chaque angle de réflexion devra donc être augmenté de deux fois le même angle, en supposant le rayon réfléchi sur la surface conique. Mais ce double angle, qui est l'angle au centre du cône, étant une quantité constante, tout se passera comme si la réflexion avait lieu à la surface d'un anneau cylindrique, et l'on aura soin d'augmenter chaque angle de réflexion de l'angle que forment deux génératrices opposées du cône.

II.

De la nature et des divers modes de générations des caustiques.

Fig. 1. 6. Je reviens maintenant à la première construction. Nous avons dit que le rayon (LI, L'i') était réfléchi selon la direction (IH, $i'h$) comme s'il partait du point (C, c'). Nous avons vu de plus que tous les rayons émanés du point (L, L') et réfléchis sur la circonférence (FIE, $f'i'e'$), allaient couper le plan horizontal selon une nouvelle circonférence LHQ; tout se passe donc comme si ces rayons étaient partis des divers points de la courbe (LCB, L'c'B'); qui est de même genre que celles dont nous avons parlé plus haut.

7. Examinons maintenant la nature de cette courbe LCB. Puisque LIS = HIR, on a aussi LIS = SIC : d'ailleurs LI = IC. On en déduit que les circonférences qui ont leurs centres sur la circonférence FIE et qui passent par le point L, ont pour ligne enveloppe, la courbe LCB. Ce théorème est de mon collègue M. *Dandelin*.

Cette génération nous offre une construction facile des tangentes, car IC rayon du cercle tangent en C, est une normale à la courbe LCB. Pour déterminer un second point I qui se trouve sur la normale, il suffit d'élever sur le milieu du rayon vecteur LC la perpendiculaire SI : Cette droite sera de plus tangente en I au cercle.

7. Nous déduirons delà une remarque importante; c'est que la série des rayons émanés du point L et réfléchis par la circonférence FIE représente la série entière des normales à la courbe LCB : ou bien *la développée de cette dernière courbe n'est autre chose que la caustique par réflexion de la circonférence* FIE *supposée réfléchissante, le point éclairant étant en* L. Nous donnons ici au mot caustique la signification qu'il a ordinairement, et nous supposons que c'est la ligne sur laquelle se coupent les rayons réfléchis. De là résulte aussi que les caustiques *principales* dans le cercle sont exactement rectifiables, comme nous le verrons bientôt.

8. Il est une autre génération des caustiques secondaires Fig. 1.
qui est également simple. Si l'on remarque que l'on a toujours LC=HG, par l'égalité des triangles LIC et HIG; et que de plus LT=HQ; on aura nécessairement TC=QG. Mais QG est une constante, c'est le rayon du cercle PGB, qui égale le diamètre FE (2); on aura donc une nouvelle génération de la courbe LCB : en effet, il suffit de mener du point L de la circonférence LTQ des cordes à tous les autres points, et de les prolonger ou diminuer d'une quantité constante que nous nommerons mais le *module*.

Cette dernière génération, analogue à celle que Nicomède

employait chez les anciens pour décrire la conchoïde, a fait donner aux courbes dont nous parlons, le nom de *Conchoïdes circulaires*. A la naissance des nouveaux calculs, plusieurs ont fixé l'attention des géomètres les plus distingués, comme on peut le voir dans l'Histoire des mathémathiques de Montucla et dans les œuvres de Jean Bernouilli et du marquis de l'Hôpital. Lahire en a fait l'objet de recherches intéressantes consignées dans les Mémoires de l'Académie des sciences, et le célètre Pascal a donné son nom à l'une d'elles. Mais ces mathémadiciens les ont considérées isolément, et dans le seul but de déterminer leurs propriétés géométriques : nous continuerons à les examiner sous un autre point de vue.

9. On pourrait produire encore les courbes telles que LCB de la manière suivante. Si deux cercles de même rayon sont en contact, et si l'un d'eux vient à tourner sur l'autre, en emportant un point placé à l'extrémité d'un rayon, ou partout ailleurs sur le rayon ou sur son prolongement, ce point après une révolution entière du cercle, aura engendré une des courbes dont il s'agit. Nous pourrons donc nommer ces courbes *caustiques secondaires*, ou *conchoïdes circulaires*, ou bien encore *épicycloïdes*, d'après leur triple mode de génération. Nous conserverons la première dénomination.

10. Enfin voici une autre manière encore d'engendrer les caustiques secondaires.

Fig. 1. Si l'on joint le point G au point C, on aura une parallèle à QT, et conséquemment une perpendiculaire commune aux deux droites QG, LC, de sorte qu'en décrivant du point L et avec un rayon LC une circonférence, la droite GC serait tan-

gente commune à cette circonférence et à la circonférence BGP. De là résulte une nouvelle génération des caustiques secondaires, et l'on peut dire qu'une caustique pareille est le lieu des points de contact de tous les cercles qui ont pour centre le point L, avec les tangentes au cercle fixe BGP.

11. En général, toutes les sections faites sur la surface réfléchie par des plans parallèles à la courbe réfléchissante sont des caustiques secondaires. Supposons, en effet, que les rayons réfléchis par la circonférence (FIE, $f'i'e'$) et qui passent par la circonférence LTQ, située dans le plan horizontal, soient interceptés par un plan $v'u'$ également horizontal. Examinons la caustique secondaire qui s'y trouvera contenue : le rayon réfléchi (IH, $i'h$) sera coupé au point (t, t') : or, par ce point menons uw parallèle à QH, ainsi que la circonférence uw dont le centre est en O. On aura pour déterminer tw, la proportion $tw : \text{IO} :: \text{OH} - \text{O}w : \text{OH}$. Mais en observant que $\text{O}w = \text{O}u$ pour toutes les positions du rayon IH, les trois derniers termes de la proportion restent constans, donc tw est une constante. Mais il a été prouvé précédemment (8) que quand on diminue ou augmente d'une quantité constante les cordes uw, menées d'un même point u d'une circonférence, on engendre une caustique secondaire de la nature de LB. Il en résulte que la section faite sur la surface réglée par le plan $v'u'$, sera aussi une caustique secondaire, qui aura son nœud au point u.

La nappe de la surface réglée qui se trouve au dessus de l'anneau réfléchissant, étant coupée par un plan $v''z'$ parallèle à ceux des deux cercles $f'i'e'$ et fie, donne encore une caustique secondaire qui a son nœud en (v'', v) : la constante à porter

sur le prolongement des cordes vz est ici égale à $z\alpha$, et se détermine par la proportion $z\alpha : IO :: OH + Oz : OH$.

Avec un peu d'attention on pourra facilement engendrer toutes les caustiques secondaires produites sur la surface réglée que nous avons considérée précédemment. On prendra sur AB, pour nœud des courbes, les points v, u, etc., d'où l'on mènera des cordes à tous les autres points de la circonférence; et les constantes telles que $z\alpha$, wt, etc., dont il faudra augmenter ou diminuer ces cordes, seront égales aux parties des parallèles à LC, interceptées entre les droites TH et CH. 1° Quand les constantes $z\alpha$, etc., que nous avons nommées modules, seront moindres que les doubles rayons vO, etc., des cercles dans lesquels on mène les cordes, les courbes auront un nœud. 2° Quand elles seront égales au double de ces rayons, on aura une courbe avec un point de rebroussement : on aura une circonférence quand le rayon ou quand la partie constante s'évanouit. 3° Quand le module sera plus grand que le double rayon, les courbes n'auront que deux points d'inflexion.

12. Nous ferons la remarque que les circonférences directrices qui servent de base pour construire les caustiques secondaires, sont contenues sur un cône droit dont le sommet est au centre du cercle réfléchissant, et dont une génératrice passe par le point émanateur, son axe étant le même que celui du cylindre.

13. On peut produire sans peine les différentes caustiques, dont nous venons de parler, en faisant subir une réflexion à des rayons lumineux, à la surface d'une vase cylindrique, tel qu'un verre ou une tasse. On voit se dessiner au fond du vase non-seulement les caustiques dont il est question dans les différens traités

d'optique, mais encore les caustiques secondaires qui, bien que moins apparentes, sont cependant faciles à observer. On remarque surtout les nœuds; en couvrant successivement les parois du vase dans différens endroits, on voit disparaître des portions de courbes, et l'on se fait une idée plus claire de leur formation.

III.

Propriétés géométriques des caustiques secondaires.

14. Nous énoncerons maintenant quelques autres propriétés de ces caustiques, dont les démonstrations fondées sur l'analyse ont été renvoyées aux notes.

Nous avons déjà vu qu'on peut les partager en trois classes. Parmi celles qui ont un nœud, la plus remarquable s'obtient en prenant la partie constante égale au rayon du cercle directeur. Elle a reçu le nom de *limaçon* de Pascal; souvent aussi on la nomme *trisectrice*, parce qu'elle donne la trisection de l'angle (1).

Celle qui forme seule la seconde classe et qui a un point de rebroussement, est ordinairement désignée sous le nom d'épicycloïde. Elle est citée aussi dans les traités de mathématiques comme étant une caustique du cercle : c'est la seule des courbes que nous examinons, que l'on ait considérée comme caustique.

Les caustiques secondaires de la troisième classe ne paraissent pas avoir fixé l'attention des géomètres.

(1) Voyez l'ouvrage composé sur cette courbe, par MM. Azemar et Garnier, sous le nom de *Trisection de l'angle*.

En général, toutes ces courbes sont du quatrième degré.

15. Leur surface, en y comprenant le nœud, vaut deux fois la surface du cercle générateur plus la surface d'un autre cercle d'un rayon égal au module.

Fig. 2. On peut déduire de là, la valeur du volume limité par la surface réfléchie dans le cylindre. Supposons pour cela ce volume partagé en tranches parallèles à la base et infiniment minces : en comparant chacune d'elles aux sections qu'on obtient en même temps sur le cône générateur (L8E, $l8e$) (12), et en les sommant de part et d'autre, on trouvera que le volume limité par la surface réfléchie avec le volume formé par les nœuds, vaut deux fois le volume du cône générateur plus le volume d'un autre cône égal, mais renversé, ou bien encore qu'il vaut le volume du cylindre dans lequel il est renfermé. Le volume formé par les nœuds, vaut donc l'espace compris entre la surface réfléchie et la surface du cylindre qui la renferme.

16. Le contour d'une caustique secondaire vaut le contour d'une ellipse, le demi-grand axe étant égal au diamètre du cercle générateur plus le module et le demi-petit axe étant égal à ce même diamètre moins le module.

17. Le volume de révolution s'exprime en partie du volume de la sphère construite sur le diamètre de la courbe (voyez les notes). La surface de révolution vaut deux fois la surface de la sphère engendrée par la circonférence du cercle générateur plus l'aire d'une sphère d'un rayon égal au module; ce qui offre une singulière analogie avec ce qui a été dit pour la surface des caustiques secondaires (15).

18. Dans le plus grand nombre de cas la caustique principale se compose de deux branches. Il peut être intéressant de chercher la rectification de ces courbes, puisque c'est par elles qu'on mesure l'intensité de la lumière réfléchie. Commençons par la caustique principale A'DA. Remarquons d'abord que, puisque cette courbe est la développée de la caustique secondaire LN''B, il suffira pour connaître un arc, de connaître les rayons osculateurs qui correspondent à ses extrémités, et leur différence sera la grandeur de l'arc demandé. Supposons, par exemple, que l'on demande la longueur du rayon osculateur au point N'': on la construira de la manière suivante. Sur On comme diamètre, on décrira un cercle OC'n; on fera ensuite LC $=$ Ln $-$ nC'; on mènera CC', et sa parallèle Lp déterminera le point p, centre du cercle osculateur au point N''. On déterminerait de la même manière la longueur de tout autre rayon osculateur quelconque, et conséquemment la valeur d'un arc quelconque de la caustique principale. Fig. 3.

On pourrait encore déterminer numériquement la valeur d'un pareil arc. On trouve alors, en prenant pour unité le rayon LO ou la distance de L au centre du miroir, et en représentant par m le module QB ou le diamètre du miroir, que la longueur du rayon osculateur est aux points B et B', par exemple,

$$R = \frac{(\pm m + 2r)^3}{m^2 \pm 6rm + 8r^2}.$$

le signe inférieur appartient au point B'. Si $m = r$, on a

$$R = \tfrac{9}{5} r \text{ et } R' = \tfrac{1}{3} r.$$

La demi caustique égale donc $\frac{22}{15}$ du rayon LO. (voyez les notes).

IV.

De la construction des points brillans, des anamorphoses et des lignes uniformément éclairées.

19. Nous dirons maintenant quelques mots des points brillans et des images réfléchies. Nous retrouverons encore dans le développement de cette théorie les caustiques secondaires, et nous pourrons les employer avec succès à la résolution de différens problèmes.

Fig. 1. Nous savons qu'un spectateur placé en H verrait sur le miroir FIE le point L dans la direction de HI; mais où apercevra-t-il réellement ce point? Sera-ce sur la caustique principale, comme le supposent assez généralement les physiciens? ou bien faudra-t-il, avec quelques autres, admettre le raisonnement suivant: l'élément de la courbe se confondant avec sa tangente, devient un élément de miroir plan, et dès lors le point L doit être aperçu beaucoup plus loin en C, sur le prolongement de HI, de manière que sa distance $HC = HI + IL$, conformément à la théorie des miroirs plans? Or, d'après ce raisonnement, si l'on observe le point L sur chacun des points du miroir cylindrique FIE, on le reportera par illusion sur les différens points d'une courbe LCB, qui est une caustique secondaire, puisque tous les points de la circonférence FIE, sont également distans du point L et de tous les points de cette courbe (7). Quelque part que l'on se place, c'est donc sur elle que l'on verrait directement le point L; si au contraire on suppose que les points sont vus aux lieux où les rayons réfléchis se croisent et donnent le plus de lumière, ce sera sur la développée de la caustique secondaire qu'on verra effective-

ment ces points. Nous admettons dans ce qui suit cette dernière supposition.

20. La forme de la courbe LCB ne change pas, quelque part que se trouve l'œil, pourvu que la ligne réfléchissante FIE et le point lumineux L ne varient pas de position : ou bien, en reversant cet énoncé, on peut dire que quand l'œil est fixé en L, et que le cercle ne varie pas de position, tous les rayons que l'on aperçoit, tels que LI, sont normaux à la courbe LCB, avant la réflexion.

21. Nous déduirons de ce qui vient d'être dit que l'on peut aussi regarder les caustiques secondaires comme les *anamorphoses* du cercle sur une surface cylindrique; c'est-à-dire, que quand on aperçoit sur une pareille surface et perpendiculairement à son axe, l'image d'une circonférence, cette image peut être produite par une caustique secondaire, située dans un plan parallèle. On substitue ici l'œil au point lumineux, et c'est de la caustique secondaire que partent les différens rayons incidens. Par exemple, l'œil étant au point (L, L'), si l'on observe le miroir cylindrique (FIE, $f'i'e'$), la circonférence, qu'on y verra, sera produite par les rayons partis de la circonférence HQL, ou partis des points d'une caustique secondaire située sur la nappe comprise entre cette circonférence et l'anneau réfléchissant (11). On peut confirmer facilement ces résultats par l'expérience; il faudra avoir soin d'employer pour surface réfléchissante un cylindre parfaitement poli.

22. Les caustiques secondaires pouvant être décrites très-simplement par un mouvement continu (voyez les notes), elles offrent un moyen facile de construire les points brillans d'une

circonférence. En effet, soient L le point lumineux, FIE la circonférence réfléchissante, et H le point de vue. Pour avoir un point brillant tel que I, il faut faire en sorte que les angles d'incidence et de réflexion tels que LIS et HIR soient égaux; or, c'est ce que l'on obtient, en menant par le point H une normale à la caustique secondaire LCB, car, tout rayon incident LI se réfléchit selon une droite IH normale à cette courbe (7). Mais du point H on peut mener généralement quatre normales à la courbe BCL, ou bien quatre tangentes à sa développante; le problème comportera donc quatre solutions : on verra sans peine quelles sont celles qu'il faudra rejeter; nous reviendrons du reste encore sur ce problème.

23. Avant d'aller plus loin, nous remarquerons qu'en général, pour mener une tangente en un point I d'une courbe réfléchissante de quelle nature qu'elle soit, il faut considérer ce point comme centre d'un cercle, tangent à la caustique secondaire et passant par le point éclairant. La tangente demandée partage alors en deux parties égales l'angle formé par les deux droites, allant du point I au point éclairant et au point de contact. Cette construction générale des tangente repose sur le principe énoncé au commencement de ce mémoire.

24. Quand le point H est donné sur la circonférence LHQ, la construction des points brillans est très-facile. Il suffit en effet, d'après ce que nous avons vu (2), de mener par ce point le diamètre GG'; en joignant alors les points G et G' au point L, on aura deux point brillans I et I' : ce sont les seuls dont on ait besoin.

25. Quand le point pour lequel on veut construire les points

brillans, est partout ailleurs que sur la circonférence LHQ, en *t*, par exemple; la construction offre plus de difficulté. En employant les procédés ordinaires, elle dépendrait de l'intersection du cercle FIE avec une hyperbole dont l'équation est connue. Ce procédé est très-long, quand on a un assez grand nombre de points brillans à construire. Voici comment on pourrait abréger la construction.

Supposons que l'œil soit fixé en L et observe le cercle réfléchissant F*n*E, invariable de position; par ce qui précède (20) tous les rayons L*n*, qu'il apercevra, seront normaux à la caustique secondaire LN″B avant la réflexion, ou bien tangens à sa développée : Il suffira donc de construire une fois l'une ou l'autre de ces courbes, qui seront invariables tant que l'œil et le miroir ne changeront pas de position. Or, la courbe LN″B est très-facile à construire, soit par points, soit d'un mouvement continu. Cela posé, supposons que l'on demande où l'on verrait la flèche MN sur le cercle réfléchissant F*n*E, l'œil se trouvant au point L. De chacun des points de cette flèche N, M, etc. menons des normales NN″, MM″, etc. à la courbe LN″B, et ne considérons d'abord que ce qui se passe dans la partie concave du cercle. Les points *n*, *m*, etc. d'intersection de ces normales seront les lieux où l'on verra se réfléchir les rayons N*n*, M*m*, etc. dans les directions L*nn*′, L*mm*′, etc. De sorte que la flèche NM, que l'on aurait vue en N′M′ si le miroir eût été plan, sera vue sous un angle plus petit *n*′L*m*′. Quant aux véritables lieux où l'on apercevrait les différens points sur les rayons visuels L*n*′, L*m*′, etc. il se présente deux opinions, comme nous l'avons dit : quelques physiciens supposent qu'on les verrait en *n*′*m*′, en faisant *nn*′=*n*N, *mm*′=*m*M, etc. comme pour les miroirs plans; Fig. 3.

14.

les autres soutiennent avec plus de raison qu'on reporte la position de ces points aux lieux où l'on aperçoit le plus de lumière, et conséquemment, non pas sur une caustique secondaire, mais sur la caustique principale.

Or, pour trouver le point n'' de la caustique principale relatif au point N, par exemple, on fera une construction semblable à celle que nous avons faite dans le paragraphe 18, pour déterminer le point p de la caustique relatif au point L. On déterminera de la même manière tous les points de l'image réfléchie $n''m''$. Du reste, on remarquera que dans l'une et l'autre supposition, les deux images $n'm'$, $n''m''$ seront aperçues sous le même angle, seulement l'illusion nous portera à croire que la flèche est en $n''m''$ plutôt qu'en $n'm'$. Si la construction eût été faite pour la partie convexe du cercle, les images seraient venues se placer en $\mu'\nu'$ ou en $\mu''\nu''$. Il est à remarquer que les points correspondans n et ν, m et μ sont aux extrémités des mêmes diamètres.

Quand on aura à construire des images sur des miroirs sphériques, on pourra supposer des coupes faites par des plans méridiens, et tout rentrera alors dans les constructions précédentes. Ou bien, en général, pour toutes les surfaces de révolution on pourra supposer des plans perpendiculaires à l'axe, et ramener les constructions à celles des points brillans du cercle, sauf à les reporter ensuite à leur véritable place, comme cela se pratique dans la géométrie descriptive.

26 Il est intéressant dans un grand nombre de circonstances de savoir, quand une surface se trouve éclairée, quels sont tous les points dans lesquels le rayon lumineux forme un

même angle d'incidence avec la surface. Cette question a été traitée d'une manière très-générale dans le premier cahier du Journal de l'école polytechnique, sous le nom de *Courbes d'égale teinte* (1). M. Bordoni s'est occupé du même problème, mais en supposant les rayons lumineux parallèles entre eux, et en ne donnant des solutions que pour les surfaces de révolution (2).

On peut, sans l'aide du calcul, résoudre ce problème par des constructions très-simples. Concevons en effet, par le point lumineux, une suite de plans qui coupent le corps éclairé selon des courbes, et déterminons dans chacune de ces courbes les points uniformément éclairés.

Pour fixer les idées, supposons qu'on ait à construire tous les points d'une de ces courbes où l'angle d'incidence pour les rayons lumineux est égal à α. On construira d'abord la caustique secondaire comme nous l'avons dit au commencement de ce mémoire, et les rayons réfléchis, aux points cherchés, seront perpendiculaires à cette caustique : de plus, les distances de tous ces points aux pieds des perpendiculaires, seront égales aux distances de ces mêmes points au point lumineux, comme rayons de mêmes cercles. Conséquemment en joignant par des droites le point lumineux, un des points cherchés de la courbe réfléchissante et le point correspondant sur la caustique secondaire, on aura un triangle-isoscèle dans lequel les deux angles égaux seront aussi

---

(1) M. Dupin a rédigé ce mémoire composé par lui avec d'autres élèves de l'école.

(2) Giorn. di fisica. Mai et juin 1823, juillet et août, pag. 259.

égaux au complément de l'angle α (7). Or, tout autre triangle semblable dont les trois sommets seraient dans les mêmes circonstances, donnerait une nouvelle solution.

Il résulte de là que si l'on mène du point lumineux une suite des rayons à la courbe réfléchissante, et si sur chacun d'eux on construit un triangle-isoscèle, semblable à celui dont nous avons parlé précédemment, la suite des troisièmes sommets formera une courbe *auxiliaire* qui aura différens points communs avec la caustique secondaire. Or, ces points feront connaître les points cherchés sur la courbe réfléchissante.

Il est remarquable que la courbe auxiliaire, quand il s'agit du cercle éclairé par un point, se réduit à deux circonférences, dont les centres sont sur la circonférence LTQ qui sert de base
Fig. 1. dans la génération exposée parag. 8. Ces centres se déterminent en menant par le point lumineux deux droites faisant avec le diamètre de la caustique secondaire des angles égaux au complément de α. Et le rayon est une quatrième proportionnelle à ces droites et aux rayons FO et LO.

27. Il est un moyen simple de construire les différentes caustiques sur une surface parabolique, en la coupant par des plans méridiens, de sorte que chaque section devienne une parabole. Pour de pareils miroirs les diverses caustiques sont des courbes très-remarquables, que j'ai eu occasion de considérer sous d'autres rapports, et que j'avais nommées *focales*. On pourra se former une idée de leurs propriétés nombreuses par les recherches de M. *Dandelin*, consignées dans le 2e volume des nouveaux Mémoires de l'Académie de Bruxelles. Ces propriétés, sous plusieurs rapports, ont une analogie frappante avec celles des

caustiques. Les différentes propositions que nous allons démontrer ressemblent même tellement à celles que M. *Dandelin* a démontrées pour les focales, que souvent nous nous servirons de ses propres expressions.

V.

Des projections stéréographiques des caustiques, et de leurs analogies avec les sections coniques.

28. Nous conviendrons de nommer *corrélative* du point C la tangente TI, qui partage en deux parties égales l'angle LIC. La propriété de ce cette corrélative est que tous ses points sont également distans des deux points L et C. Concevons dans le voisinage du point C un nouveau point D sur la courbe ABCD; tous les points de sa corrélative *dc* seront aussi également distans de ce point D et du point L. Mais les deux corrélatives se couperont en un point *c*, qui sera conséquemment également éloigné des trois points C, D et L. Pour abréger, nous nommerons ce point d'intersection le *centre corrélatif* des points C et D, tandis que nous donnerons à l'arc de cercle CD compris entre les deux points, le nom de *corde corrélative* des deux points ; le reste de la circonférence se nommera le prolongement de cette corde. Fig. 4.

29. Cela posé, prenons sur une caustique secondaire six points

A, B, C, D, E, F.

Faisons passer ensuite par ces six points, pris deux à deux, six cordes corrélatives.

$$AB, BC, CD, DE, EF, FA,$$

dont les centres sont

$$a, b, c, d, e, f.$$

Ces six centres seront les sommets d'un hexagone circonscrit au cercle directeur. D'après un théorème connu des sections coniques, les trois diagonales ad, be, cf, se couperont en un seul point que je représenterai par la lettre m. Mais les deux cordes corrélatives AB et DE ont leur centre a et d sur la diagonale ad. Ces deux circonférences se coupent donc au pole ou sommet L de la courbe d'après leur définition, puis elles ont encore un autre point λ commun. On observera que ces deux points d'intersection des deux circonférences sont également distans de tous les points de la droite da qui joint les centres. Or, le point m se trouve sur la droite ad, donc on aura $mL = m\lambda$. Si λ' est aussi le second point d'intersection des deux cordes corrélatives BC et EF, et λ'' celui des cordes CD et FA, on aura aussi

$$mL = m\lambda', \text{ et } mL = m\lambda'' :$$

d'où il suit que si l'on décrit du point m, comme centre, une circonférence dont le rayon soit mL, elle passera par les trois points λ, λ', λ''; ou en d'autres termes, si l'on inscrit dans la caustique secondaire un hexagone composé de cordes corrélatives, et que l'on suppose ces cordes prolongées suffisamment pour que celles qui forment les côtés opposés de l'hexagone se coupent deux à deux, on aura trois points d'intersection, lesquels, avec le pole de la courbe, se trouveront sur une même circonférence.

30. Soit maintenant dans l'espace une sphère quelconque GB'A, sur laquelle on projette stéréographiquement la caustique secondaire avec l'hexagone qui s'y trouve inscrit, on aura sur la sphère une courbe pour laquelle le théorème énoncé précédemment sera encore vrai. Elle aura également un point L' qui répond au pôle des caustiques secondaires, et elle jouira de différentes propriétés; nous la nommerons *sphéricaustique.* Il est bon de se rappeler, d'après deux théorèmes connus, que toutes les circonférences se projettent stéréographiquement sur la sphère selon d'autres circonférences, et que les angles que formaient les lignes en se coupant sur le plan, ne varient pas en passant sur la sphère. Fig. 5.

31. Prenons ce point L' pour sommet d'un nouveau système de projections stéréographiques, et projetons à son tour la sphéricaustique sur un plan correspondant à ce nouveau sommet : l'hexagone composé d'arcs de cercles passant par le pôle L', sera projeté en même temps; et les côtés de cet hexagone se couperont encore deux à deux en trois points qui ne cesseront pas avec le pôle d'être sur une même circonférence. Observant de plus que les six cercles, qui passent par le sommet L' de projection, se projettent cette fois suivant six droites, ainsi que le système qui contient leurs intersections; nous en conclurons que dans la nouvelle projection de la sphéricaustique, l'hexagone rectiligne inscrit jouit de cette propriété, que ses côtés opposés se coupent deux à deux en trois points, lesquels sont en ligne droite : mais cette propriété ne convient qu'aux courbes du second degré; nous en conclurons que *la nouvelle projection appartient aux sections coniques.*

De là résulte que réciproquement les caustiques secondaires

peuvent être produites par les sections coniques, au moyen d'une double projection faite à l'aide de la sphère; et *les sphéricaustiques ne sont autre chose que les lignes d'intersection de la sphère avec un cône dont le sommet est au pôle de ces courbes.* Nous venons de voir, en effet, qu'un rayon vecteur assujeti à passer par ce dernier point et à glisser le long de la sphéricaustique, décrit une surface dont l'intersection par un plan offre une courbe du second degré. Cette surface est donc celle du cône.

Avec un peu d'attention on reconnaîtra sans peine que l'on aura successivement une ellipse, une parabole ou une hyperbole, selon que la projection appartiendra à une caustique secondaire de la première, de la seconde ou de la troisième classe. Il est à remarquer que les deux tangentes VW, UY au pôle de la courbe, se projetteront en formant un angle égal à celui des asymptotes *vlu* dans l'hyperbole, car le point L, après la double projection, est celui qui va se placer à une distance infinie aux points extrêmes de l'hyperbole, et la direction de la courbe en ces points est donnée par la direction des droites *vw* et *uy* qui forment le même angle que les droites VW et UY.

32. Pour mieux faire comprendre cette double projection, prenons un exemple que nous pourrons considérer comme une des applications de la théorie précédente.

Les étoiles, en raison de leur distance immense et du parallélisme de l'axe de la terre dans ses différentes positions, peuvent être considérées comme décrivant des circonférences dans le ciel. Or, si l'on suppose un rayon vecteur passant constam-

ment par un même point du globe, et assujetti à suivre une étoile dans sa marche apparente, il est évident que ce rayon engendrera la surface d'un cône; de plus la ligne d'intersection de ce cône avec la globe sera une sphéricaustique dont la projection stéréographique sera généralement une caustique secondaire.

On peut encore envisager les choses d'une autre manière. Supposons que AL′GB′ soit une sphère creuse et polie dans son intérieur; supposons aussi que MN soit le plan de l'horizon, et qu'une étoile soit assujettie à rester sur la surface du cône B″L′I dont le sommet L′ est sur la sphère. Si les rayons de l'étoile, dans ses diverses positions, pénètrent dans la sphère par une petite ouverture pratiquée en L′, leurs prolongemens iront couper la sphère selon une sphéricaustique B′L′P′; de sorte qu'après un jour entier l'image de l'étoile aura parcouru toute la sphéricaustique, pour recommencer encore le lendemain à parcourir la même courbe. Que l'on pratique maintenant une nouvelle ouverture sur la sphère en A, et l'œil dans cette position verra la courbe B′L′P′ projetée sur le plan horizontal selon la caustique secondaire LPLB. Fig. 5.

Une sphère semblable pourrait être considérée comme un cadran astronomique : les étoiles circompolaires donneraient lieu à des courbes caustiques de la troisième classe (14); celles qui ne font qu'effleurer l'horizon donneraient la caustique avec le point de rebroussement, et enfin les autres, les caustiques qui présentent un nœud. On pourrait construire un *cadran solaire* d'après le même système de projections, et la courbe décrite par l'image du soleil varierait insensiblement d'un jour à l'autre.

15.

33. La caustique qui présente un point de rebroussement, a encore cela de particulier que tous ses points peuvent être considérés comme les lieux de tous les sommets des paraboles assujetties à passer par un point et à avoir leurs foyers en un autre point donné. Le point de rebroussement de la courbe est le foyer commun, et le point à l'extrémité du diamètre est l'autre point donnné par lequel passent toutes ces paraboles.

Passons d'après cela à la théorie des comètes, et proposons-nous de déterminer d'après trois observations, le sommet de la parabole que décrit la comète. Concevons qu'on ait construit les trois droites menées à l'astre dans les trois positions où on l'a observé : le plan qui contiendra le parabole passera par le centre du soleil qui est le foyer de la courbe demandée; et il faudra évidemment déterminer la position de ce plan, sous la condition que les trois caustiques qui ont pour pôle commun le centre du soleil et pour extrémité du diamètre les trois points d'intersection avec les trois droites, aient un point commun d'intersection qui sera le sommet de la parabole demandée.

En transformant, comme nous l'avons fait, les caustiques secondaires en sections coniques, par l'intermédiaire de leurs projections sur la sphère, on pourra trouver à ces courbes un grand nombre de propriétés communes, et construire un tableau comparatif semblable à celui que M. Dandelin a établi entre la focale, la sphérifocale et l'hyperbole. (*Voyez le 2e vol. des nouv. Mém. de l'Acad. de Bruxelles.*)

34. Ces singulières analogies entre les courbes que nous avons considérées et les sections coniques, portent naturellement à chercher si elles ne conviennent pas généralement à un

plus grand nombre de courbes du troisième et du quatrième degré. En considérant alors ces courbes comme des projections stéréographiques des lignes d'intersection d'un cône et d'une sphère, on parviendrait à les classer plus facilement, et l'on pourrait même former un tableau de toutes les propriétés des sections coniques qui conviennent aux courbes du troisième et du quatrième degré.

Or, avec un peu d'attention, et en suivant absolument les mêmes raisonnemens que ceux qui ont été précédemment employés, on reconnaîtra ces principes généraux :

1°. Quand sur une courbe du second degré tombent des rayons émanés d'un point L, ces rayons réfléchis sont en général perpendiculaires à une courbe du troisième ou du quatrième degré, que nous nommons aussi *caustique secondaire* et dont nous avons donné la génération au commencement de ce mémoire; de sorte que la développée de la caustique secondaire est la caustique principale de la section conique réfléchissante.

2°. La projection stéréographique de cette caustique secondaire que nous nommons *sphéricaustique*, est la ligne d'intersection d'une sphère et d'un cône, dont le sommet L′ est la projection stéréographique du point émanateur.

3°. La projection stéréographique de la sphéricaustique en prenant ce point L′ pour nouveau sommet de projection, est une section conique.

Ainsi les courbes qui par une double projection stéréographique peuvent devenir des sections coniques, appartiennent en général au troisième et au quatrième degré. Ces courbes qui

jouissent de propriétés particulières, forment une classe nombreuse, et peuvent être engendrées d'une manière générale : elles sont les enveloppes des cercles assujettis à passer par un point que nous nommons *pôle*, et à avoir leurs centres sur une section conique qui sert de *base* à la génération. Voici quelques-uns de leurs caractères principaux.

1°. Ces courbes se divisent en deux classes : elles sont fermées, ou bien elles ont une branche qui se prolonge à l'infini.

2°. On reconnaît que la base est une parabole quand la courbe n'a qu'une seule branche dont les extrémités vont s'approchant d'une asymptote commune. Cette asymptote est toujours perpendiculaire à l'axe de la parabole.

3°. Quand la courbe a un diamètre n'étant point asymptote, ce diamètre est parallèle à un de ceux de la section conique.

4°. Ces courbes ont en général un nœud, un point de rebroussement ou des points d'inflexion, selon que le pôle se trouve hors de la section conique qui sert de base, sur la section ou dans sa partie intérieure.

5°. C'est de la position de ce point que dépend la nature de la section conique, qu'on obtient par la double projection stéréographique. Dans le premier cas on a une hyperbole, dans le second une parabole, et dans le troisième une ellipse.

6°. Toutes ces courbes ont de plus chacune un ou deux foyers qui sont des points analogues aux foyers dans les sections coniques. Ces points jouissent de diverses propriétés com-

munes dont quelques-unes sont énoncées dans un tableau comparatif que M. Dandelin a donné dans son mémoire, en cherchant les analogies de la focale et de l'hyperbole.

35. Si l'on voulait savoir, d'après ce qui précède, à quel genre de génération appartient la *cissoïde de Dioclès*, en supposant qu'elle appartînt à l'une de nos classes, on observerait que la base doit être une parabole dont le diamètre est celui de la cissoïde. On trouve, en effet, qu'en construisant une parabole ayant même axe et même sommet que la cissoïde, ayant de plus son excentricité égale au rayon du cercle générateur de la cissoïde, cette parabole aurait pour caustique secondaire la cissoïde : le point lumineux devrait être au sommet commun des deux courbes. Ainsi *la caustique principale de la parabole serait dans cette circonstance la développée de la cissoïde.*

Cette observation donne lieu d'appliquer à la cissoïde un grand nombre des propriétés de la parabole, après avoir déterminé son foyer. Elle donne aussi une construction facile des tangentes à cette courbe.

SECONDE PARTIE.

DIOPTRIQUE.

36. Quand il s'agit de la réfraction, si l'on considère, comme nous l'avons fait dans la première partie de ce Mémoire, au lieu des caustiques, les courbes qui sont leurs développantes; on parviendra à ce principe général : *la caustique par réfraction pour une courbe quelconque éclairée par un point brillant, est la développée d'une autre courbe, laquelle a la propriété d'être l'enveloppe de tous les cercles qui ont leurs centres sur la courbe dirimante, et dont les rayons sont aux distances au point émanateur dans un rapport constant qui est celui de la réfraction.*

37. Il serait facile de faire l'application de ce principe à la recherche des caustiques dans les lames terminées par des surfaces planes; on trouverait qu'elles sont les développées de sections coniques. M. *Gergonne* avait remarqué le premier, je crois, que les rayons émanés d'un point, en passant d'un milieu dans un autre de densité différente, se réfractaient de manière à être perpendiculaires à une surface du second degré,

lorsque la surface dirimante était plane. M. *De la Rive* avait observé que la même propriété avait encore lieu, quand les rayons réfractés rentraient dans le premier milieu. Ces géomètres étaient parvenus à ce résultat par le calcul infinitésimal; nous pourrions le déduire du principe précédemment énoncé : mais comme on est souvent dans le cas d'employer des lames transparentes, nous préférons en donner une autre démonstration directe par une géométrie trés-élémentaire.

Fig. 8. 38. Soit a un point lumineux, eo une surface dirimante plane, ae un rayon incident, qui se réfracte selon la direction eg. Le rayon incident et le rayon réfracté se trouveront dans un même plan. Nous ne nous occuperons pour le moment que de ce qui se passe dans ce plan.

Concevons une circonférence $caa'gi$, ayant son centre au point e d'immersion, et passant par le point lumineux a. Si la réfraction n'avait pas lieu, le rayon ae irait en ligne droite au point i; mais, par l'effet de la réfraction, il vient passer par le point g. Nommons n le pouvoir réfringent du milieu dans lequel passe le rayon, et prenons pour unité celui de l'air atmosphérique, dans lequel nous supposerons le point a. Menons gh parallèle à pe ou à la droite aa' qui est perpendiculaire à la surface dirimante; nous aurons la porportion :

$$n : 1 :: \textit{sin.}\ \text{d'incid.}\ iq : \textit{sin.}\ \text{de réf.}\ gp = hp' :: ie = ge : he$$

on en déduit $he = \frac{1}{n}\, ge$. Cette égalité nous servira souvent par la suite.

39. Maintenant du point lumineux a, abaissons une perpendiculaire al sur le rayon réfracté, et faisons $al = lc$. ac sera une corde du cercle caa'. Joignons le point c au point a'; et du point f, où le rayon réfracté est coupé, menons fa. Décrivons alors du point f comme centre, une circonférence cad. Notre but est de prouver que le centre f de cette circonférence est sur une hyperbole dont le centre est en o, dont le point lumineux est un des foyers, et dont le rapport des axes dépend du rapport n.

Menons le diamètre ck et la droite ka. Cette dernière droite sera parallèle au rayon réfracté gb, et coupera de plus ca sur la circonférence cad: ce qui résulte évidemment de la similitude des triangles cef et ckd. Mais à cause du parallélisme des droites da et fb, nous aurons encore

$$fd : ba :: da' : aa'.$$

De plus, les triangles geh et eab sont semblables comme ayant les angles égaux, ils donnent conséquemment

$$hg : ba :: he : ea = ge.$$

Mais les deux premiers rapports des deux proportions précédentes sont égaux, car hg est égal à fa ou fd, puisque les triangles ghe et efa sont égaux : $ge = ea$, $geh = aef$; d'une autre part, $hge = kaa'$, comme ayant les côtés parallèles, et $kaa' = kca'$ ou fae, comme ayant même mesure $\frac{1}{2}\, ka'$. On pourra donc écrire cette nouvelle proportion (38) :

$$da' : aa' :: he : ge :: \frac{1}{n}\, ge : ge.$$

d'où l'on tire $da' = aa' \cdot \frac{1}{n}$ · Nous apprenons par là que da' est une quantité constante; mais cette quantité da' est égale à la différence des rayons vecteurs fa' et fa; il en résulte que le point f est sur une hyperbole, dont les foyers sont les points a et a'. L'excentricité e égale donc la distance du point a à la surface dirimante et, le demi-premier axe égale $e \cdot \frac{1}{n}$, n étant le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction.

Nous observerons maintenant que puisque les rayons réfractés geb partagent en deux parties égales l'angle cfa des rayons vecteurs à un même point de l'hyperbole, ils doivent être nécessairement normaux à cette hyperbole, et par suite tangens à sa développée. Donc *les rayons émanés d'un même point, et réfractés par une surface dirimante plane, ont pour caustique la développée d'une hyperbole.*

40. Comme toutes les conditions sont égales autour de la perpendiculaire aa', nous aurions pu supposer le plan dans lequel a eu lieu la construction dans une position quelconque, et tout se serait passé de la même manière, c'est-à-dire, que les rayons incidens tombant sur toute l'étendue de la surface plane dirimante, auraient été, après la réfraction, normaux à une hyperboloïde de révolution.

Dans la construction précédente nous avons supposé le milieu réfringent plus dense, comme pour les rayons qui passent de l'air dans l'eau; si le milieu était au contraire plus rare, on prouverait par les mêmes raisonnemens que la surface caustique serait la développée d'un ellipsoïde. La distance du

point lumineux à la surface dirimante serait encore égale à l'excentricité et le demi grand axe serait égal à cette distance multipliée par $\frac{1}{n}$. De sorte, que le rapport constant du sinus d'incidence au sinus de réfraction est égal au rapport de l'excentricité au demi grand axe : et selon que ce rapport est plus grand ou plus petit que l'unité, on a une hyperboloïde ou un ellipsoïde.

41. Un œil placé en *g*, aperçoit le point *a* en A; et selon que l'œil s'éloignerait de la verticale *aa'*, le point *a* semblerait s'élever sur la caustique *a*A. Il est à remarquer, du reste, que, pour les mêmes milieux, les caustiques relatives à différens points sont semblables et semblablement situées par rapport à la surface de niveau.

M. *Gergonne* a déduit des propriétés précédentes, une méthode fort simple, pour construire, par points, l'image d'une ligne quelconque (1). « Soit CX le niveau supérieur de l'eau, et soit O' le lieu fixe de l'œil; sur la verticale CP, conduite par O', on prendra arbitrairement un point P, pour lequel on tracera avec soin la caustique *mnm'*, que nous appellerons la caustique normale. On fera bien alors de prendre le point P le plus bas possible, afin d'avoir une caustique de plus grande dimension. Cette caustique tracée une fois pour toutes, rien ne sera plus aisé que d'assigner l'image d'un point donné quelconque, pour un œil placé en O'. » Fig. 9.

(1) Annales de math. tome onzième, page 238.

« Soit, en effet, P′ le point dont il s'agit; en menant PP′, son point d'intersection S avec CX sera évidemment le centre de similitude des caustiques relatives aux points P, P′. On mènera P′O′ et SO′, qu'on fera couper en O par une parallèle PO à P′O′. On mènera par O, à la caustique normale, la tangente O*p*, la touchant en *p*. On mènera enfin S*p*, qu'on fera couper en *p*′ par une parallèle O′*p*′ à O*p*; et alors de même que *p* est l'image de P, pour un œil placé en O; *p*′ sera l'image de P′, pour un œil placé en O′, et conséquemment le point demandé. »

Fig. 8. 42. Nous remarquerons que quand le point brillant est à une distance infinie, comme une étoile par exemple, alors le second foyer *a*′ est aussi à une distance infinie de la surface dirimante *eo* : Conséquemment, les droites, telles que *ca*′, sont parallèles à l'axe *aa*′, et les rayons réfractés *ef* continuant à couper en parties égales les angles *afc*, sont perpendiculaires à une parabole; ou plutôt on peut les considérer comme sensiblement parallèles. Il arrive donc que *les rayons émis par un point infiniment éloigné et réfractés par une surface plane, sont sensiblement parallèles entre eux.*

Fig. 10. 43. Supposons maintenant qu'un rayon émané du point *a*, et réfracté en *e* dans une lame terminée par des surfaces planes et parallèles, sorte de cette lame au point *l* pour rentrer dans le premier milieu : On sait déjà que le rayon restera toujours dans le même plan, et qu'il redeviendra parallèle à sa direction primitive, de sorte que *lf* est parallèle à *ea*. Si la lame a plus de densité que le milieu environnant, les rayons, après leur sortie de cette lame, se trouveront normaux à une même ellipse, et dans le cas contraire, ils seront normaux à une

hyperbole. Nous ne considérerons, comme nous l'avons fait précédemment, que les rayons qui se trouvent dans un même plan passant par la verticale aa'.

Considérons d'abord les deux triangles kel et emn. Ce dernier s'obtient en menant em parallèle à la verticale kl ou aa', et en menant mn par le point p, où la circonférence qui a son centre en q, coupe la droite lp. Ces deux triangles seront semblables, car leurs angles seront égaux comme ayant même mesure. En effet, $kel = emp$, puisque $rl = ep$; et $kle = enm$, puisque $se = lm = rm - rl = rm - ep$. On aura donc

$$ke : el :: em : mn;$$

on a d'ailleurs (38)

$$ke : el :: 1 : n.$$

Ainsi, en représentant par e l'épaisseur em de la lame, on déduit de ces deux proportions

$$mn = e.n;$$

mais mn sera, d'après cela, une quantité constante. Cela posé, prenons $aa' = 2e$; et par le point a', menons $a'd$ parallèle à mn, nous aurons aussi $a'd = 2mn = 2e.n$. Si nous abaissons alors sur lf la perpendiculaire ac, nous aurons $ep = ax = cx$; et conséquemment $pn = fd = fc = fa$: d'où résulte que la somme des rayons vecteurs $a'f + af = a'd$, est une quantité constante, et que le point f sera toujours sur une ellipse dont les foyers seront en a et a'. Mais le rayon émergent lf partage l'angle afa' des rayons vecteurs en deux parties égales : il est donc normal à l'ellipse ou tangent à sa développée. Comme

le même raisonnement s'appliquerait à tous les rayons émergens, on en déduit qu'*ils sont tous perpendiculaires à la même ellipse, ou bien que leur caustique n'est autre que la développée de cette ellipse.* On voit qu'ici l'excentricité est égale à l'épaisseur de la lame, et que le rapport du grand axe à cette excentricité est encore égal au rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, qui convient aux deux milieux dont il s'agit.

On peut étendre, sans peine, ce qui vient d'être dit aux rayons partant d'un même point et traversant une lame à surfaces planes et parallèles, sans être assujettis à se trouver tous dans un même plan. Comme toutes les conditions sont égales autour de aa' perpendiculaire à la lame, les rayons réfractés seront normaux à un ellipsoïde de révolution, et auront ainsi pour caustique sa développée. On voit aussi qu'on peut se servir de la construction de M. *Gergonne*, pour dessiner le lieu apparent des points qu'on aperçoit à travers une lame de densité quelconque.

Il résulte de ce qui précède que les rayons passant dans un milieu plus dense, ont pour caustique la développée d'une hyperboloïde, ce qui aurait encore lieu si ces rayons avaient traversé une lame de densité moins grande que le milieu dans lequel ils rentrent; dans des suppositions contraires, les caustiques seraient les développées d'ellipsoïdes.

44. M. *Gergonne*, dans son Mémoire, a cherché de quelle manière les poissons nous verraient du fond de l'eau. Mais il résulte de ce qui précède, qu'on pourrait le savoir par expérience, du moins d'une manière approchée, puisqu'il suffirait

de substituer au milieu dans lequel se trouvent les poissons, une lame à surfaces planes et parallèles, pour laquelle la caustique par réfraction serait la même que pour l'eau. La solution du problème dépendrait de l'épaisseur de la lame et de sa force réfringente.

Il faut donc chercher s'il existe une substance dont la force réfringente soit $\frac{1}{n}$, n étant le pouvoir réfringent de l'eau, quand on prend celui de l'air pour unité. Or, l'oxigène satisfait jusqu'à certain point à ces conditions, car, d'après les expériences de Biot et Arago, son pouvoir réfringent égale 0,86161, tandis que celui de l'eau vaut 1,336. En supposant donc un tube rempli d'oxigène et terminé par deux surfaces de verre planes, parallèles et distantes d'un nombre m de mètres, on verrait à peu près les objets comme on les apercevrait du fond de l'eau, s'ils étaient à m mètres de la surface. Nous faisons abstraction de la réfraction qu'éprouvent les rayons en traversant les deux petites lames de verre placées aux extrémités du tube.

Nous n'avons pas jugé nécessaire de donner plus d'extension à cette seconde partie, pour montrer de quelle utilité peut être dans l'optique, l'emploi des caustiques secondaires, au lieu des caustiques principales, qui sont leurs développées. Nous terminerons, en observant qu'on fait dépendre ainsi la construction des caustiques par réflexion et par réfraction d'un seul et même principe que nous énoncerons de la manière suivante. *La caustique par réflexion ou par réfraction pour une courbe quelconque, éclairée par un point brillant, est la développée*

d'une autre courbe, laquelle a la propriété d'être l'enveloppe de tous les cercles qui ont leurs centres sur la courbe réfléchissante ou dirimante, et dont les rayons sont égaux aux distances des centres au point brillant dans le premier cas, et proportionnels à ces mêmes distances dans le second cas, le rapport constant étant celui de la réfraction.

NOTES.

Équation générale des caustiques secondaires.

Si l'on représente le module TC par la lettre m, et l'angle TLO par la lettre α, en prenant le rayon LO pour unité, l'équation polaire des caustiques secondaires sera Fig. 1.

$$\rho = 2 \cos \alpha + m.$$

Ces courbes se partagent en trois classes, en supposant successivement $m <$ diamètre LQ; $m =$ diamètre; $m >$ LQ. Leur équation en coordonnées rectangulaires est

$$y^4 + 2y^2\left(x^2 - 2x + \frac{m^2}{2}\right) + x^2\left(x^2 - 4x + 4 - m^2\right) = 0.$$

On engendre les caustiques secondaires d'un mouvement continu à peu près de la même manière que la conchoïde de *Nicomède*. Il faut assujettir le sommet d'une équerre à décrire la circonférence qui sert de *base* (8) et prolonger ou diminuer le côté qui passe par le *pôle* de la longueur du *module*.

Quadrature.

L'élément de surface, pour les courbes rapportées à leurs coordonnées polaires, est de la forme $ds = \frac{1}{2}\rho^2\, d\alpha$; d'où l'on déduit pour les caustiques secondaires

$$\text{surface } s = \frac{1}{2}\int (2r \cos \alpha \pm m)^2\, d\alpha + C.$$

Fig. 6. Quand on prend le rayon pour unité, en intégrant et observant que la constante doit être nulle et que $\frac{1}{2}\sin 2\alpha + \alpha = abo + boc = abc$, on a

$$\text{surface. } s = abc + \tfrac{1}{2} m^2 \alpha \pm 2m \sin \alpha.$$

Le signe supérieur a rapport à la surface *ads*, et le signe inférieur à la partie *ats'* du nœud. On déduit de là, pour la différence, $dts's = 4m \sin \alpha$: ainsi cette partie est exactement quarrable et quand on fait $\alpha = 90°$, on a $4m$ pour valeur de $sagds - s'tag'$, ou bien quatre fois la valeur du triangle *cag*.

Quand on fait la somme des quantités précédentes, on a

$$ads + ats' = 2abc + m^2 \alpha.$$

Ce qui fait voir que la surface de la courbe entière, en y comprenant le nœud, vaut deux fois le cercle générateur augmenté de la surface d'un autre cercle de rayon m. Par exemple, pour la trisectrice $m = 1$, et la surface entière vaudra trois fois la surface du cercle générateur. Pour la caustique principale, on aurait six fois la valeur du cercle générateur.

Rectification.

Nous chercherons maintenant la valeur du contour d'une caustique secondaire. L'arc d'une courbe vaut en général

$$\text{arc} = \int d\alpha \sqrt{\rho^2 + \rho'^2} + \text{C}.$$

pour simplifier, nous désignons par ρ', ρ'', etc. les coefficiens différentiels successifs dans le développement de ρ. On aura donc à intégrer l'équation suivante

$$\text{arc} = \int d\alpha \sqrt{m^2 + 4 + 4m \cos \alpha} + \text{C}.$$

mais cette formule n'est intégrable par les procédés ordinaires que dans le cas où $m = 2$. On prouve alors que la courbe vaut quatre fois son diamètre.

Ce qui a déjà été démontré (1). Nous chercherons à rapporter l'intégration précédente à celle d'arcs d'ellipses. Remarquons d'abord que puisque $\cos\alpha = 1 - 2\sin^2\frac{1}{2}\alpha$, on peut écrire

$$\text{arc} = \int d\alpha \sqrt{(2+m)^2 - 8m\sin^2\tfrac{1}{2}\alpha} + C:$$

ou bien, en faisant $a = 2+m$ et $e = \sqrt{8m}$.

$$\text{arc} = \int d\alpha \sqrt{a^2 - e^2\sin^2\tfrac{1}{2}\alpha} + C.$$

Comparons cette formule à celle qui donne la valeur d'un arc d'ellipse. En supposant a et e le demi-grand axe et l'excentricité (2), on a

$$\text{arc d'ellipse} = \int d\varphi \sqrt{a^2 - e^2\sin^2\varphi};$$

si l'on fait $\varphi = \frac{1}{2}\alpha$, on aura $d\varphi = \frac{1}{2}d\alpha$ et en substituant;

$$\text{arc d'ellipse} = \tfrac{1}{2}\int d\alpha \sqrt{a^2 - e^2\sin^2\tfrac{1}{2}\alpha}:$$

en comparant cette valeur à celle qui donne l'arc de la caustique secondaire, on obtient

2 arcs d'ellipse = arc de la caustique secondaire,

c'est-à-dire, que l'arc de la caustique qui répond à l'angle α, vaut le double de l'arc d'ellipse qui correspond à l'angle $\frac{1}{2}\alpha$. On a d'ailleurs, pour déterminer le grand axe, l'excentricité et le petit axe, les équations $a^2 = (2+m)^2$, $e^2 = 8m$, ainsi les deux demi-axes auront pour valeur $a = 2+m$, et $b = 2-m$.

Voici comment il faudrait construire ces valeurs : supposons qu'on ait à déterminer l'arc d'ellipse qui correspond à l'arc $g'S$. Après avoir décrit Fig. 4.

---

(1) Hist. des math. de Montucla.

(2) Traité de calcul différ. et intég. par Lacroix.

l'ellipse iAi', en faisant $iL = 2 + m$, et $LA = 2 - m$; on partage l'angle SLg' en deux parties égales par la droite Lg et du point g, on abaisse la perpendiculaire gp', alors le double de l'arc pm est égal à $g'S$.

Le contour d'une caustique secondaire vaut donc le contour d'une ellipse qu'on sait construire. Quant à celle qui offre un point de rebroussement et qui est unique dans son espèce, l'ellipse se réduit à une droite, puisque le petit axe est nul.

Volumes de révolution.

Les valeurs des volumes et des aires qu'engendrent les caustiques secondaires en tournant autour de leurs diamètres pris pour axes de révolution, offrent encore des propriétés remarquables. Pour les déterminer, nous aurons encore recours aux équations polaires. Nous allons d'abord donner les équations générales que l'on ne trouve point dans les traités élémentaires.

Observons que l'élément de surface vaut $\frac{1}{2}\rho^2 d\alpha$, et que le centre de gravité de ce petit triangle est éloigné de l'axe d'une distance égale à $\frac{2}{3}\rho \sin \alpha$. On a alors par le même théorême de Guldin, pour la valeur du volume qu'engendre cette petite surface dans sa révolution.

$$\text{vol. de révol.} = \tfrac{2}{3}\pi \int \rho^3 \sin \alpha\, d\alpha + C.$$

On obtient aussi de la même manière pour la valeur d'une surface de révolution,

$$\text{surf. de révol.} = 2\pi \int \rho \sqrt{\rho^2 + \rho'^2} \sin \alpha\, d\alpha + C.$$

Cela posé, la valeur du volume de révolution d'une caustique secondaire, deviendra après l'intégration,

$$\text{vol. de révol.} = C - \frac{\pi \rho^4}{12}.$$

Pour déterminer la constante, faisons $\alpha = 0$, nous aurons $\rho = 2 \pm m = A$, d'où $C = \frac{\pi A^4}{12}$, et partant

$$\text{vol. de révol.} = \frac{\pi}{12}[A^4 - \rho^4].$$

Mais on peut décomposer cette valeur de la manière suivante :

$$C = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{A^3}{8} \cdot \frac{A}{2} \text{ d'où } C : \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{A^3}{8} :: A : 2.$$

On voit que C désigne un volume qui est au volume de la sphère construite sur le diamètre de la courbe, comme ce diamètre est au diamètre du cercle générateur.

On construirait de la même manière la valeur de $\frac{\pi \rho^4}{12}$. Ainsi, on pourra toujours assigner la valeur du volume de révolution engendré par un secteur de caustique secondaire. On trouverait ainsi que le volume engendré par la caustique principale, vaut deux fois la sphère qui a le même diamètre que cette courbe, car alors $A = 2 + 2 = 4$.

Dans la courbe qu'on nomme trisectrice, le volume de révolution, sans y comprendre le volume engendré par le nœud, vaudra une fois et demi le volume de la sphère construite sur son diamètre, car ici $A = 3$, et $C : \frac{4\pi}{3}\left(\frac{3}{2}\right)^3 :: 3 : 2$. Pour avoir le volume engendré par le nœud, il faudra observer que $A' = 2 - m$ qui est diamètre du nœud. Ainsi la quantité demandée serait au volume de la sphère construite sur le diamètre du nœud, comme ce dernier diamètre est au diamètre du cercle générateur. Dans la trisectrice le volume engendré par le nœud serait donc la moitié du volume de la sphère construite sur le diamètre de ce nœud.

Surfaces de révolution.

En substituant dans la formule obtenue plus haut les valeurs des quantités qui la composent, nous aurons pour déterminer la surface de révolution d'une caustique : Fig. 5.

$$\text{surface de révol.} = 2\pi \int d\alpha \, (2\cos\alpha + m)\sin\alpha\,(4 + m^2 + 4m\cos\alpha)^{\frac{1}{2}} + C.$$

pour l'intégration, on pourra écrire la formule de la manière suivante:

$$\text{surf. de révol.} = \frac{\pi}{m}\int(4+4m\cos\alpha+m^2)^{\frac{3}{2}}\sin\alpha\, d\alpha$$

$$+\frac{\pi}{m}\int(4+4m\cos\alpha+m^2)(m^2-4)\sin\alpha\, d\alpha + C:$$

d'où l'on déduit l'intégrale

$$\text{surf. de révol.} = C - \frac{\pi}{10m^2}(4-4m\cos\alpha+m^2)^{\frac{5}{2}} - \frac{\pi}{6m}(m^2-4)(4+4m\cos\alpha+m^2)^{\frac{3}{2}},$$

pour déterminer la constante, mettons dans la formule au lieu de $\cos\alpha$ la quantité $\frac{m}{4}$ qui répond au point f le plus bas de la courbe, et nous aurons, en réduisant,

$$C = \left[\frac{4m^2}{3} - \frac{32}{15}\right]\frac{\pi}{m^2}.$$

Pour avoir la partie de la surface engendrée par l'arc sgf, il faut poser dans la formule $\cos\alpha = 1$; et pour la surface engendrée par $fas't$, $\cos\alpha = -1$, ce qui donne en réduisant:

$$\text{surf.} = \frac{\pi}{m^2}\left[\frac{4m^2}{3} - \frac{32}{15} - \frac{(2\pm m)^5}{10} - \frac{(m^2-4)(2\pm m)^3}{6}\right]:$$

faisons la somme de ces quantités pour avoir la surface engendrée par la courbe entière et réduisons en même temps, nous aurons le résultat très-simple.

$$\text{surf. de révol.} = 8\pi + 4\pi m^2.$$

D'où l'on voit que la surface engendrée par la courbe entière dans sa révolution, vaut deux fois la surface de la sphère engendrée par la circonférence du cercle générateur plus l'aire d'une sphère de rayon m, comme nous l'avons énoncé plus haut.

Nous avons employé précédemment $\frac{m}{4}$ comme la valeur du cosinus qui répond au point le plus bas de la courbe. Voici comment on peut déterminer les points maximum et minimum par les équations polaires.

Pour de pareils points, il faut prendre les tangentes nn', mm', etc. parallèles à l'axe ac, ou bien les normales perpendiculaires à ce dernier axe. D'où il suit que les angles tels que Pba seront égaux aux angles correspondans α : mais alors dans le triangle baP, où la sounormale P$a=\rho'$, on a Fig. 7.

$$\rho : \rho' :: \cos\alpha : \sin\alpha.$$

Ainsi la valeur de α, pour un maximum ou un minimum, dépendra de l'équation

$$\rho \sin\alpha = \rho' \cos\alpha.$$

En appliquant ceci aux caustiques secondaires, pour lesquelles on a

$$\rho = 2r\cos\alpha \pm m, \rho' = -2r\sin\alpha,$$

il vient

$$\cos\alpha = \mp \frac{m}{4r}.$$

Cette formule donne le point f et son correspondant dans la partie inférieure de la courbe : on pouvait encore satisfaire à l'équation, en faisant $\alpha = 0$, ce qui donne les points s et s'. Pour les courbes dont il s'agit, nous pouvons employer cette méthode en toute sûreté. Fig. 6.

Sounormales et rayons de courbure.

On sait que dans les équations polaires la quantité ρ' est la valeur de la sounormale ; or, nous aurons ici $\rho' = -2r\sin\alpha$, qui est une quantité indépendante du module m. Il suffira donc de mener le diamètre bp, et dp sera la normale. La même construction aurait lieu, s'il s'agissait de mener la tangente au point t.

La formule générale pour les rayons de courbure est

$$R = \frac{(\rho^2 + \rho'^2)^{\frac{3}{2}}}{\rho^2 + 2\rho'^2 - \rho\rho''}$$

après les substitutions et réductions, on obtient

$$R = \frac{(m^2 \pm 4m\cos\alpha + 4)^{\frac{3}{2}}}{m^2 \pm 6m\cos\alpha + 8}:$$

en faisant $\alpha = 0$, on aura les rayons de courbure correspondans aux points s et s',

$$R = \frac{(m \pm 2)^3}{m^2 \pm 6m + 8}.$$

La différence des rayons de courbure aux points s et s' donne la longueur de la développée de l'arc $sgas'$.

Dans le cours de ce mémoire, je n'ai point parlé du cas où le point lumineux se trouve à une distance infinie. S'il s'agissait de la caustique par réflexion dans le cercle, il suffirait de mener un diamètre perpendiculaire aux rayons incidens, et pour construire la caustique secondaire, on prendrait encore pour centres des cercles enveloppés les différens points de la circonférence réfléchissante; mais il faudrait prendre pour rayons les distances au diamètre et non pas les distances infinies au point lumineux. La caustique secondaire serait alors l'épicycloïde engendrée par une circonférence d'un diamètre égal au rayon de la circonférence réfléchissante et roulant sur cette dernière. La caustique principale serait aussi une épicycloïde semblable à la précédente.

On modifierait de la même manière notre théorême pour le cas de la réfraction.

OBSERVATION.

Le mémoire précédent a été présenté à l'Académie dans sa séance du 3 février 1823 : il a reçu ensuite quelques développemens nécessités par les recherches de plusieurs géomètres que j'ai eu occasion de citer. En achevant la correction des dernières épreuves, j'ai vu avec autant d'étonnement que de plaisir que je m'étais rencontré dans plusieurs points avec M. *Ch. Sturm* de Genève (1). Seulement ce savant géomètre n'a abordé que quelques cas particuliers, tandis que j'ai essayé de poser le principe général par lequel la théorie des caustiques peut rentrer dans celle des développées.

M. *Sturm,* en examinant les rayons émanés d'un point, qui sont réfléchis ou bien réfractés dans le cercle, a trouvé une propriété qui caractérise les courbes que j'ai nommées caustiques *secondaires*. Il a aussi entrevu que ces courbes ont des analogies avec les sections coniques : j'ai démontré dans mon mémoire en quoi ces analogies consistent, j'ai même prouvé que ces courbes avaient des foyers. Comme la construction de ces points peut offrir quelqu'intérêt, je vais en indiquer une très-simple.

C'est une propriété générale des sections coniques que les perpendiculaires abaissées des foyers sur les tangentes ont leurs pieds sur une circonférence construite sur le grand axe de la courbe. Si l'on part de ce principe et si l'on observe ce qui se passe dans la double projection stéréographique du système, comme nous l'avons fait dans le cours de ce mémoire, on reconnaîtra que la section conique devient une caustique secondaire du cercle, que les tangentes deviennent des circonférences qui ont la caustique secondaire pour ligne enveloppe, et qui passent par le pôle de cette courbe ; on verra de plus que les perpendiculaires deviennent également des circon-

---

(1) Voyez les Annales Math., cahier de janvier 1825, où M. *Gergonne* nous laisse espérer un nouveau mémoire sur les caustiques.

férences passant par ce même pôle, par un des foyers cherchés, et coupant les cercles tangens sur la circonférence dont le diamètre est celui de la caustique secondaire.

Fig. 6. Cela posé, on construira un cercle sur le diamètre ss' de la caustique secondaire, et puis on menera par le pôle a de la courbe, deux autres cercles qui se couperont à angle droit sur le premier, mais de manière que l'un d'eux soit un des cercles tangens dont la cautique secondaire est la ligne enveloppe, l'autre alors coupera le diamètre as de la caustique en un point qui sera le foyer demandé.

Je ferai ici une remarque que j'ai omis de faire dans le cours du mémoire, c'est qu'en construisant les caustiques secondaires dans le cas de la réfraction, on obtient toujours deux branches pour chaque courbe dirimante; les rayons réfractés sont perpendiculaires à l'une et les rayons réfléchis en même temps que réfractés sont perpendiculaires à l'autre. Je ne suis entré dans aucun détail sur les caustiques secondaires par réfraction dans le cercle, par la raison que ces courbes sont analogues à celles que j'ai considérées dans la première partie quand il s'agissait de la réfraction. La crainte de paraître trop long m'a contraint d'abandonner à la sagacité du lecteur un grand nombre de détails curieux auxquels il pourra parvenir sans peine en partant du principe général. Il pourra prévoir facilement par exemple, quand a lieu le cas singulier où la caustique par réfraction se réduit à un point, et la manière de ramener la construction d'une caustique par réfraction dans le cercle à celle d'une caustique par réflexion. Quant au cas des réflexions et des réfractions multipliées pour des rayons partis primitivement d'un même point, on pourra le faire rentrer dans la même théorie.

A. QUETELET.

Lu à la séance du 28 *février* 1825.

FIN.

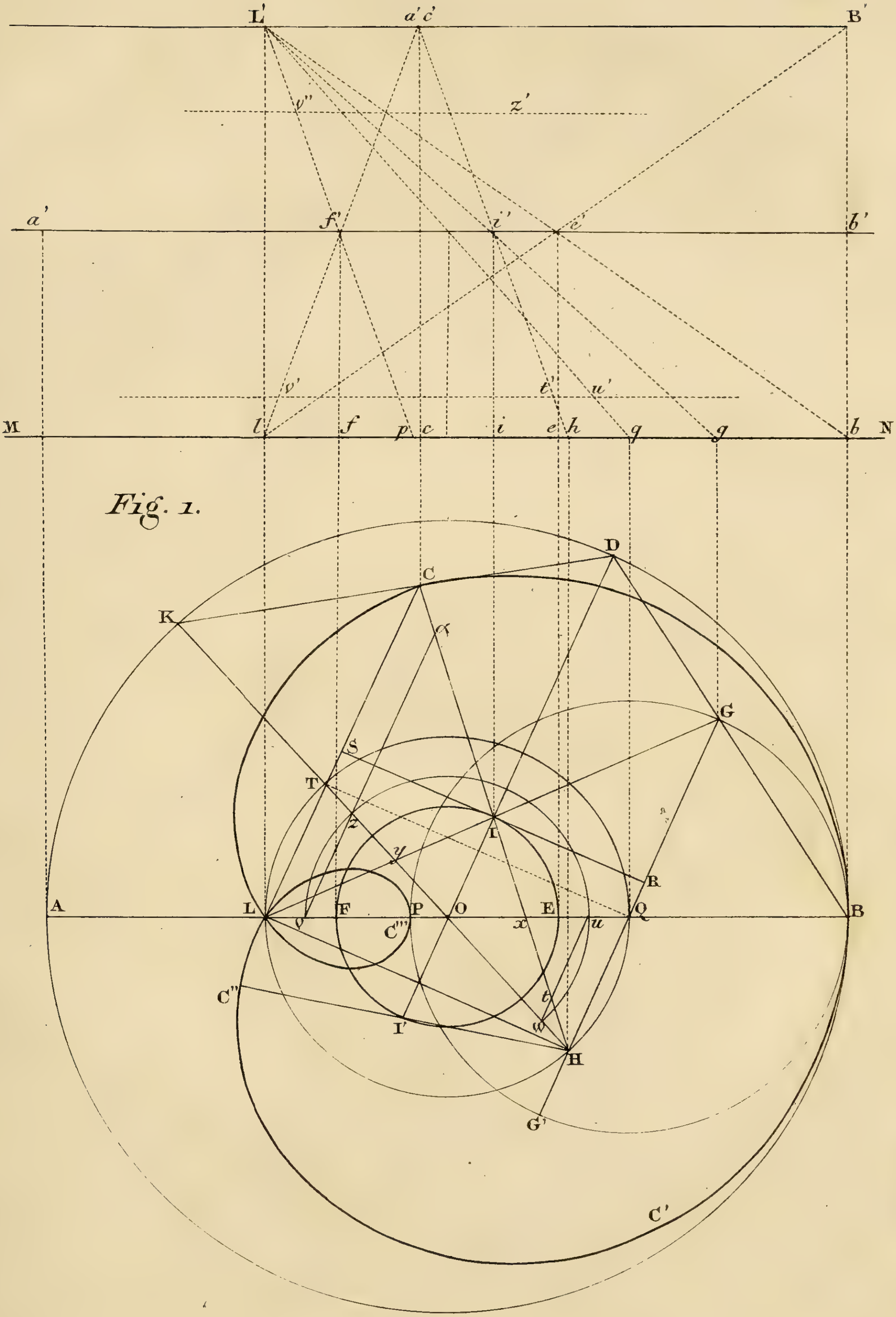
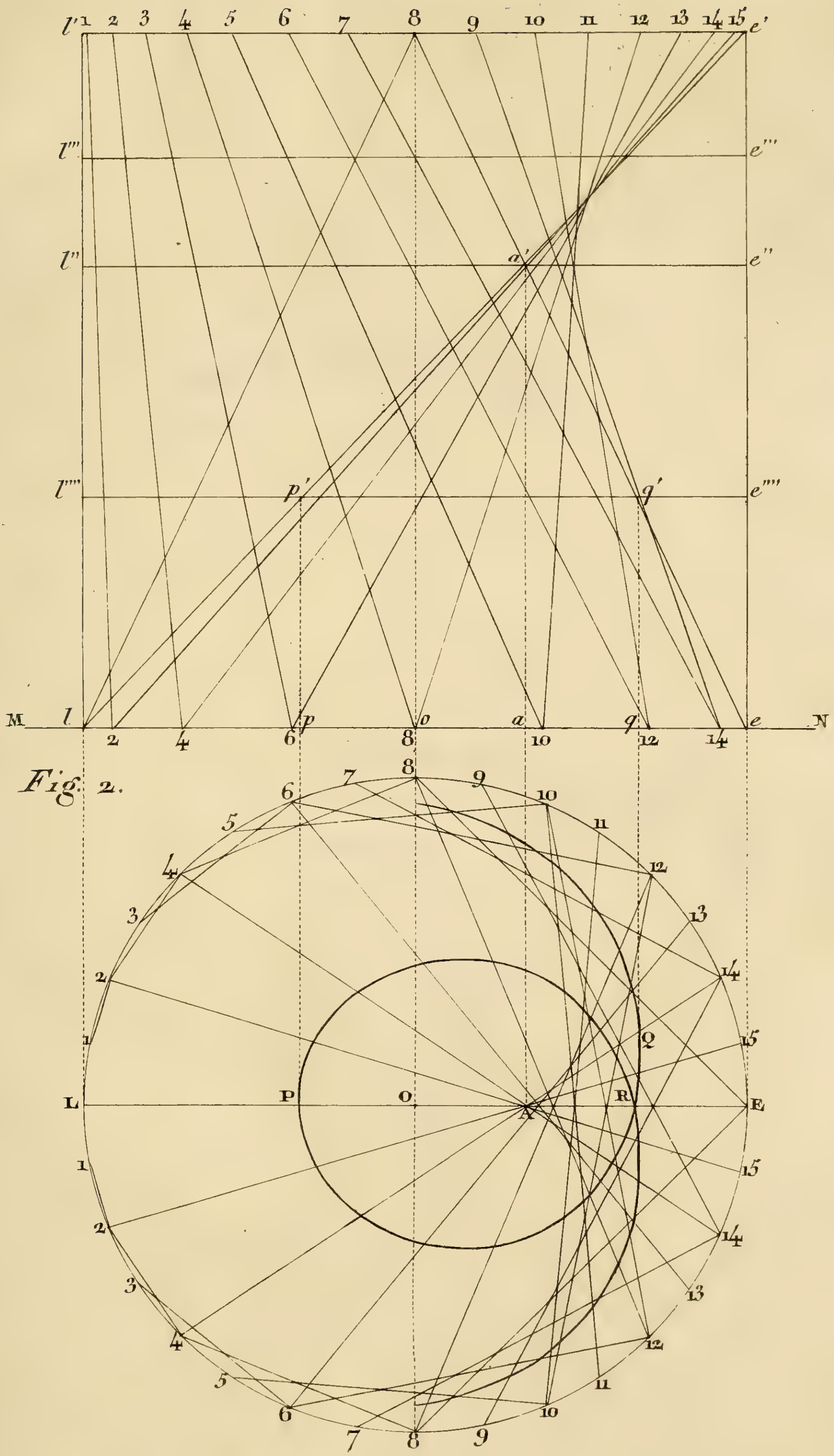

L'
a' c'
B'
v''
z'
a'
f'
i'
e'
b'
v'
t'
u'
M
l
f
p
c
i
e
h
q
g
b
N
D
C
K
G
S
T
I
R
A
L
F
P
O
E
Q
B
C'''
x
u
C''
I'
H
G'
C'

Fig. 1.



l′ 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 e′
l‴ e‴
l″ a′ e″
l⁗ p′ q′ e⁗
M l p o a q e N
2 4 6 8 10 12 14
L P O A R E Q

Fig. 2.

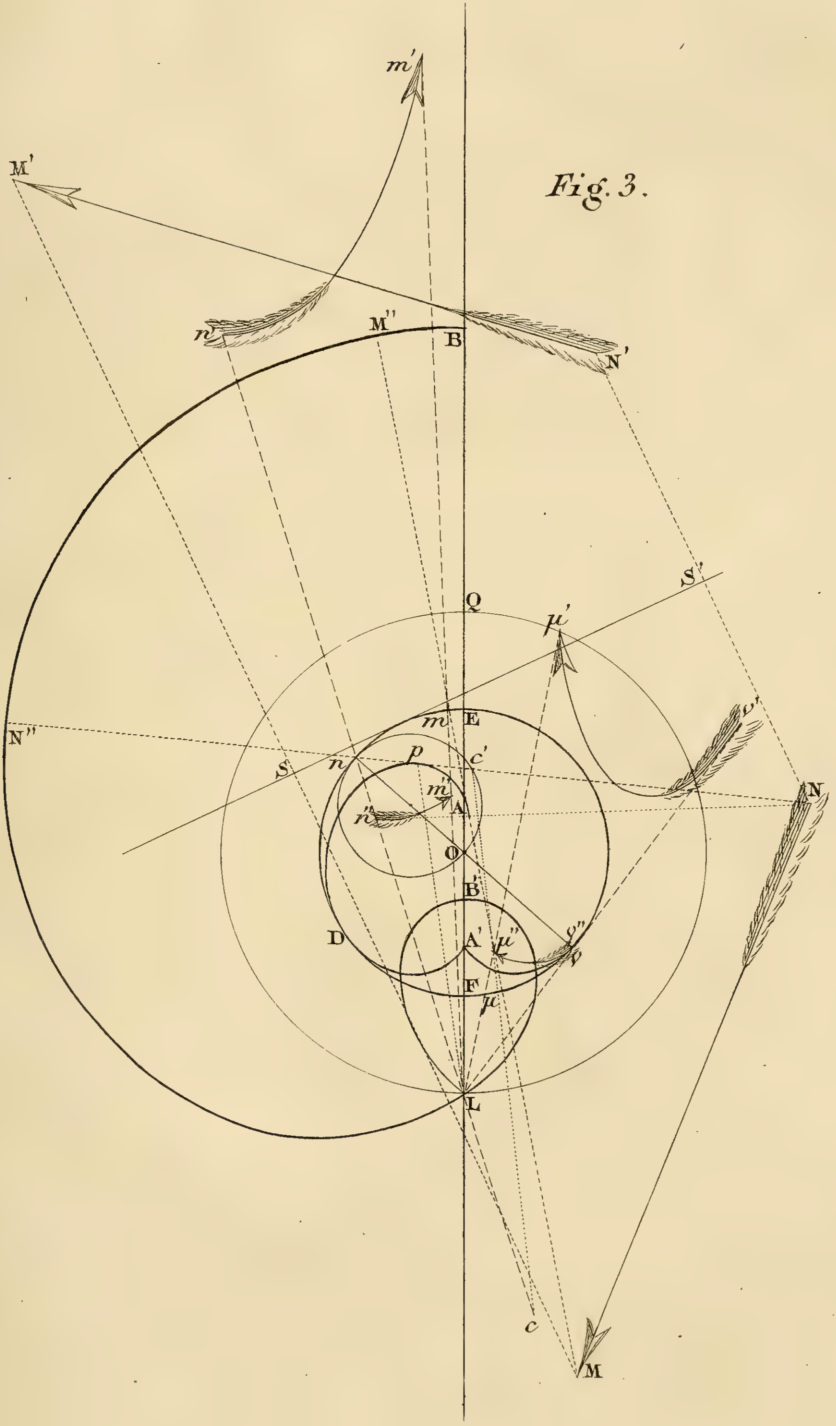


Fig. 3.

Fig. 5.

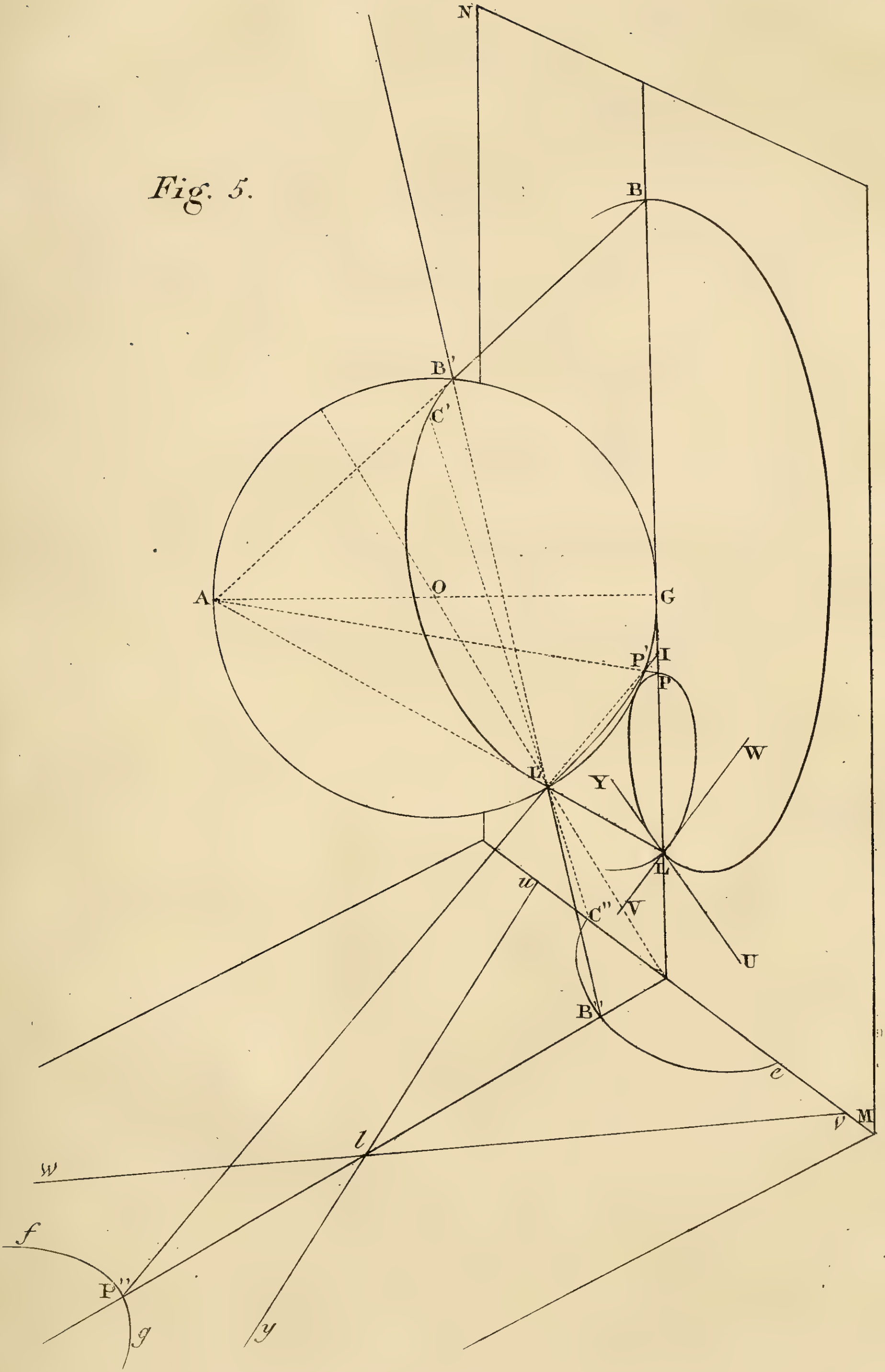


Fig. 4.

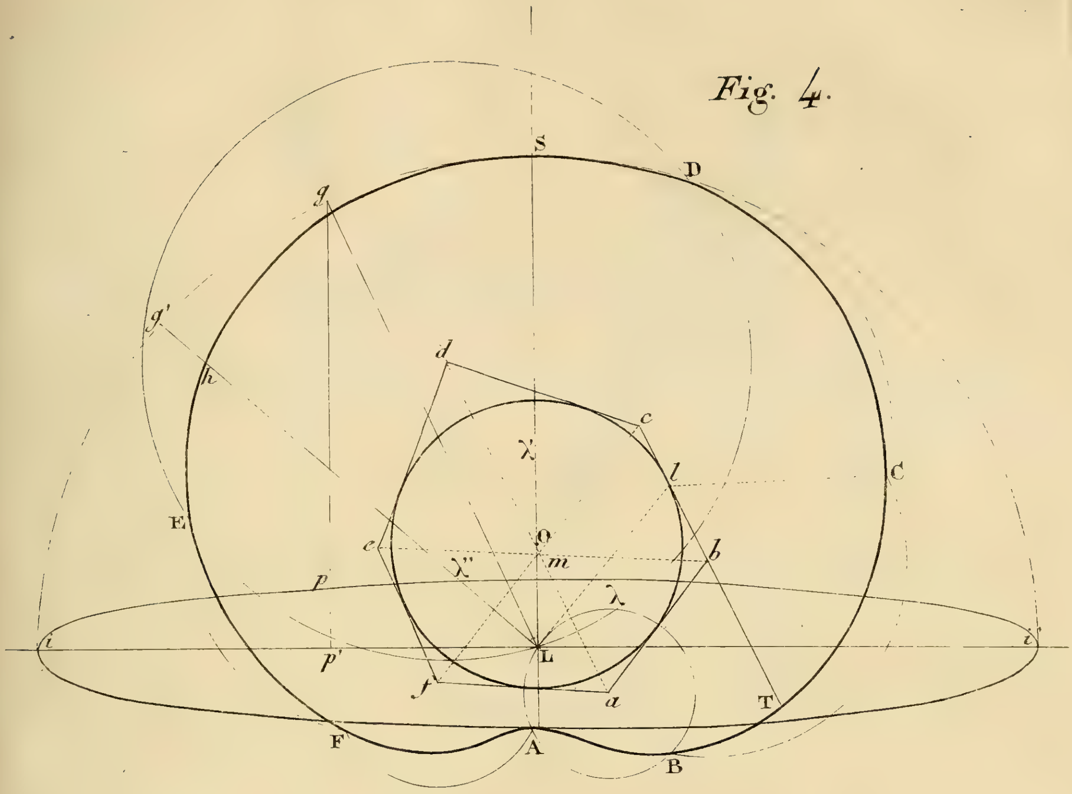


Fig. 6.

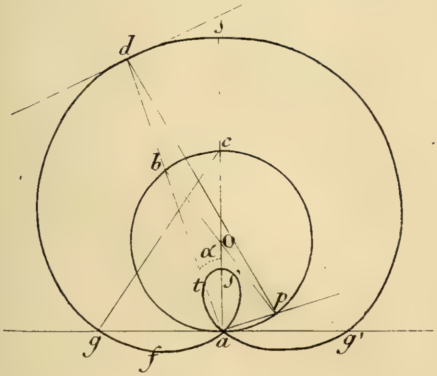


Fig. 7.

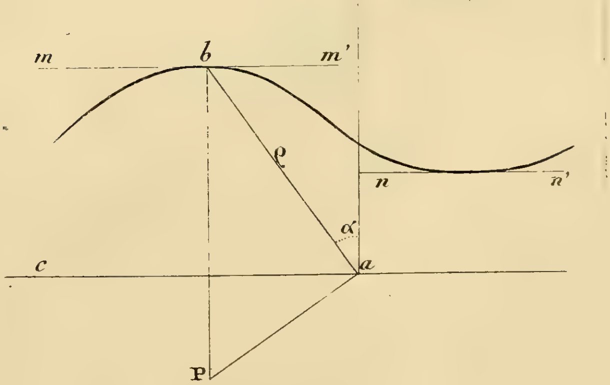


Fig. 8.

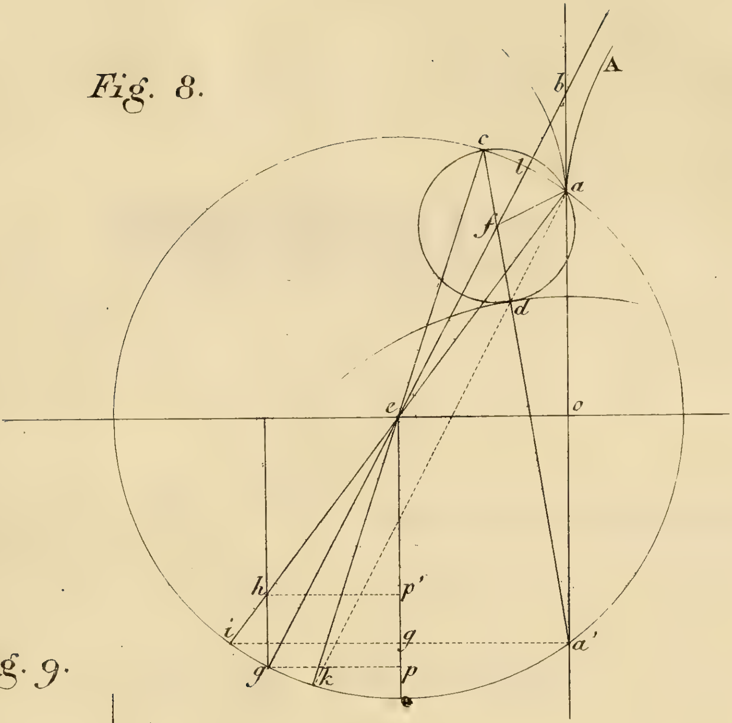


Fig. 9.

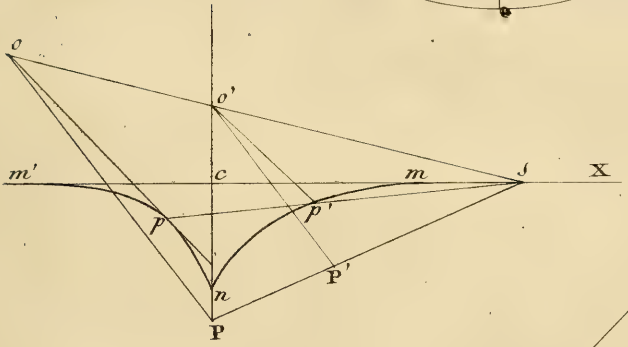
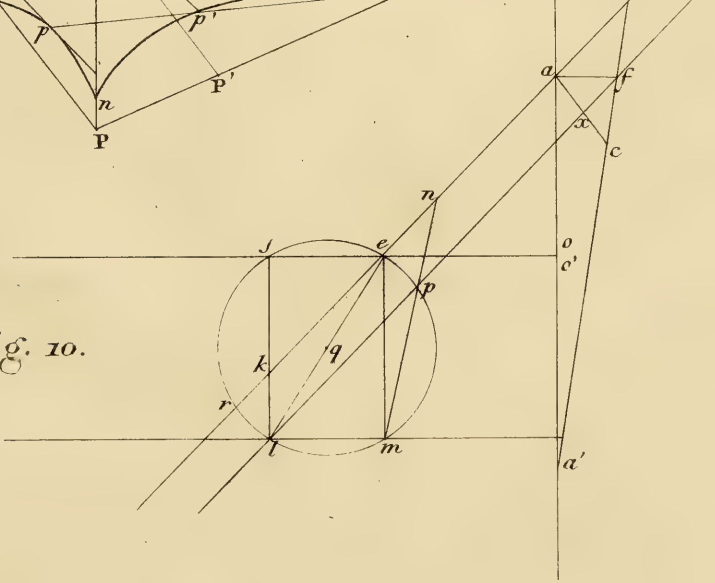


Fig. 10.



MÉMOIRE

SUR

UNE QUESTION

RELATIVE AU CALCUL DES PROBABILITÉS,

PAR LE COMMANDEUR

C. F. DE NIEUPORT.

LU A LA SÉANCE DU 8 MAI 1824.

MÉMOIRE

SUR

UNE QUESTION

RELATIVE AU CALCUL DES PROBABILITÉS.

PROBLÈME.

En supposant que dans un sac, ou dans un vase, on ait mis un nombre n de boules, marquées chacune d'un des caractères 1, 2, 3 . . . . . n, et que chaque fois on en tire une seule, qu'on remette aussitôt, on demande en combien de tirages on peut parier à égalité de faire sortir toutes les boules?

SOLUTION.

1. Il est clair qu'à chaque tirage, chacune des boules peut également sortir. Il y a donc au 1^{er} tirage n événemens différens possibles. Chacun des événemens du 1er tirage pouvant ensuite se combiner avec les n événemens possibles du 2me, ces deux tirages fourniront ensemble $n.n$, ou n^2 événemens différens. On trouvera de même, pour le 3me, n^3; et pour le $y$me tirage n^y événemens possibles, quels que soient n et y. Il s'agit maintenant de distinguer, parmi ces événemens, ceux où les n boules sortent; c'est-à-dire, qu'il faut assigner combien dans y tirages, il y a d'événemens qui renferment les n boules.

2. Je vois d'abord qu'au 1er tirage, il ne peut y avoir qu'une seule boule à chaque événement : je les nommerai, afin d'abréger, événemens *simples;* ainsi au 1er tirage, on a n événemens *simples*, c'est-à-dire, ne contenant qu'une seule boule.

Au 2me tirage, chaque événement *simple* du 1er peut être combiné avec n boules; c'est-à-dire, chacun avec la boule qu'il renferme déjà, et avec $n - 1$ boules qui lui sont étrangères. La 1re combinaison donne encore ici n événemens *simples;* et la 2me en donne $n.n - 1$ *doubles;* c'est-à-dire, qui renferment deux boules différentes. Ainsi le 2me tirage fournit n *simples* $+ n.n - 1$ *doubles.*

Au 3me tirage, les n événemens *simples* du 2me fournissent de même n *simples* $+ n.n - 1$ *doubles;* et les $n.n - 1$ *doubles* du même tirage, pouvant se combiner chacun avec les n boules; c'est-à-dire, chacun avec chacune des deux boules qu'ils renferment déjà, et de plus, avec $n - 2$ nouvelles, on aura $2n.n - 1$ *doubles* $+ n.n - 1.n - 2$ *triples.* Ainsi en tout, n événemens *simples* $+ 3n.n - 1$ *doubles* $+ n.n - 1.n - 2$ *triples.*

Au 4me tirage, les n *simples* du 3me fourniront, comme ci-dessus,

	$n^{\text{simpl.}} +$	$n.n - 1^{\text{doub.}}$;			
les $3n.n - 1^{\text{doub.}}$		$6n.n - 1^{\text{doub.}} +$	$3n...n - 2^{\text{trip.}}$;		
les $n.n - 1.n - 2^{\text{trip.}}$			$3n...n - 2^{\text{trip.}} +$	$n...n - 3^{\text{quad.}}$;	
ainsi au 4me tirage,	$n^{\text{simpl.}} +$	$7n.n - 1^{\text{doub.}} +$	$6n...n - 2^{\text{trip.}} +$	$n...n - 3^{\text{quad.}}$;	
et de même au 5me,	$n^{\text{simpl.}} +$	$15n.n - 1^{\text{doub.}} +$	$25n...n - 2^{\text{trip.}} +$	$10n...n - 3^{\text{quad.}} +$	$n...n - 4^{\text{quint.}}$

En continuant ainsi de suite, on formerait la table ci-jointe L, où y exprime le nombre des tirages, x la multiplicité des événemens, ou la quantité de boules différentes contenues dans chacun d'eux, et n la quantité totale des boules contenues dans le sac.

TABLE L.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	x
	n	$n.n-1$	$n.n-1.n-2$	$n.n-1....n-3$	$n.n-1...n-4$	$n.n-1...n-5$	$n.n-1...n-6$	$n.n-1...n-7$	$n.n-1...n-8$	$n.n-1...n-9$	$n.n-1...n-10$	$n.n-1.....n-x+1$
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	7	6	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	15	25	10	1	0	0	0	0	0	0	0
6	1	31	90	65	15	1	0	0	0	0	0	0
7	1	63	301	350	140	21	1	0	0	0	0	0
8	1	127	966	1701	1050	266	28	1	0	0	0	0
9	1	255	3025	7770	6951	2646	462	36	1	0	0	0
10	1	511	9330	34105	42525	22827	5880	750	45	1	0	0
y												

Ainsi, quel que soit n, on trouvera que 6 tirages produisent

n événemens *simples*
$31\, n . \overline{n-1} \ldots\ldots$ *doubles*
$90\, n . \overline{n-1} . \overline{n-2}$. *triples*
$65\, n . \overline{n-1} . \overline{n-2} . \overline{n-3}$. *quadruples*
$15\, n . \overline{n-1} . \overline{n-2} . \overline{n-3} . \overline{n-4}$. *quintuples*
$n . \overline{n-1} . \overline{n-2} . \overline{n-3} . \overline{n-4} . \overline{n-5}$. *sextuples*.

Soit que le nombre y des tirages soit $>$, $<$ ou $=$ au nombre des boules. Par exemple, si $n = 4 < 6$, le nombre total de ces événemens est $4096 = 4^6$; si $n = 6$, il est $= 46656 = 6^6$; enfin si $n = 7 > 6$, il est $117649 = 7^6$ comme nous avons dit ci-dessus (§ 1).

3. Les coefficiens numériques de ces différens événemens forment ce que M. *De Laplace* a nommé une suite *récurro-récurrente*, et qu'on a nommé depuis *suite récurrente à double entrée*. En observant la manière dont ces coefficiens se forment, il devient aisé d'en conclure la loi qui règne entr'eux. Cette loi est telle, que chaque terme est égal à la somme du produit de celui qui le précède verticalement dans la même colonne de la table L ci-dessus, par la valeur de x dans cette même colonne, et de celui qui précède ce dernier dans le sens horizontal. Ainsi, nommant à l'ordinaire $z^{x,y}$ le terme général; c'est-à-dire, celui qui répond aux deux valeurs quelconques x, y; $z^{x,y-1}$, celui qui le précède verticalement, et qui répond au même x, mais à $y-1$; et enfin $z^{x-1,y-1}$ celui qui précède ce dernier dans le sens horizontal, et qui répond conséquemment aux valeurs $x-1$, $y-1$, on aura $z^{x,y} = xz^{x,y-1} + z^{x-1,y-1}$; et c'est

cette équation aux différences finies partielles, qu'il faut intégrer, pour avoir le terme général de cette suite, en observant que $z^{1,y}$, qui est la fonction arbitraire, est ici constante et $=1$. On voit, par exemple, que $1050 = 140.5 + 350$; $350 = 65.4 + 90$; etc.

4. Pour parvenir plus facilement à connaître z, supposons successivement $x=2, =3, =$ etc.; et nous chercherons le terme général de chaque suite récurrente linéaire dans le sens vertical. Soit donc R le terme général de la 1re colonne où $x=1$, et qui répond à y. Soit de plus dans la colonne verticale suivante où $x=2$, ce même terme $=K$, et celui qui le suit immédiatement dans la même colonne et qui répond à $y+1, =K'$. On aura $K'=2K+R=2K+1$, puisque $R=1$. Donc $\triangle K = K+1$; équation linéaire aux différences finies ordinaires; d'où on conclut $K=\frac{1}{2}(2^y-2)$; la constante se déterminant par la condition que $K=0$, quand $y=1$.

5. Soit maintenant $R=\frac{1}{2}(2^y-2)$ et K le terme général de la colonne suivante. On aura de même $K'=3K+R$; $\triangle K = 2K + \frac{1}{2}(2^y-2)$; et $2K - \triangle K = -(2^{y-1}-1)$. Faisons suivant la méthode de *Lagrange*, $K=3^y u$; on aura

$$\triangle u = \frac{2^{y-1}-1}{3^{y+1}} = \frac{1}{6}\frac{2^y}{3^y} - \frac{1}{3^{y+1}} = \frac{1}{6}\left(\frac{2}{3}\right)^y - \frac{1}{3^{y+1}}.$$

Or, il est facile de voir qu'on a généralement

$$\Sigma a^t = \frac{a^t}{a-1}; \text{ et } \Sigma \frac{1}{a^{t+1}} = \frac{1}{(1-a)a^t}, \text{ ou } \Sigma \frac{1}{a^t} = \frac{1}{(1-a)a^{t-1}}.$$

Donc

$$u = C + \frac{1}{6}\Sigma\left(\frac{2}{3}\right)^y - \Sigma\frac{1}{3^{y+1}} = C + \frac{1}{6}\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^y}{\frac{2}{3}-1} - \frac{1}{-2.3^y} = C - \frac{1}{2}\frac{2^y}{3^y} + \frac{1}{2.3^y}.$$

Donc $K=u.3^y=3^yC-\frac{1}{2}2^y+\frac{1}{2}$. Or quand $y=1$, $K=0$; donc $3C-1+\frac{1}{2}=0$ et $C=\frac{1}{6}$. Donc enfin $K=\frac{1}{6}3^y-\frac{1}{2}2^y+\frac{1}{2}=\frac{1}{2.3}(3^y-3.2^y+3)$. On trouvera par la même méthode les valeurs suivantes du terme général pour chaque colonne;

Si $x=1$, $z=1$;

$x=2$, $z=\frac{1}{2}(2^y-2)$;

$$x=3,\ z=\frac{1}{2.3}(3^y-3.2^y+3);$$

$$x=4,\ z=\frac{1}{2.3.4}(4^y-4.3^y+6.2^y-4);$$

$$x=5,\ z=\frac{1}{2.3.4.5}(5^y-5.4^y+10.3^y-10.2^y+5).$$

Il est maintenant aisé de remarquer que pour chaque valeur de x, les termes sont ceux de la progression arithmétique décroissante x, $x-1$, $x-2$, etc. élevés à la puissance y; et que les coefficiens de ces mêmes termes sont les termes du binome $(1-1)$ élevé à la puissance x, excepté le dernier qui disparaît, parce qu'il se trouve multiplié par $x-x=0$. Par exemple, quand $x=5$, on a les termes, $5^y, 4^y, 3^y, 2^y$, 1 et 0 dont les coefficiens sont, dans le même ordre, $1, -5, +10, -10, +5, -1$, qui sont les termes de la 5me puissance du binome $(1-1)$. Quant au coefficient général, il est évidemment $\frac{1}{1.2.3.4\ldots x}$.

6. On peut conclure de là que le terme général de la suite récurrente à double entrée est

$$z=\frac{1}{1.2.3.4\ldots x}\left[x^y-x(x-1)^y+\frac{x.(x-1)(x-2)^y}{1.2}-\frac{x.(x-1).(x-2)(x-3)^y}{1.2.3}+\right.$$
$$\left.\frac{x.(x-1)\ldots.(x-3)(x-4)^y}{1.2.3.4}-\frac{x.(x-1)\ldots.(x-4)(x-5)^y}{1.2.3.4.5}+\text{etc.}\right].$$

On trouvera donc un terme quelconque de la table L, en regardant à quelles valeurs de x et y il répond; et en substituant ces valeurs dans l'expression de z. Par exemple, si l'on cherche le terme qui répond à $x=4$ et $y=5$, on aura

$$z=\frac{1}{1.2.3.4}(4^5-4.3^5+6.2^5-4)=10.$$

7. Ainsi, pour trouver le nombre d'événemens à n boules différentes, c'est-à-dire, où toutes les boules sortent, que produisent y tirages successifs, il faut supposer x, qui indique la multiplicité de ces boules contenues dans chaque événement, $=n$, et multiplier le résultat par le produit qui, dans la table L, est en tête de chaque colonne, et qui, lorsque $x=n$, sera $n.n-1\ldots.n-n+1$, ou $1.2.3\ldots.n$; et on aura, en nommant Q cette quantité,

$$Q=n^y-n(n-1)^y+\tfrac{1}{2}n.(n-1)(n-2)^y-\tfrac{1}{6}n.(n-1).(n-2)(n-3)^y+\tfrac{1}{24}n\ldots.(n-3)(n-4)^y-\tfrac{1}{120}n\ldots.(n-4)(n-5)^y+\text{etc.}$$

8. Soit par exemple, $n=2$, on a $Q=2^y-2$. Or le nombre total des événemens N est alors $=2^y$; donc la probabilité d'amener les deux boules en y tirages sera $\frac{2^y-2}{2^y}$, et la probabilité contraire sera $\frac{N-Q}{2^y}=\frac{2}{2^y}$. Donc le pari sera 2^y-2 contre 2. Ainsi en deux tirages il serait *au pair;* en trois, il serait de 3 contre 1; en quatre de 7 contre 1, etc. Et en général il sera de $n^y-n.(n-1)^y+\frac{1}{2}n.(n-1)(n-2)^y-\frac{1}{6}n.(n-1).(n-2)(n-3)^y+$ etc., contre $n(n-1)^y-\frac{1}{2}n.(n-1)(n-2)^y+\frac{1}{6}n.(n-1).(n-2)(n-3)^y-$ etc.

9. Demande-t-on maintenant en combien de tirages le pari serait dans un rapport déterminé; par exemple, en rapport d'éga-

lité? On aura à résoudre l'équation (A)....$n^y+2[-n(n-1)^y+\frac{1}{2}n.(n-1)(n-2)^y-\frac{1}{6}n.(n-1)(n-2)(n-3)^y+\text{etc.}]=0$. Soit $n=2$; on trouve $2^y-4=0$; $2^y=2^2$, et $y=2$. Ce qui est évident, puisque deux boules A et B n'admettent que les quatre événemens AA, AB, BA, BB, dont deux sont favorables et deux contraires.

10. Nous voici donc parvenus à un nouveau genre d'équations exponentielles assez compliquées, dont la solution exige conséquemment une méthode particulière. Représentons-les en général par (B).....$a^y+\gamma b^y+\delta c^y+\text{etc.}=\omega$, et essayons de déduire de là la valeur de l'inconnue y. Pour cela je commencerai par supposer $a^y=t$, $b^y=u$, $c^y=x$, etc. Donc $y=\frac{l.t}{l.a}=\frac{l.u}{l.b}=\frac{l.x}{l.c}=$ etc.; ou faisant $\frac{l.b}{l.a}=q$, $\frac{l.c}{l.a}=r$, etc.; $ql.t=l.u$, $rl.t=l.x$, etc.; et conséquemment $t^q=u$, $t^r=x$, etc. Donc enfin à cause de $a^y+\gamma b^y+\delta c^y+\text{etc.}=\omega$, $t+\gamma t^q+\delta t^r+\text{etc.}=\omega$, équation, dumoins en apparence, algébrique, puisque q, r, etc., sont connues. Il ne s'agirait donc que de déduire de là la valeur de t, et de la substituer dans l'équation $y=\frac{l.t}{l.a}$, pour avoir celle de l'inconnue y.

11. En nous bornant ici au cas particulier que présente l'énoncé de la question; savoir, celui de $\omega=0$, nous aurons $t+\gamma t^q+\delta t^r+\text{etc.}=0$. Si nous supposons d'abord le nombre n des boules $=2$, l'équation B(§ 10) devient $2^y-4(1)^y=0$; donc $a=2$, $\gamma=-4$, $\delta=0$, etc. et $q=\frac{l.b}{l.a}=\frac{l.1}{l.2}=0$; d'où $t-4=0$, et $t=4$. Donc $y=\frac{l.t}{l.a}=\frac{l.4}{l.2}=\frac{2l.2}{l.2}=2$, comme nous avons trouvé ci-dessus (§§ 8 et 9).

12. Mais si nous supposons $n=3$, l'équation A(§ 9) prend un terme de plus, et celle B(§ 10) devient en conséquence $3^y - 6(2)^y + 3.2(1)^y = 0$. Donc $a=3$, $\gamma=-6$, $b=2$, $\delta=6$, $c=1$ et $\frac{l.b}{l.a}=q=\frac{l.2}{l.3}$; $\frac{l.c}{l.a}=r=\frac{l.1}{l.3}=0$; dont $t-6t.^{\frac{l.2}{l.3}}+6=0$, équation qui, quoique sous une forme, en apparence, algébrique, est loin d'être telle, à cause de l'exposant $\frac{l.2}{l.3}$ qui ne peut être exprimé, ni par un nombre entier, ni par une fraction finie.

13. Dans la même hypothèse de $n=3$, on a (§ 7) $Q=3^y-3.(2)^y+3$; et le nombre total N des événemens (§ 1) est $t=3^y$. Donc la probabilité d'amener les trois boules en y tirages sera $=\frac{3^y-3(2)^y+3}{3^y}$; et la probabilité contraire étant $=\frac{N-Q}{3^y}$ $=\frac{3(2)^y-3}{3^y}$, le pari sera de $3^y-3(2)^y+3$ contre $3(2)^y-3$. Supposons le nombre y des tirages $=4$; ce pari devient alors de $3^4-3.16+3$ contre $3.16-3$, ou de $81-48+3=84-48=36$ contre 45; c'est-à-dire, de 4 contre 5.

14. Nous connaissons ce résultat d'après la valeur que nous avons attribuée au nombre y des tirages : essayons maintenant de déduire, au contraire, la valeur de ce nombre du résultat lui-même. Il faut pour cela supposer l'expression des chances favorables; savoir, $3^y-3(2)^y+3$, dans le rapport de 4 à 5 avec celui $3(2)^y-3$ des chances contraires.

Cette supposition s'exprime par l'équation (C)....$5(3^y-3(2)^y+3)=4(3(2)^y-3)$, ou $5(3)^y-27(2)^y+27=0$; et il s'agit de conclure de là la valeur de l'inconnue y, qui doit se trouver $=4$, comme nous l'avons établi *a priori*.

Nous avons donc ici (*équat.* B § 10) $a=3$, $b=2$, $\gamma=-\frac{27}{5}$, $\delta=\frac{27}{5}$, $c=1$, $\omega=0$; d'où $q=\frac{l.2}{l.3}$, $r=\frac{l.1}{l.3}=0$; et ensuite (D)..... $t-\frac{27}{5}t.^{\frac{l.2}{l.3}}+\frac{27}{5}=0$. Or, puisque $t=a^y$(§ 10)$=3^4=81$, par notre propre détermination, si nous substituons dans le 1er terme de notre équation 81 à t, nous aurons $81-\frac{27}{5}t^{\frac{l.2}{l.3}}+\frac{27}{5}=0$, ou $405-27t^{\frac{l.2}{l.3}}+27=0$, ou $\frac{432}{27}=t^{\frac{l.2}{l.3}}=\frac{48}{3}=16=2^4$; $\frac{l.2}{l.3}\,l.t=4l.2$; $l.t=4l.3$, $t=3^4=81$, comme cela doit être. Ainsi nous sommes assurés que cette équation D est propre à nous faire découvrir la véritable valeur de l'inconnue y dans celle C. Mais cet exposant $\frac{l.2}{l.3}$, qui n'admet aucune valeur déterminée, nous arrête ici de nouveau.

15. Nous n'avons donc réellement réussi, par l'opération (§ 10) qu'à échanger une difficulté contre une autre qui n'est peut-être pas moindre. Mais nous avons dumoins obtenu par là d'avoir deux points d'attaque, contre un seul et même obstacle : et c'est avoir gagné quelque chose. Il me semble même qu'il y a plus d'espoir d'atteindre notre but par le second que par le premier. Aureste, n'envions point aux géomètres qui viendront après nous, le plaisir d'ajouter quelque nouvelle découverte aux connaissances qui leur auront été transmises.

Et posteri quid veritati conferant.

Hîc me luctantem frustrà octogesimus annus
Occupat, hîc artem, invitus, pennamque repono.
Nunc onus excipiant quibus est integra juventus;
Me jubet hîc ætas studiis imponere finem.

NOTE ADDITIONNELLE.

Sur la résolution de l'équation $Aa^x + Bb^x + Cc^x \ldots\ldots + Mm^x = 0$.

Par M. DANDELIN.

Monsieur le Commandeur de *Nieuport*, dans le mémoire qui précède, étant parvenu à une équation de la forme ci-dessus, et n'ayant ni le temps ni, peut-être, la volonté de s'en occuper davantage, m'a fait l'honneur de m'en proposer la solution : en mettant donc cette addition à la suite de l'ouvrage d'un savant si justement réputé, je n'ai fait qu'obtempérer à son désir, sans avoir la prétention d'ajouter rien de bien intéressant à ce qu'il y a mis lui-même.

On peut d'abord se servir de la méthode si élégante qu'a donnée M. *Legendre* dans les mémoires qui forment le complément de son bel ouvrage sur la théorie des nombres.

Si l'on représente en effet par P la somme des termes qui, dans le polynome $Aa^x + Bb^x \ldots + Mm^x$ (que nous nommerons φ), ont leur coefficient positif, et par N la somme de ceux dont le coefficient est négatif, on aura $\varphi = P - N$, et pour que φ soit nul, il faudra que $P = N$. Soient maintenant les courbes correspondantes aux équations $y = P$, $y = N$; aux points d'intersection de ces courbes on aura $P = N$; ainsi les abscisses de ces points d'intersection seront racines de φ.

Or, il ne faut qu'un peu d'attention pour voir que

$$\frac{dP}{dx}, \frac{d^2P}{dx^2}, \frac{dN}{dx}, \frac{d^2N}{dx^2},$$

ne sauraient avoir de racines réelles; donc les courbes précédentes sont sans inflexion et sans points maximûms ou minimûms, ce qui est le cas le plus avantageux pour l'application de la formule de M. *Legendre* : ainsi sous ce point de vue nous pouvons regarder le problème comme résolu, en renvoyant pour le détail de la solution à l'écrit même de cet illustre géomètre.

Cependant on pourrait reprocher à ce procédé, outre sa longueur, d'offrir de grandes difficultés pour obtenir plus d'une racine de φ, et de laisser courir la chance de faire de longs calculs pour trouver une racine qui pourrait bien ne pas exister. On me pardonnera donc de rappeler ici la méthode que j'ai exposée dans le mémoire qui commence ce volume.

Il est évident d'abord que tout ce que nous avons dit aux nos 16, 17, 18, 21, 22, 23 et 24, de ce mémoire peut rigoureusement s'appliquer au polynôme φ que nous avons ici en vue : il n'y a donc, pour completter la recherche des limites de φ, qu'à voir comment, dans le cas actuel, nous pourrons tirer parti des nos 27, 28, 29, 30, 31, 32 et 33.

Ces nos qui se rapportent au cas où, deux limites d'une racine de $\frac{d\varphi.}{dx}$ étant données, les nos précédens ne fournissent aucun moyen de s'assurer de suite si ces deux limites ne contiennent point de racines de φ, ne peuvent s'appliquer au polynôme en question; car ils exigent que l'on mette $\frac{d\varphi.}{dx}$ sous la forme

$\frac{K.}{f(\psi)}$, ce qui est ici fort difficile si même pas impossible. Ainsi il faut alors recourir au moyen suivant.

On resserrera les limites de la racine $\frac{d\varphi.}{dx}$, jusqu'à ce que leur différence soit plus petite que l'erreur qu'on veut négliger dans l'évaluation des racines de φ, et alors on les substituera dans φ. Si l'un des résultats est de signe contraire à celui des premières limites, on en conclura l'existence de deux racines; s'il est à peu près nul, on est fondé à croire à l'existence de deux racines égales, ce qu'il sera facile de vérifier. Si enfin le signe des substitutions est le même, il n'y aura point de racines entre les deux limites.

Ces conclusions pourront être confirmées de la manière suivante :

Appelant α la plus petite des deux dernières limites, on fera $x = \alpha + y$ et l'on aura

$$\varphi(\alpha + y) = A\,a^{\alpha}.\,a^{y} + B\,b^{\alpha}.\,b^{y} + C\,c^{\alpha}.\,c^{y} \ldots + M\,m^{\alpha}.\,m^{y} = 0.$$

En développant par les exponentielles, on trouve pour $\varphi(\alpha + y)$.

$$\left.\begin{array}{l}
A\,a^{\alpha}.\left\{1 + \frac{\log a}{\log e}.y + \left(\frac{\log a}{\log e}\right)^2.\frac{y^2}{2} + \ldots\right\} \\
+\ B\,b^{\alpha}\left\{1 + \frac{\log b}{\log e}.y + \left(\frac{\log b}{\log e}\right)^2.\frac{y^2}{2}\ldots\ldots\right\} \\
+\ C\,c\ .\left\{1 + \frac{\log c}{\log e}.y + \left(\frac{\log c}{\log e}\right)^2.\frac{y^2}{2}\ldots\ldots\right\} \\
+\ldots\ldots\ldots \\
\quad\ldots\ldots\ldots \\
+ M\,m^{\alpha}.\left\{1 + \frac{\log m}{\log e}.y + \left(\frac{\log m}{\log e}\right)^2.\frac{y^2}{2}\ldots\ldots\right\}
\end{array}\right\} = 0.$$

Dans cette équation, s'il y a deux racines réelles correspondantes aux deux valeurs de x dont nous cherchons à constater l'existence, leur valeur sera si petite qu'on pourra négliger les puissances de y supérieures à la deuxième, et il restera une équation du second degré en y laquelle indiquera si les deux racines de $\varphi\,(x)$ comprises entre les limites cherchées sont imaginaires ou réelles, égales ou inégales, et qui dans ces derniers cas donnera en outre leurs valeurs.

Il paraît que, dans l'équation dont nous nous occupons, la meilleure manière de faire les substitutions est celle des moyennes valeurs. Soient en effet deux substitutions u et v, quand on connait la valeur de tous les termes de $\varphi\,(u)$ et de $\varphi\,(v)$ on trouvera facilement tous ceux de $\varphi\left(\frac{u+v}{2}\right)$; car le terme $\mathrm{A}\,a^{\frac{u+v}{2}}$, par exemple, est égal à $\mathrm{A}\,\sqrt[2]{a^u.a^v}$; d'où l'on déduit

$$log\left(\mathrm{A}a^{\frac{u+v}{2}}\right) + \tfrac{1}{2}\left\{log\left(\mathrm{A}a^{u}\right) + log\left(\mathrm{A}a^{v}\right)\right\}$$

valeur très-facile à obtenir et qui donne tout de suite $\mathrm{A}a^{\frac{u+v}{2}}$ au moyen des tables.

Comme il faut se servir de logarithmes, on ne doit pas essayer de trouver des racines avec plus de six caractères; ainsi le nombre des substitutions à faire entre deux limites différant de l'unité ne dépassera jamais vingt, puisqu'au delà leur utilité devient illusoire : encore faut-il observer que cela ne peut devenir nécessaire que pour le quart du nombre des racines des dérivées successives de φ dans le cas le plus défavorable, et pour l'approximation des racines de φ lui-même. On voit donc que l'opération ne sera pas très-compliquée.

On pourrait aussi appliquer ici les règles des cordes et des tangentes, mais le grand avantage de ces méthodes consiste à obtenir des approximations indéfinies, ce qui ne paraît pas possible ici à cause de l'emploi forcé des logarithmes. Ainsi elles n'auraient guère d'avantages sur la méthode des substitutions simples.

Dans tout ce qui précède nous avons supposé que l'on connaissait les limites supérieures des racines positives ou négatives : c'est ce qui s'obtient facilement comme on va le voir.

On a évidemment

$$\mathrm{A}a^x + \mathrm{B}b^x \ldots + \mathrm{M}m^x = \mathrm{A}e^{x\frac{\log a}{\log e}} + \mathrm{B}e^{x\frac{\log b}{\log e}} + \mathrm{M}e^{x\frac{\log m}{\log e}}.$$

faisant $e^x = \mathrm{Z}$ on trouve au lieu de $\varphi = 0$.

$$\mathrm{A}z^{\frac{\log a}{\log e}} + \mathrm{B}z^{\frac{\log b}{\log e}} + \ldots + \mathrm{M}z^{\frac{\log m}{\log e}} = 0,$$

équation qui a la forme des équations ordinaires. Soit donc S la plus grande des valeurs $\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}, \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{A}}, \cdots \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{A}}$; la limite supérieure des valeurs de z, sera $\mathrm{S}+1$. Et comme $z = e_x$, il est évident que la limite supérieure de x sera le logarithme de $\mathrm{S}+1$ pris pour la base e.

On trouvera de la même manière la limite des plus grandes valeurs absolues que puissent prendre les racines négatives de φ; faisons $x = -y$, nous aurons

$$\mathrm{A}\frac{1}{a^y} + \mathrm{B}\frac{1}{b^y} + \mathrm{C}\frac{1}{c^y} + \ldots + \mathrm{M}\frac{1}{m^y} = 0;$$

d'où l'on tire

$A.(bc...m)_y + B.(ac...m)^y + C.(ab...m)^y ... + M.(abc...)_y = 0$,

équation d'où l'on déduira, comme tout à l'heure, la limite supérieure de y.

Il ne nous reste plus qu'à voir comment nous opèrerons sur les dérivées successives de φ. Soit pour cela un cas particulier. Faisons.

$$\varphi = Aa^x + Bb^x + Cc^x + Dd^x.$$

Nous observerons d'abord que l'on a

$$\varphi = d^x[Aa'^x + Bb'^x + Cc'^x + D] = d_x . \psi,$$

équation dans laquelle a', b', c', représentent $\frac{a}{d}$, $\frac{b}{d}$, $\frac{c}{d}$. Or d^x ne pouvant devenir nul, la recherche des racines de φ se ramène donc à celle des racines de ψ. Dérivant cette dernière, on trouve

$$\psi' = A'a'^x + B'b'^x + C'c'^x = c'^x[A'a''^x + B'b''^x + C'] = c'^x . F,$$

équation dont la solution se rapporte à celle de F, puisque c'^x n'a point de racine, et dans laquelle on a

$$A' = A\frac{\log a'}{\log e}, B' = B\frac{\log b'}{\log e}, C' = C\frac{\log c'}{\log e} \text{ et } a'' = \frac{a'}{c'}, b'' = \frac{b'}{c'}.$$

Dérivant F on a :

$$F' = b''^x[A''a'''^x + B''] = b''^x f,$$

équation dans laquelle $A'' = A\left(\frac{\log a''}{\log e}\right)^2$, $B'' = B\frac{\log b''}{\log e}$ et $a''' = \frac{a''}{b''}$, et qui n'a d'autres racines que celles de f.

Or, cette dernière est facile à résoudre; on aura donc de

suite les limites de sa racine, ou de la racine de F′. On se servira de celle-ci pour trouver les limites des racines de F, ou de son équivalent ψ, et ainsi de proche en proche on remontera jusqu'à φ.

On remarquera que *f* ne peut avoir plus d'une racine, F plus de deux, ψ plus de trois, φ plus de quatre, et qu'ainsi le nombre des racines réelles d'une équation à inconnues exponentielles ne peut dépasser le nombre de ses termes, proposition remarquable, et que l'on démontrerait difficilement en mettant l'équation sous la forme algébrique.

On voit donc qu'on pourra toujours et sans beaucoup de calculs résoudre l'équation proposée, du moins quant à ses racines réelles; il ne nous resterait, par conséquent, qu'à montrer sur un exemple l'emploi de la méthode que nous avons indiquée; mais outre que cela ajouterait trop à la longueur de cette note, l'application d'une équation quelconque est si aisée, que nous n'avons pas cru devoir nous en occuper davantage.

MÉMOIRE

SUR

QUELQUES CONSTRUCTIONS GRAPHIQUES

DES

ORBITES PLANÉTAIRES;

PAR A. QUETELET.

MÉMOIRE

SUR

QUELQUES CONSTRUCTIONS GRAPHIQUES

DES

ORBITES PLANÉTAIRES.

Le but de ce mémoire est de présenter quelques constructions graphiques des orbites planétaires, en supposant qu'un ou plusieurs de leurs élémens soient déjà connus, ou que tous soient encore à déterminer par l'observation.

1. Commençons par un des cas les plus simples. *Delambre* dans son grand traité d'Astronomie, et *Biot* dans les notes de son Astronomie physique, ont donné une méthode pour calculer, par trois observations, trois élémens de l'orbite d'une planète (1) : mais ces deux savans astronomes, indépendamment

(1) M. *Bouvard* de son côté avait trouvé la même méthode. M. *Delambre,* en supposant le mouvement moyen inconnu, indique les équations qu'on aurait à résoudre. Nous observerons qu'il faudrait lire, page 126, 2e volume,

$$p - n\,dz \text{ au lieu de } n\,dz$$
$$q - n'dz \ldots\ldots\ldots n'dz$$
$$r - n''dz \ldots\ldots\ldots n''dz.$$

de l'inclinaison de l'orbite et de la position des nœuds, regardaient comme connu le moyen mouvement de l'astre. Dans la solution graphique du même problême, nous verrons qu'on peut se passer de la dernière donnée; et nous ferons connaître plus loin une formule pour la déterminer quand elle est inconnue et que l'on emploie l'analyse.

Prenons pour exemple la construction de l'orbite de la comète observée au mois de mai 1822. La longitude du nœud était de 177° 26′ 56″ et l'inclinaison de l'orbite de 53° 37′ 24″, d'après les calculs faits à l'observatoire royal de Paris. De plus on avait trouvé, par observation, pour le même astre :

Mai.	longit. géoc.		latitude géoc. B.
le 18 à 22^h 13′ 4″	87° 45′ 13″	....	12° 34′ 34″
le 31 à 21 50 10	92 2 7	....	21 10 13

et l'on avait pour le soleil :

longit. ☉	ray. vect. ☉
57° 19′ 34″	1,0122
69° 47′ 21″	1,0145,

Ces deux observations avec la longitude et le rayon vecteur du soleil, que font connaître les tables astronomiques, suffisent pour la solution du problême.

Prenons pour plan de projection horizontale le plan même de l'écliptique, pour ligne de terre une droite L M perpendiculaire à S☊, ligne des nœuds de la comète. Connaissant par hypothèse la longitude du nœud, nous pourrons construire l'angle ☊S♈ que forme ☊S avec la ligne équinoxiale ♈S♎.

Nous connaissons aussi l'inclinaison de l'orbite de la comète sur le plan de l'écliptique; l'une de ses traces étant ☊ S, l'autre dans le plan vertical sera S h', en faisant l'angle L S h' égal à l'angle d'inclinaison de l'orbite.

Les tables du soleil nous donnent ensuite, pour chaque instant du jour, les longitudes du soleil et les distances de cet astre à la terre. Nous avons donc les données nécessaires pour déterminer les deux points T et T′ où se trouve la terre aux instans des deux observations données.

Si l'on se reporte maintenant aux époques où l'on a observé la comète, on doit avoir aperçu cet astre selon deux droites dont les projections horizontales T H et T′ H′ sont connues, ainsi que les projections verticales $t\,h$ et $t'\,h'$, puisque l'on connait quelles étaient en ces points les longitudes et latitudes géocentriques de la comète. Ces deux rayons vecteurs vont rencontrer le plan de l'orbite en deux points dont les projections verticales h et h' sont déterminées par la rencontre des droites $t\,h$ et $t'\,h'$ avec la trace du plan; et les projections horizontales seront en H et H′ à la rencontre des droites h H, h' H′ et T H, T H′. La connaissance de ces deux positions de la comète dans le plan de son orbite, va nous donner les moyens de construire la parabole qui en est la trajectoire.

Concevons d'abord le plan de l'orbite h' S ☊ rabattu sur le plan de l'écliptique, en le faisant tourner autour de la ligne des nœuds ; les points (h, H) et (h', H′), pendant ce mouvement demeureront contenus dans des plans perpendiculaires au plan de l'écliptique qui auront pour traces deux droites passant par les points H et H′, et perpendiculaires à la ligne des

nœuds. Quand le plan de l'orbite sera entièrement dans le plan de l'écliptique, les deux points où l'on a aperçu la comète viendront se placer en C et C′ à des distances égales aux droites Sh et Sh'. Il ne restera plus alors qu'à faire passer une parabole par les deux points C et C′, de manière que son foyer soit en S, au centre du soleil. On pourra à cet effet employer la construction suivante. Avec une ouverture de compas égale à la différence des rayons vecteurs SC, SC′, on décrira la circonférence in, et la droite C′i, qui lui sera tangente, sera une perpendiculaire au grand axe SB de la parabole.

Pour se donner d'autres points de l'orbite, on fera les perpendiculaires cC et c'C′, égales aux rayons vecteurs SC et SC′, et par les points c et c' on mènera la droite $c'c$B. Toutes les perpendiculaires telles que cC, seront alors égales aux rayons vecteurs correspondans SC : quant au sommet A de la parabole, il sera sur le milieu de la distance SB. En remettant en place le plan qui contient l'orbite de la comète, il tournera autour de la droite S☊; les points A, C et C′ auront pour projections horizontales dans le plan de l'écliptique a, H et H′, et pour projections verticales a', h et h'.

2. Pour construire l'orbite d'une planète, il faudrait trois observations. On commencerait par déterminer, comme nous l'avons fait précédemment, les trois points, où les trois rayons visuels vont couper le plan de l'orbite : on ferait passer ensuite une ellipse par ces trois points. On pourra résoudre ce dernier problème par une construction semblable à celle que nous avons employée pour la parabole. Le second foyer de l'ellipse se trouverait au centre d'un cercle tangent à deux cer-

cles décrits des extrémités des deux plus petits rayons vecteurs avec des ouvertures de compas égales aux différences entre ces rayons et le plus grand rayon vecteur. Ce cercle serait de plus assujetti à passer par l'extrémité du plus grand rayon vecteur. Je me contente d'indiquer cette construction de l'ellipse, parce qu'on en trouverait facilement la démonstration, en observant que la somme de deux rayons vecteurs menés des foyers à un point d'une ellipse est une quantité constante.

3. Précédemment nous regardions comme connues la longitude du nœud et l'inclinaison de l'orbite; supposons que l'on ne connaisse rien que la longitude de la ligne des nœuds, et cherchons à déterminer par trois observations les élémens de l'orbite de la comète. Si nous n'employons que deux observations et si nous construisons comme précédemment; pour chaque inclinaison L S h' que nous pourrons donner au plan qui passe par la ligne des nœuds, nous aurons une nouvelle parabole, et les sommets de toutes les paraboles se trouveront sur une courbe; de sorte qu'en n'employant que deux observations, le problème resterait indéterminé, puisque nous saurions seulement que le sommet de la parabole cherchée est sur une courbe que l'on sait construire. Mais si l'on prend avec la troisième observation qui n'a pas encore été employée, une des précédentes, on pourra construire une seconde courbe qui contiendra aussi le sommet de la parabole cherchée. Le problème se réduit donc à chercher le point d'intersection des deux courbes qui sont les lieux des sommets de toutes nos paraboles.

La construction serait la même pour une planète, seulement il faudrait employer quatre observations et déterminer égale-

ment le point d'intersection de deux courbes qui seraient les lieux des sommets des ellipses; ou bien encore on pourrait construire les deux courbes qui sont les lieux des seconds foyers.

4. Si l'inclinaison de l'orbite était connue au lieu de la ligne des nœuds, il faudrait encore employer des procédés à peu près semblables. En conservant au plan Sh' toujours la même inclinaison donnée, on ferait tourner sa ligne d'intersection sur l'écliptique de manière à ce que ce plan fût toujours tangent à un cône droit dont le sommet est en S et dont l'axe est vertical au plan de l'écliptique; à chacune de ses positions répondrait un nouveau sommet de parabole, quand on n'emploierait que deux observations. Le sommet de la parabole cherchée dépendrait donc encore de l'intersection de deux lignes qu'on peut construire.

La détermination de l'orbite d'une planète rentrerait dans la même construction.

5. Passons maintenant à l'hypothèse où aucun des élémens d'une orbite planétaire ne serait connu. Il faudrait employer alors au moins trois observations pour une comète et quatre pour une planète. La marche que l'on suivrait serait à peu près semblable à celle qu'on suit par l'analyse : c'est-à-dire, qu'on ferait une première hypothèse sur la longitude de la ligne des nœuds; et l'on construirait, comme nous l'avons fait précédemment (3), les deux lignes qui sont les lieux des sommets de toutes les paraboles ou ellipses. Si ces deux courbes n'avaient pas de point commun, il faudrait faire une nouvelle hypothèse sur la position de la ligne des nœuds, ou plutôt on prendrait pour angle d'inclinaison de l'orbite, celui pour lequel les

deux courbes se rapprochaient le plus. Alors regardant comme connue l'inclinaison de l'orbite, on chercherait la position des nœuds comme nous l'avons fait dans le paragraphe précédent. Après quelques essais semblables, on ne tarderait pas à trouver la véritable position du sommet de la parabole et conséquemment tous les autres élémens de l'orbite. On pourrait, pour plus d'assurance, prendre les trois droites deux à deux et construire à la fois trois lignes qui devraient contenir le sommet de la parabole demandée. On conçoit qu'une pareille méthode ne peut jamais comporter le même degré d'approximation que l'analyse; elle a cependant cet avantage qu'elle est expéditive et qu'elle peut donner d'abord une idée bien suffisante de la position d'une orbite. Un peu d'habitude de la géométrie descriptive en fera sentir la commodité : elle n'exige d'ailleurs pas de connaissances bien étendues dans les mathématiques comme les méthodes qu'enseigne l'analyse.

6. Cherchons maintenant à nous former une idée plus juste de la ligne qui est le lieu des sommets de toutes les paraboles situées dans un même plan, qui ont pour foyer un point donné et qui sont assujettis à passer par un autre point également donné. Cette ligne est l'épicycloïde engendrée par une circonférence qui roule sur une autre de même rayon : son diamètre est la distance des deux points donnés et son point de rebroussement est au point qui doit servir de foyer commun (1).

---

(1) Voyez, pour les propriétés de cette courbe, le mémoire sur les Caustiques inséré dans ce volume.

Si l'on donne le foyer et un point de la parabole, sans fixer la position du plan qui doit la contenir, le sommet du grand axe ne pourra se trouver que sur la surface de révolution engendrée par l'épicycloïde en tournant autour de la droite qui joint les deux points donnés.

Si en même temps que le foyer, on donne deux points de la parabole, le sommet ne pourra se trouver que sur la ligne d'intersection de deux surfaces de révolution engendrées par des épicycloïdes, autour des droites qui vont du foyer vers les deux points : et comme d'ailleurs le sommet doit être dans un même plan avec les points donnés, il se trouvera à l'intersection de ce plan avec la ligne précédente.

Si l'un des deux points était indéterminé, mais de manière cependant à être assujetti à se trouver sur une droite, la position du sommet de la parabole serait aussi indéterminée et se trouverait sur une courbe tracée sur la surface de révolution engendrée par l'épicycloïde qui a pour axe la droite menée du foyer au point fixe.

L'indétermination serait plus grande encore, si l'on ne donnait que le foyer de la parabole avec deux droites renfermant chacune un point de la parabole; le sommet serait alors sur une surface dont la courbe précédente serait une caractéristique.

Pour faire cesser l'indétermination il faudrait donner, avec le foyer, trois droites ayant chacune un point appartenant à la parabole. En prenant alors ces droites deux à deux avec le foyer, on aurait trois surfaces semblables à celle dont nous

avons parlé précédemment, et le sommet de la parabole cherchée serait un point commun à ces trois surfaces.

7. Nous avons dit précédemment que le lieu des sommets de toutes les paraboles assujetties à avoir leur foyer en un point et à passer par un autre point donné dans l'espace, était la surface engendrée par une épicycloïde tournant autour de la droite qui joint les deux points donnés. Si l'on cherchait le lieu des sommets de toutes les paraboles ayant leur foyer commun en un point et tangentes à une droite donnée dans l'espace : ce lieu serait une circonférence située dans le plan de la droite et du point, et ayant pour diamètre la distance du point à la droite. Si les paraboles devaient être tangentes à un plan, le lieu de leurs sommets serait la surface d'une sphère; de sorte que si l'on avait à construire une parabole tangente à trois plans et ayant son foyer en un point donné, il faudrait de ce point abaisser des perpendiculaires sur les trois plans, construire des sphères sur ces perpendiculaires prises pour diamètres, et le point qui serait commun aux trois surfaces, serait le sommet demandé de la parabole (1).

8. Nous avons parlé au commencement de ce mémoire d'une formule qui donne le mouvement moyen d'un astre : nous allons employer pour y parvenir la série de l'équation du centre calculée par *Cagnoli*. Nous observerons d'abord qu'il est un moyen

---

(1) En partant de ces principes on peut résoudre d'une manière assez simple plusieurs problêmes que se propose *Newton* dans la 4e section du premier livre des Principes. On pourra consulter sur cette partie le 2e vol. de l'Astronomie de *Lalande*.

simple de se représenter les différentes grandeurs de l'équation du centre qui correspond aux différentes anomalies moyennes d'une planète dans son orbite. En effet en nommant v l'anomalie vraie, nt l'anomalie moyenne et e l'excentricité de l'orbite, on a sans erreur sensible (1)

$$V = nt + 2e \sin . nt.$$

Or, concevons un cercle et sur les différens points de la circonférence correspondans aux angles nt, élevons des perpendiculaires égales en longueur à l'équation du centre $2e \sin . nt$. Toutes ces perpendiculaires se trouveront sur une surface cylindrique et leurs extrémités seront sur une ellipse, comme on pourra s'en convaincre sans peine. On verra de plus que cette ellipse a une excentricité égale à celle de l'orbite de la planète et que son centre se confond avec celui du cercle.

9. Soient maintenant t, t', t'', t''' les instans des observations comptés d'une époque quelconque,

v, v', v'', v''' les longitudes de la planète réduites au plan de son orbite, à ces instans,

e l'excentricité de l'orbite,

n le moyen mouvement de la planète,

π la longitude du périhélie,

T le temps écoulé depuis le passage au périhélie jusqu'à l'époque où l'on commence à compter le temps.

---

(1) Mécan. de Poisson, pag. 368, 1er vol.

T, n, e, π seront les inconnues qu'il s'agit de déterminer. Or, nous avons par la série de l'équation du centre, en négligeant les termes, où e se trouve à la seconde puissance (1).

$$(1)\ldots\ldots\ \begin{cases} n(T+t\ ) = v\ -\pi - 2e\sin(v\ -\pi) \\ n(T+t'\ ) = v'\ -\pi - 2e\sin(v'\ -\pi) \\ n(T+t'') = v'' - \pi - 2e\sin(v'' - \pi) \\ n(T+t''') = v''' - \pi - 2e\sin(v''' - \pi). \end{cases}$$

En faisant la différence de ces équations, on obtient :

$$(2)\ldots\ldots\ \begin{cases} n(t'\ -t) = v'\ - v - 2e[\sin(v'\ -\pi) - \sin(v-\pi)] \\ n(t'' - t) = v'' - v - 2e[\sin(v'' - \pi) - \sin(v-\pi)] \\ n(t''' - t) = v''' - v - 2e[\sin(v''' - \pi) - \sin(v-\pi)] \end{cases}$$

Divisons la première de ces équations par les deux autres, et faisons

$$t'-t=q;\ t''-t=q';\ t'''-t=q''$$
$$v'-v=p;\ v''-v=p';\ v'''-v=p'':$$

nous obtiendrons

$$\frac{nq-p}{nq'-p'} = r = \frac{\sin(v'-\pi)-\sin(v-\pi)}{\sin(v''-\pi)-\sin(v-\pi)}$$
$$\frac{nq-p}{nq''-p''} = r' = \frac{\sin(v'-\pi)-\sin(v-\pi)}{\sin(v'''-\pi)-\sin(v-\pi)}.$$

Si l'on met au lieu de v' sa valeur, on aura pour le premier numérateur,

$$\sin(v'-\pi)-\sin(v-\pi) = \sin(p+v-\pi)-\sin(v-\pi)$$
$$= \sin p\cos(v-\pi)+\sin(v-\pi)(\cos p-1).$$

---

(1) Voyez l'Astronomie de *Delambre*, 2[e] vol. pag. 126.

En effectuant de semblables transformations dans les numérateurs et dénominateurs des seconds membres, et en divisant tous les termes par $cos(v-\pi)$, on aura

$$r = \frac{sin\,p - 2\,sin^2\tfrac{1}{2}p\;tang(v-\pi)}{sin\,p' - 2\,sin^2\tfrac{1}{2}p'\;tang(v-\pi)}$$
$$r' = \frac{sin\,p - 2\,sin^2\tfrac{1}{2}p\;tang(v-\pi)}{sin\,p'' - 2\,sin^2\tfrac{1}{2}p''\;tang(v-\pi)}:$$

en égalant les valeurs de $tang(v-\pi)$ tirées de ces équations, on obtient

$$(3)\ldots -2\,tang(v-\pi) = \frac{sin\,p - r\,sin\,p'}{sin^2\tfrac{1}{2}p - r\,sin^2\tfrac{1}{2}p'} = \frac{sin\,p - r'\,sin\,p''}{sin^2\tfrac{1}{2}p - r'\,sin^2\tfrac{1}{2}p''}$$

ou bien

$$r(sin\,p\,sin^2\tfrac{1}{2}p' - sin\,p'\,sin^2\tfrac{1}{2}p) + r'(sin\,p''\,sin^2\tfrac{1}{2}p - sin\,p\,sin^2\tfrac{1}{2}p'') + rr'(sin\,p'\,sin^2\tfrac{1}{2}p'' - sin\,p''\,sin^2\tfrac{1}{2}p') = 0.$$

Remplaçons r, r' par leurs valeurs et représentons les constantes par les lettres m, m' et m'', de manière qu'on ait :

$$m'' = sin\,p\;sin^2\tfrac{1}{2}p' - sin\,p'\;sin^2\tfrac{1}{2}p$$
$$m' = sin\,p''\;sin^2\tfrac{1}{2}p - sin\,p\;sin^2\tfrac{1}{2}p''$$
$$m = sin\,p'\;sin^2\tfrac{1}{2}p'' - sin\,p''\;sin^2\tfrac{1}{2}p':$$

nous aurons

$$\frac{nq-p}{nq'-p'}\,m'' + \frac{nq-p}{nq''-p''}\,m' + \frac{nq-p}{nq'-p'}\cdot\frac{nq-p}{nq''-p''}\,m = 0.$$

Faisons disparaître les dénominateurs et divisons tout par $nq-p$,

$$(nq''-p'')m'' + (nq'-p')m' + (nq-p)m = 0:$$

on obtient enfin pour n une fraction d'une forme très-symétrique,

$$n = \frac{pm + p'm' + p''m''}{qm + q'm' + q''m''} \dots\dots (4).$$

Les valeurs de m, m' et m'' n'étant pas disposées d'une manière très-favorable pour le calcul des logarithmes, nous allons tâcher de leur donner une forme plus simple et plus symétrique en même temps.

$$\begin{aligned} m'' &= \sin p \; \sin^2 \tfrac{1}{2} p' - \sin p' \sin^2 \tfrac{1}{2} p \\ &= 2 \sin \tfrac{1}{2} p \cos \tfrac{1}{2} p \sin^2 \tfrac{1}{2} p' - 2 \sin \tfrac{1}{2} p' \cos \tfrac{1}{2} p' \sin^2 \tfrac{1}{2} p \\ &= 2 \sin \tfrac{1}{2} p \sin \tfrac{1}{2} p' [\sin \tfrac{1}{2} p' \cos \tfrac{1}{2} p - \sin \tfrac{1}{2} p \cos \tfrac{1}{2} p'] \\ &= 2 \sin \tfrac{1}{2} p \sin \tfrac{1}{2} p' \sin \tfrac{1}{2} (p - p') : \end{aligned}$$

on aura de même

$$\begin{aligned} m' &= 2 \sin \tfrac{1}{2} p'' \sin \tfrac{1}{2} p \sin \tfrac{1}{2} (p'' - p) \\ m &= 2 \sin \tfrac{1}{2} p' \sin \tfrac{1}{2} p'' \sin \tfrac{1}{2} (p' - p''). \end{aligned}$$

Le calcul deviendra maintenant plus simple, surtout si l'on donne à la fraction (4) la forme suivante :

$$n = \frac{p + p' \dfrac{m'}{m} + p'' \dfrac{m''}{m}}{q + q' \dfrac{m'}{m} + q'' \dfrac{m''}{m}} \dots\dots (5).$$

quand on aura la valeur de n, les valeurs de π, e et T se déduiront des formules (3), (2) et (1), qui ont été obtenues précédemment. Mais il faut observer que l'on n'aura alors qu'une première approximation : pour avoir des valeurs plus exactes, il faudra opérer ensuite comme *Biot* l'a fait pour l'exemple qu'il propose.

10. Appliquons maintenant ce qui précède à un exemple numérique. Nous choisirons quatre observations du soleil que M. *Bouvard* a bien voulu extraire des registres de l'observatoire de Paris (1). Pour obtenir de plus grandes approximations, il faut choisir autant que possible les observations à 90° de distance l'une de l'autre. Les observations suivantes ont été faites en 1819 : elles sont exprimées en temps moyen compté du premier janvier à minuit,

5 janvier à 12^h 4′ 38″, 5 = t . longitude ⊙ =	9^s, 12° 20′ 57″, 9	= v .
6 avril à 12^h 2′ 40″, 3 = t'	0 15 50 52 , 1	= v' .
5 juillet à 12^h 4′ 2″, 1 = t''	5 12 33 0 , 3	= v''.
1 octobre à 11^h 49 52″, 8 = t'''	6 7 26 41 , 8	= v'''.

on en déduit les différences suivantes

$$\begin{array}{ll} t = 3{,}503223 & \\ t' = 96{,}501854 & t'-t = 92{,}998631 = q \\ t'' = 186{,}502802 & t''-t = 182{,}999579 = q' \\ t''' = 274{,}492972 & t'''-t = 270{,}989749 = q'' \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} v'-v = 3^s\ 3^\circ\ 29'\ 54'',2 = & 336594'',\ 2 = p \\ v''-v = 6\ \ 0\ \ 12\ \ 2\ ,4 = & 648722,\ 4 = p' \\ v'''-v = 8\ \ 25\ \ 5\ \ 43\ ,9 = & 954343,\ 9 = p'' \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \tfrac{1}{2}p = 1^s\ 16^\circ\ 44'\ 57'',1 & 4^s\ 16^\circ\ 38'\ 55'',9 = \dfrac{p-p'}{2} \\ \tfrac{1}{2}p' = 3\ \ 0\ \ 6\ \ 1\ ,2 & 4\ \ 17\ \ 33\ \ 9\ ,2 = \dfrac{p'-p''}{2} \\ \tfrac{1}{2}p'' = 4\ \ 12\ \ 32\ \ 52\ ,0 & 2\ \ 25\ \ 47\ \ 54\ ,9 = \dfrac{p''-p}{2} \end{array}$$

(1) Je saisis cette occasion pour remercier M. *Bouvard* ainsi que MM. *Arago*, *Matthieu* et *Nicollet*, astronomes à l'observatoire royal de Paris, pour les renseignemens qu'ils m'ont communiqués et pour l'intérêt qu'ils ont témoigné prendre à la formation d'un observatoire dans nos provinces méridionales, lorsque, pour cet objet, j'avais été envoyé en France par S. M. le Roi des Pays-Bas. Malheureusement ce projet, si noblement conçu par

Nous croyons inutile de prévenir qu'en mettant la valeur de n sous la forme (5), nous avons fait disparaître quelques facteurs.

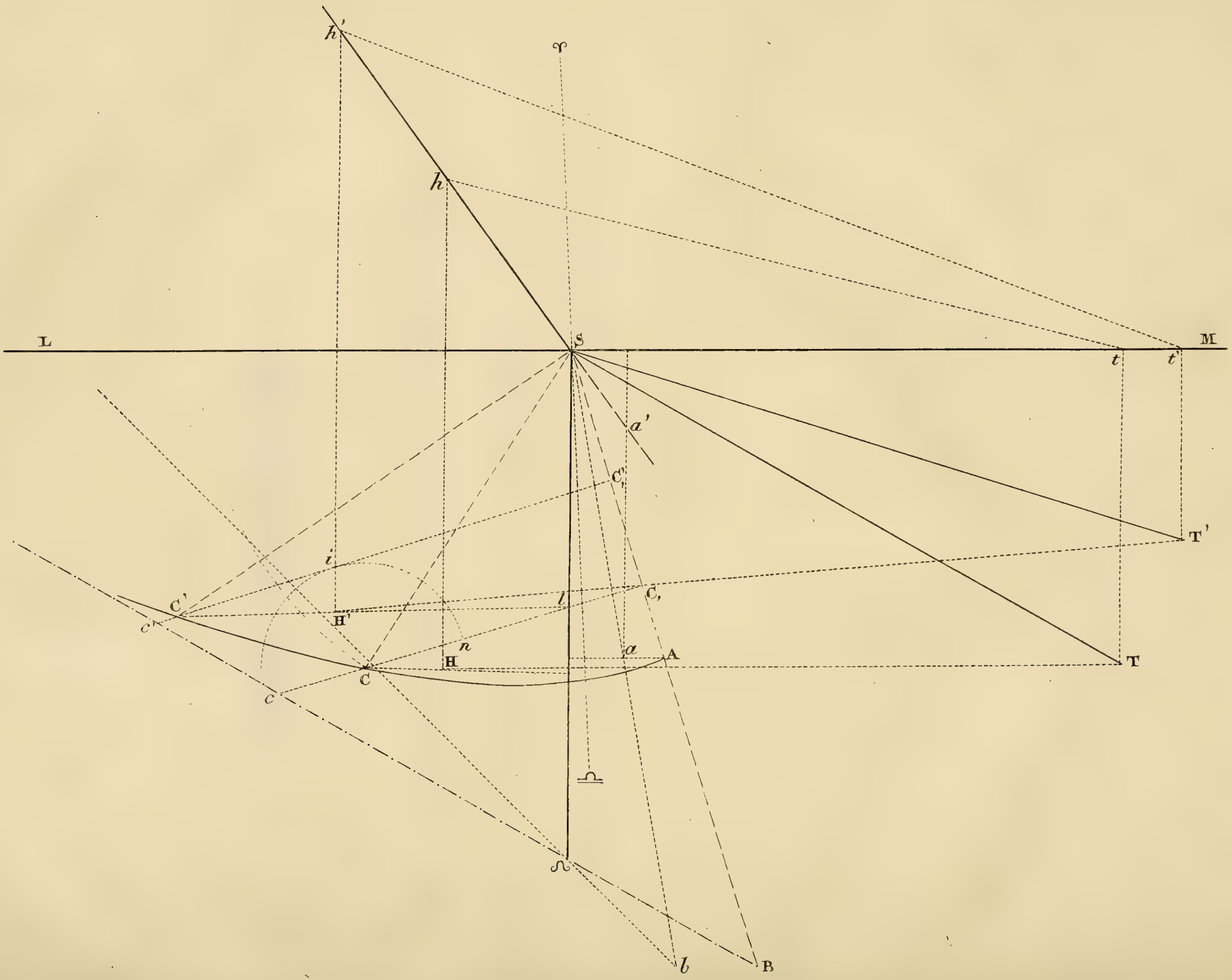
$\log \sin \frac{1}{2} p$	9,86234686		
$\log \sin \frac{1}{2}(p''-p)$	9,99883139		
	19,86117825		
$\log \sin \frac{1}{2} p'$	9,99999935		
$\log \sin \frac{1}{2}(p'-p'')$	9,82924824		
$\log \frac{m'}{m}$	0,03193066		0,03193066
$\log p'$	5,81205887	$\log q'$	2,26244018
	5,84398953		2,29437084
$p' \frac{m'}{m}$ =	698215″,4	$q' \frac{m'}{m}$ =	196,95669
$\log \sin \frac{1}{2} p'$	9,99999935		
$\log \sin \frac{1}{2}(p-p')$	9,83662004		
	19,83661939		
$\log \sin \frac{1}{2} p''$	9,86729674		
$\log \sin \frac{1}{2}(p'-p'')$	9,82924824		
$\log \frac{m''}{m}$	0,14007441		0,14007441
$\log p''$	5,97970491	$\log q''$	2,43295291
	6,11977932		2,57302732
$p'' \frac{m''}{m}$ =	1317586,7		374,13419
	698215,4		196,95669
	336594,2		92,99863
	2352396,3		664,08951

M. *Falk*, à qui les sciences doivent plus d'un établissement utile, semble avoir été ajourné, comme si nos provinces étaient destinées à être privées pour toujours d'un des monumens scientifiques qui contribuerait le plus à leur gloire.

$$\begin{array}{rll} \log(pm + p'm' + p''m'') & 6{,}37151056 & \\ \log(qm + q'm' + q''m'') & 2{,}82222664 & \\ \hline \log n = & 3{,}54928392 & \\ n = & 3542'',29 & \text{mouvement moyen calculé.} \\ & 3548{,}30 & \text{mouvement moyen.} \\ \hline & -\ 6'',01 & \text{erreur du calcul.} \end{array}$$

Connaissant la valeur de n, le reste du calcul pour déterminer les valeurs de e, π et T se ferait comme dans l'exemple calculé par M. *Bouvard*, que l'on trouve dans l'Astronomie physique de *Biot*; les formules sont les mêmes que celles que nous avons indiquées plus haut.

FIN.


h'
h
♈
L
S
M
t
t'
a'
C'
T'
i
l
C,
C'
c'
H'
n
H
a
A
T
C
c
♎
♌
b
B

MÉMOIRE

SUR

LE PRINCIPE DES VITESSES VIRTUELLES;

PAR Mr. M. G. PAGANI.

PRÉSENTÉ A L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES DE BRUXELLES,
EN DÉCEMBRE 1824.

INTRODUCTION.

L'importance de la mécanique dans la physique et, en général, dans l'analyse des phénomènes dont les élémens peuvent être soumis au calcul, est tellement reconnue aujourd'hui, qu'il serait au moins superflu de la confirmer par de nouveaux raisonnemens. Il nous suffira donc de faire seulement remarquer que tout problème de physique mathématique, si l'on en excepte la théorie de la chaleur, n'est au fond, qu'un problème de mécanique. Cette science elle-même n'est plus, depuis quelque temps, qu'une application de calcul intégral.

C'est en combinant la méthode des variations avec le principe des vitesses virtuelles que *Lagrange* a résolu de la manière la plus générale et la plus complète le plus grand de tous les problèmes des sciences spéculatives; et l'on a pu dire avec raison, qu'après lui il ne restait plus rien à faire dans cette partie des connaissances humaines, qui est du ressort de la mécanique proprement dite. Cependant on se tromperait beaucoup en croyant qu'il n'y aurait plus rien à dire, tant sur la démonstration du principe fondamental de la mécanique que sur ses applications à la découverte des principales lois et des propriétés générales de l'équilibre et du mouvement.

L'objet que nous nous sommes proposé en écrivant ce mémoire a été de donner une démonstration à la fois simple et rigoureuse du principe des vitesses virtuelles, et d'en déduire de la manière la plus facile et la plus uniforme toutes les conséquences qui, traduites en langage ordinaire, sont communément désignées sous le nom de *lois et propriétés générales de la mécanique*. Nous n'avons eu besoin pour cela de nous appuyer sur aucun principe qui aurait eu besoin d'être démontré; et nous avons ramené la démonstration de toutes les lois et de toutes les propriétés générales de l'équilibre et du mouvement à deux seules transformations principales de la formule fondamentale.

MÉMOIRE

SUR

LE PRINCIPE DES VITESSES VIRTUELLES.

PREMIÈRE PARTIE.

Démonstration du principe des vitesses virtuelles.

---

1. Le principe des vitesses virtuelles a été rendu très-général par *Lagrange* qui l'a énoncé le premier de cette manière : « Si » un système quelconque de tant de corps ou de points que » l'on veut, tirés chacun par des puissances quelconques, est » en équilibre, et qu'on donne à ce système un petit mouve- » ment quelconque, en vertu duquel chaque point parcoure » un espace infiniment petit qui exprimera sa vitesse virtuelle, » la somme des puissances multipliées chacune par l'espace » que le point où elle est appliquée, parcourt suivant la direc- » tion de cette même puissance, sera toujours égale à zéro, » en regardant comme positifs les petits espaces parcourus » dans le sens des puissances, et comme négatifs les espaces » parcourus dans un sens opposé. »

2. Pour démontrer la vérité du principe que nous venons d'exposer, sans nous appuyer sur aucune considération mécanique qui ne soit pas évidente par elle-même, nous supposerons d'abord que le système est réduit à un seul point parfaitement libre dans l'espace et sollicité par des forces quelconques. On verra par la suite comment on peut ramener le cas général à celui-ci.

Soit donc m un point de l'espace dont la position, rapportée à trois axes fixes et rectangles, sera déterminée par les coordonnées x, y, z; et soient P, Q, R, etc. les intensités des forces appliquées à ce point dans les directions des droites p, q, r, etc., tirées du même point à des points fixes. Pour éviter des répétitions dans la suite, nous conviendrons dès à présent d'employer les mêmes lettres accompagnées d'un ou de plusieurs traits pour exprimer des quantités de même nature et prises dans le même sens que celles qui n'ont point de trait.

Cela posé, cherchons les conditions nécessaires pour que le point m soit en équilibre étant sollicité par les puissances P, Q, R, etc. Il est clair d'abord que si l'on donnait à x, y, z des valeurs telles, que le point m se trouvât dans sa position d'équilibre, il faudrait, en regardant les variations de ces coordonnées comme des fonctions des intensités P, Q, R, etc. et de la direction des lignes p, q, r, etc. que ces variations se réduisissent à zéro pour chacune des variables x, y, z; autrement il ne serait pas vrai que le point m est en équilibre. Or, les intensités des forces qui sollicitent le point m ainsi que leurs directions sont des quantités indépendantes; par conséquent la variation totale des coordonnées sera égale à la somme

de leurs variations partielles, dues à l'action de chaque intensité P, Q, R, etc. et à la direction dans laquelle elle agit; en considérant successivement chacune de ces quantités comme existant seule. Donc le point m sera en équilibre si la somme des variations de chaque coordonnée, considérée comme fonction des quantités indépendantes (P, p) (Q, q) (R, r), etc., se réduit à zéro.

3. Considérons les coordonnées x, y, z comme des fonctions de la seule puissance dont l'intensité est P, et qui tire le point m dans le sens de la droite p menée du point m à un autre point fixe dont les coordonnées seront a, b, c; il s'agit de déterminer la variation de chacune des variables x, y, z, due à l'action P agissant dans le sens de la droite p. Cette action consiste évidemment à faire varier la droite p d'une quantité proportionnelle à son énergie P, et si nous nommons δp cette variation, il faudra prendre $\delta p = \omega P$, étant ω une quantité infiniment petite et la même pour toutes les forces sollicitantes. En outre puisqu'on a

$$p = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$$

il viendra

$$\left(\frac{dp}{dx}\right) = \frac{x-a}{p}, \ \left(\frac{dp}{dy}\right) = \frac{y-b}{p}, \ \left(\frac{dp}{dz}\right) = \frac{z-c}{p}.$$

Supposons maintenant que la droite p varie d'une quantité δp et que le point m, obéissant à l'action de la force P, se transporte sur cette droite à une distance δp de sa position primitive; et cherchons les variations correspondantes des coordonnées x, y, z, que nous désignerons par δx, δy, et δz.

Le point m n'ayant pas quitté la droite p, les coordonnées x, y, z doivent satisfaire aux deux équations linéaires

$$y-b=\mathrm{A}(x-a), z-c=\mathrm{B}(x-a)$$

qui expriment les relations nécessaires entre les coordonnées de tous les points de la droite p.

On aura donc en différenciant la valeur de p, et les deux membres des deux dernières équations,

$$\delta p=\left(\frac{dp}{dx}\right)\delta x+\left(\frac{dp}{dy}\right)\delta y+\left(\frac{dp}{dz}\right)\delta z,$$

$$\delta y=\frac{y-b}{x-a}\delta x, \ \delta z=\frac{z-c}{x-a}\delta x.$$

Éliminons de ces dernières équations les valeurs δy et δz, et nous aurons

$$\delta p=\left\{\left(\frac{dp}{dx}\right)+\frac{y-b}{x-a}\left(\frac{dp}{dy}\right)+\frac{z-c}{x-a}\left(\frac{dp}{dz}\right)\right\}\delta x$$

ou bien en réduisant

$$\delta p=\frac{p}{x-a}\delta x=\frac{\delta x}{\left(\frac{dp}{dx}\right)};$$

d'où l'on conclura

$$\delta x=\left(\frac{dp}{dx}\right)\delta p, \delta y=\left(\frac{dp}{dy}\right)\delta p, \delta z=\left(\frac{dp}{dz}\right)\delta p.$$

4. Le même raisonnement étant appliqué aux autres puissances, on parviendra à des résultats semblables; et nous pour-

rons conclure que la variation complète de chaque coordonnée, en vertu des actions P, Q, R, etc., sera

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)\delta p+\left(\frac{dq}{dx}\right)\delta q+\left(\frac{dr}{dx}\right)\delta r+\text{etc...}\quad \text{pour } x$$

$$\left(\frac{dp}{dy}\right)\delta p+\left(\frac{dq}{dy}\right)\delta q+\left(\frac{dr}{dy}\right)\delta r+\text{etc...}\quad \text{pour } y$$

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)\delta p+\left(\frac{dq}{dz}\right)\delta q+\left(\frac{dr}{dz}\right)\delta r+\text{etc...}\quad \text{pour } z.$$

Or, il est nécessaire pour l'équilibre du point m que chacune de ces sommes soit égale à zéro; nous aurons donc, en observant que $\delta p=\omega \mathrm{P}$, $\delta q=\omega \mathrm{Q}$, $\delta r=\omega \mathrm{R}$, etc., et en divisant tous les termes par ω,

$$\mathrm{P}\frac{dp}{dx}+\mathrm{Q}\frac{dq}{dx}+\mathrm{R}\frac{dr}{dx}+\text{etc.}\quad =0$$

$$\mathrm{P}\frac{dp}{dy}+\mathrm{Q}\frac{dq}{dy}+\mathrm{R}\frac{dr}{dy}+\text{etc.}\quad =0$$

$$\mathrm{P}\frac{dp}{dz}+\mathrm{Q}\frac{dq}{dz}+\mathrm{R}\frac{dr}{dz}+\text{etc.}\quad =0.$$

5. Multiplions successivement ces équations par dx, dy, dz, et ajoutons les produits, il viendra

$$0=\mathrm{P}\left(\frac{dp}{dx}dx+\frac{dp}{dy}dy+\frac{dp}{dz}dz\right)+\mathrm{Q}\left(\frac{dq}{dx}dx+\frac{dq}{dy}dy+\frac{dq}{dz}dz\right)$$
$$+\mathrm{R}\left(\frac{dr}{dx}dx+\frac{dr}{dy}dy+\frac{dr}{dz}dz\right)+\text{etc...}$$

équation qui prend la forme très-simple

$$(\mathrm{A}).....\ \mathrm{P}dp+\mathrm{Q}dq+\mathrm{R}dr+.....=0.$$

Nous pouvons donc réunir en une seule équation les trois

conditions nécessaires pour l'équilibre d'un point m libre de se mouvoir dans l'espace; mais il est très-important d'observer que dans l'équation (A) il faut considérer les lignes p, q, r, etc. comme des fonctions des variables indépendantes x, y, z, et égaler séparément à zéro les coëfficiens des différentielles de chaque variable indépendante. C'est en effet à cela que se réduit le principe des vitesses virtuelles lorsque le système en équilibre n'est qu'un point libre dans l'espace.

6. Si le point m au lieu d'être libre était assujéti à se trouver sur une ou sur deux surfaces courbes à la fois, on peut imaginer deux nouvelles forces L, N, agissantes sur le point m dans la direction des droites l, n, normales aux surfaces courbes données. En vertu de ces forces on pourra regarder le point m comme parfaitement libre, et l'on aura pour condition de l'équilibre

$$\mathrm{P}dp + \mathrm{Q}dq + \mathrm{R}dr \ldots\ldots + \mathrm{L}dl + \mathrm{N}dn = 0.$$

Cette équation se résoudra comme celle de l'article 5, en trois équations particulières qui, par l'élimination des inconnues L et N, se réduiront à une seule équation de condition entre les forces données. Cette condition étant remplie on pourra déterminer les inconnues L et N à l'aide de deux quelconques des équations particulières.

Cependant comme il est permis d'attribuer telle valeur que l'on veut aux différentielles dx, dy, dz, dans la différentiation des quantités p, q, r, etc... l et n; rien n'empêche de donner à ces différentielles des valeurs telles que l'on ait $dl = dn = 0$. Mais cela revient à soumettre le changement infiniment petit dans la position du point m aux *équations de condition* en

vertu desquelles il ne peut pas se mouvoir dans le sens des normales aux surfaces courbes données. Par conséquent l'équation (A) sera encore vraie pour le cas que nous considérons, pourvu que dans la variation des lignes p, q, r, etc. on ait égard aux équations de condition qui peuvent limiter le déplacement du point m à certaines directions dans l'espace.

7. Il faut bien remarquer que l'équation (A) ayant lieu lorsque les variations infiniment petites des coordonnées x, y, z sont toutes arbitraires et indépendantes, elle exprime que le point m ne peut avoir aucun déplacement infiniment petit en vertu des forces sollicitantes. Mais si l'on établit des relations quelconques entre les coordonnées x, y, z, alors l'équation (A) exprime seulement que le déplacement du point m est impossible dans certaines directions, tandis qu'il pourrait avoir lieu dans une infinité d'autres directions. Lorsque les relations entre les variables x, y, z sont établies par *les conditions mêmes* du système, il est clair que le point m ne pourra prendre aucun de ces derniers mouvemens, puisqu'ils sont tous détruits par des obstacles fixes; en conséquence l'équilibre aura toujours lieu si l'équation (A) est satisfaite, eu égard aux relations qui doivent exister entre les variables x, y, z.

Cette remarque est très-propre à faire saisir le véritable sens dans lequel on doit interpréter l'équation (A), et elle donne, en même temps, la véritable explication du principe que cette équation renferme.

8. Pour généraliser maintenant les conséquencss précédentes et démontrer la vérité du principe des vitesses virtuelles appliqué à un système quelconque de corps ou points, observons qu'il peut se présenter deux cas.

1°. Si plusieurs points m, m', m'',.... sont tirés par des forces quelconques, et s'il n'existe aucune liaison entre eux, il faudra nécessairement que chacun d'eux soit en équilibre en vertu des forces qui le sollicitent. On aura donc autant d'équilibres partiels qu'il y aura de points dans le système; et chacun de ces équilibres sera déterminé par les équations

$$\begin{array}{l} P\,dp + Q\,dq + R\,dr + \ldots = 0 \\ P'\,dp' + Q'\,dq' + R'\,dr' + \ldots = 0 \\ P''\,dp'' + Q''\,dq'' + R''\,dr'' + \ldots = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

qui seront en nombre égal à celui des points m, m', m''...

On pourra appliquer à chacune de ces équations tout ce que nous avons dit dans les deux articles précédens relativement à un seul point m. Si nous ajoutons tous les premiers membres des dernières équations nous aurons encore

$$(B)\ldots P\,dp + Q\,dq + R\,dr + \ldots + P'\,dp' + Q'\,dq' \ldots + P''\,dp'' \ldots = 0.$$

Ainsi nous n'aurons qu'une seule équation pour condition d'équilibre entre autant de points qu'on voudra, pourvu que tous ces points soient indépendans les uns des autres et que dans la variation des lignes p, q, r, ... p', q', ... p'' ... on regarde les variables x, y, z, x', y', z', x'', y'', z'' ... comme indépendantes. C'est en effet de cette manière qu'il faut entendre le principe des vitesses virtuelles dans le cas présent.

2°. Si les points m, m', m'' ... sont liés entre eux d'une manière quelconque en vertu de certaines équations de condition, les différentielles dx, dy, ... dx', dy' ... ne seront plus

toutes indépendantes, ou bien le système ne pourra être déplacé et dérangé d'une manière arbitraire. Mais si nous imaginons qu'à chaque point m on ait appliqué de nouvelles forces U, V, etc. dans des directions u, v, etc. et telles que par leur moyen chaque point devienne tout-à-fait libre, il est clair que l'équation (B) subsistera encore pourvu que l'on ajoute à son premier membre un certain nombre de termes de la forme $U\,du$, $V\,dv$, etc. Observons aussi que l'action des forces U, V, etc. ne peut être qu'égale et contraire à la résistance produite par la liaison des différentes parties du système, liaison qui s'oppose à certains déplacemens infiniment petits, tandis qu'elle n'empêche nullement d'autres petits mouvemens.

Cela posé, considérons les points m, m', m'', etc. comme libres et indépendans les uns des autres, et déplaçons infiniment peu le système d'une manière quelconque, sans cependant qu'il en résulte aucune réaction provenant de la liaison de ses différentes parties; il est certain que l'équation (B) aura encore lieu si le système est en équilibre, et si l'on tient compte de toutes les forces qui ont une action quelconque sur chaque point m, puisque, en vertu de toutes ces forces, on peut le regarder comme parfaitement libre. D'un autre côté les différentielles des coordonnées de chaque point ne seront pas toutes arbitraires, devant satisfaire aux équations de condition qui sont données par la nature même du système en équilibre. Réciproquement si dans l'équation (B) on prend les différentielles des coordonnées de chaque point de telle sorte qu'elles satisfassent aux équations de condition, les points m, m', m''... auront été déplacés infiniment peu sans réagir les uns sur les autres. Par conséquent tous les termes qui contiennent les forces produites par la liaison des diverses parties du système

disparaîtront et l'on aura encore la même équation (B) dans laquelle il n'entrera plus que les seules forces données et réellement agissantes.

9. Nous allons ajouter quelques développemens qui feront mieux apprécier la conséquence que nous venons de tirer dans le paragraphe précédent. Soit un système quelconque de points tirés chacun par autant de forces que l'on voudra, et supposons d'abord que ces forces soient tellement distribuées que chaque point soit en équilibre séparément; alors l'équation (B) sera évidemment satisfaite en attribuant aux différentielles des coordonnées de chaque point des valeurs arbitraires. Mais dans ce cas rien n'empêche d'imaginer telle liaison que l'on voudra entre quelques-unes ou toutes les parties du système; et si l'équilibre subsistait auparavant il devra encore subsister. Or, quel est l'effet de cette liaison entre les parties du système? c'est visiblement d'empêcher certains déplacemens pour en laisser d'autres tout-à-fait libres. Ainsi nous pouvons conclure que si l'équation (B) est vraie pour le cas où toutes les différentielles des coordonnées sont arbitraires, elle sera encore vérifiée lorsqu'on établira telle relation qu'on voudra entre ces différentielles. Supposons maintenant que l'on soumette les différentielles des coordonnées aux équations de condition que la nature du système exige; l'équation (B) nous fournira dans ce cas moins d'équations particulières que dans le cas précédent, qui seront cependant satisfaites lorsque le système sera en équilibre en chacun de ses différens points séparément. Mais que signifient alors ces équations particulières dérivées de l'équation (B)? Il est clair qu'elles empêchent tout mouvement dans le système qui serait compatible avec la liaison de ses

différentes parties; car si elles ne l'empêchaient pas, rien ne s'opposerait à ce que ce mouvement eût lieu; ce qui serait contre l'hypothèse. Nous disons maintenant que si ces équations particulières, dérivées de l'équation (B), se trouvent vérifiées par des valeurs données des forces qui tirent les points du système, elles seront suffisantes pour établir l'équilibre dans tous les cas. En effet, si ces équations ont lieu, il est impossible que le système puisse prendre un petit mouvement quelconque compatible avec la nature des liaisons existantes entre ses différentes parties; mais alors il est clair qu'il n'en pourra avoir d'autres, puisque tous ces mouvemens seront contrebalancés par la réaction de toutes les parties qui sont liées ensemble. Donc il y aura nécessairement équilibre.

10. Concluons donc que l'équation

$$(\text{C})\ldots\ \text{P}\,dp + \text{Q}\,dq + \text{R}\,dr + \text{etc}\ldots = 0$$

nous fournira, dans tous les cas, les équations nécessaires et indispensables pour vérifier ou assurer l'équilibre d'un système quelconque; bien entendu que les variations des lignes p, q, r, etc. doivent être exprimées en fonction de quantités indépendantes des équations de condition, et qu'ensuite on doit égaler séparément à zéro les coëfficiens de chaque variation arbitraire restante. Et comme c'est en cela que consiste le principe connu sous le nom de principe des vitesses virtuelles, ont est assuré de sa vérité dans tous les cas possibles; et l'on doit le regarder comme le véritable fondement de la mécanique.

SECONDE PARTIE.

APPLICATION DU PRINCIPE DES VITESSES VIRTUELLES A LA RECHERCHE DES PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DE L'ÉQUILIBRE ET DU MOUVEMENT.

11. QUELLE que soit la manière dont les divers corps ou points d'un système sont disposés les uns par rapport aux autres, on peut toujours les concevoir comme ne formant qu'un tout dans lequel les diverses parties sont liées ensemble invariablement. Et il est clair que si l'équilibre subsiste dans un système quelconque de forme variable, il ne sera pas troublé en imaginant le même système transformé en corps solide. Il doit exister, en mécanique des conditions ou propriétés générales indépendantes des mouvemens relatifs des corps ou points du système. Notre but est de découvrir ces lois ou propriétés générales.

12. C'est la considération d'un système de forme invariable qui nous fournira les lois générales de la mécanique en y appliquant le principe des vitesses virtuelles. Ces lois avaient été découvertes avant que *Lagrange* les eût dérivées du principe dont nous venons de parler; mais elles en découlent d'une manière si simple et si directe qu'on peut dire qu'il a réelle-

ment fait avancer la théorie de la mécanique en les ramenant, le premier, à ce seul principe. Cependant nous verrons qu'on peut découvrir les mêmes lois d'une manière bien plus simple et plus uniforme que, peut-être, n'a fait ce grand géomètre.

13. La manière dont *Lagrange* se sert pour démontrer les propriétés générales de l'équilibre consiste à regarder un mouvement quelconque imprimé à un système comme composé de trois mouvemens; 1° d'un mouvement de translation commun à toutes les parties du système; 2° d'un mouvement de rotation qu'il décompose en trois rotations élémentaires autour de chaque axe des coordonnées; 3° des mouvemens partiels ou relatifs dépendans de la nature du système. *Euler* avait déjà employé la même considération dans un mémoire qui a pour titre, *Découverte d'un nouveau principe de mécanique*, inséré dans le volume de l'Académie de Berlin pour 1750. C'est dans ce mémoire qu'*Euler* a donné, le premier, les formules des variations infiniment petites des coordonnées de chaque point d'un système quelconque de forme invariable. *Lagrange* a démontré ensuite les mêmes formules et s'en est servi pour établir les équations des conditions nécessaires pour l'équilibre d'un corps solide. Mais il faut convenir avec lui que les considérations d'*Euler* ne sont ni très-simples ni très-rigoureuses. Nous pensons de plus qu'il vaut mieux démontrer que tout mouvement instantané d'un corps solide se compose toujours d'un mouvement de rotation et d'un mouvement de translation, que de faire servir cette notion à la découverte des lois de l'équilibre d'un système invariable. Cela est si vrai que l'on suppose d'abord la rotation autour d'un point, tandis qu'elle se fait toujours autour d'une droite, comme nous verrons dans la suite de ce mémoire.

C'est pourtant par la considération de ces deux mouvemens, et en s'aidant du calcul différentiel qu'*Euler* a trouvé les formules pour exprimer les variations des coordonnées de tous les points d'un corps solide mobile dans l'espace. A la vérité *Lagrange* est parvenu aux mêmes formules par la simple considération de la distance invariable entre tous les points d'une masse solide; mais sa démonstration, fondée sur les principes des infiniment petits des différens ordres, n'est pas aussi claire qu'on pourrait l'espérer; et nous croyons en outre que cette manière de raisonner n'est pas tout-à-fait conforme à l'interprétation la plus naturelle du principe des vitesses virtuelles.

En effet, il résulte de ce principe que, pour obtenir les équations d'équilibre pour un système de forme invariable, ou corps solide, il faut déplacer infiniment peu, et d'une manière quelconque, ce système ou corps, calculer les variations qui en résultent pour les lignes p, q, r, etc., les substituer dans l'équation (C), et égaler ensuite à zéro tous les termes qui multiplient chaque variation arbitraire. Nous ne voyons pas dans cet énoncé ni la considération des deux mouvemens de translation et de rotation, ni celle de la distance invariable entre tous les points du système, quoiqu'on puisse les en déduire plus ou moins directement. Mais ce qu'on voit clairement dans le même énoncé, c'est qu'il faut imaginer le système, invariable quant à sa forme, déplacé infiniment peu de sa position d'équilibre; et calculer ensuite si, en vertu de ce déplacement arbitraire, n'importe comment on l'ait opéré, le premier membre de l'équation (C) est réduit à zéro.

14. Or imaginons un corps solide de forme quelconque formant un système soumis à l'action simultanée de plusieurs

forces qui doivent se faire équilibre. Rapportons la position de chaque point du corps à trois axes rectangles fixes dans l'espace, et imprimons à ce corps un petit mouvement quelconque, ou bien concevons qu'il se soit infiniment peu déplacé de sa position d'équilibre. Il est clair que la variation de chaque coordonnée d'un point quelconque du corps solide, qui résulte de ce petit dérangement, est absolument la même que si l'on eût laissé le corps dans sa position primitive, pourvu que l'on fît changer infiniment peu la situation des axes des coordonnées en les conservant toujours rectangles. Cette considération qui découle d'une manière si simple et si directe de l'énoncé même du principe des vitesses virtuelles, va nous conduire aux formules qui nous serviront pour opérer la première transformation de l'équation (C), qui doit nous faire connaître les propriétés générales de l'équilibre et du mouvement.

§ I.

Recherche des formules pour exprimer les variations infiniment petites des coordonnées de tous les points d'un corps solide.

15. Rapportons la position d'un point quelconque pris dans l'intérieur d'un corps solide à des coordonnées rectangles x, y, z.

Imaginons un nouveau système de coordonnées rectangles placé comme on voudra par rapport au premier, et soient x', y', z' les nouvelles coordonnées du point m, on aura, par les formules connues des transformations des coordonnées,

$$(a)\ldots \left\{ \begin{array}{l} x' = n + px + qy + rz \\ y' = n' + p'x + q'y + r'z \\ z' = n'' + p''x + q''y + r''z. \end{array} \right.$$

Les indéterminées n, p, q, etc. devront satisfaire aux conditions

$$(1)\dots\begin{cases} q^2+q^2+r^2=1,\ p'^2+q'^2+r'^2=1,\ p''^2+q''^2+r''^2=1 \\ pq+p'q'+p''q''=0,\ pr+p'r'+p''r''=0,\ qr+q'r'+q''r''=0. \end{cases}$$

Soient maintenant x'', y'', z'' trois nouvelles coordonnées du même point m rapporté à trois axes rectangles infiniment peu éloignés de ceux des x', y', z'; nous aurons visiblement les formules

$$(b)\dots\begin{cases} x''=n+dn+(p+dp)x+(q+dq)y+(r+dr)z \\ y''=n'+dn'+(p'+dp')x+(q'+dq')y+(r'+dr')z \\ z''=n''+dn''+(p''+dp'')x+(q''+dq'')y+(r''+dr'')z \end{cases}$$

qui se déduisent de leurs analogues (a) en donnant un accroissement indéterminé et infiniment petit aux constantes arbitraires n, p, q, etc. On trouvera de même les suivantes équations de condition analogues aux équations (1).

$$(p+dp)^2+(q+dq)^2+(r+dr)^2=1,\ (p'+dp')^2+(q'+dq')^2+(r'+dr')^2=1,$$
$$(p''+dp'')^2+(q''+dq'')^2+(r''+dr'')^2=1$$
$$(p+dp)(q+dq)+(p'+dp')(q'+dq')+(p''+dp'')(q''+dq'')=0$$
$$(p+dp)(r+dr)+(p'+dp')(r'+dr')+(p''+dp'')(r''+dr'')=0$$
$$(q+dq)(r+dr)+(q'+dq')(r'+dr')+(q''+dq'')(r''+dr'')=0.$$

Mais en ayant égard aux équations (1), et en négligeant les infiniment petits du second ordre, les dernières équations se réduiront à

$$(2)\dots\begin{cases} pdp+qdq+rdr=0,\ p'dp'+q'dq'+r'dr'=0,\ p''dp''+q''dq'' \\ \qquad +r''dr''=0 \\ pdq+qdp+p'dq'+q'dp'+p''dq''+q''dp''=0 \\ pdr+qdr+p'dr'+q'dr'+p''dr''+q''dr''=0 \\ qdr+rdq+q'dr'+r'dq'+q''dr''+r''dq''=0 \end{cases}$$

En outre si nous retranchons membre à membre les équations (a) des équations (b), en observant que

$$x''-x'=dx',\ y''-y'=dy',\ z''-z'=dz',$$

nous aurons

$$(c)\ldots\begin{cases} dx'=dn+xdp+ydq+zdr\\ dy'=dn'+xdp'+ydq'+zdr'\\ dz'=dn''+xdp''+ydq''+zdr''.\end{cases}$$

16. Cela posé, supposons que les axes des x', y', z' coïncident avec ceux des x, y, z, on aura nécessairement

$$x'=x,\ y'=y,\ z'=z;$$

et les formules (a) nous donneront pour ce cas

$$\begin{gathered} n=0,\ p=1,\ q=0,\ r=0\\ n'=0,\ p'=0,\ q'=1,\ r'=0\\ n''=0,\ p''=0,\ q''=0,\ r''=1.\end{gathered}$$

En substituant ces valeurs dans les équations (2) elles se réduiront aux équations très-simples

$$dp=0,\ dq'=0,\ dr''=0$$
$$dq+dp'=0,\ dr+dp''=0,\ dr'+dq''=0.$$

Moyennant les valeurs que ces dernières équations nous fournissent on pourra mettre les formules (c) sous la forme

$$(e)\ldots\begin{cases} dx=dn+ydq+zdr\\ dy=dn'-xdq+zdr'\\ dz=dn''-xdr-ydr'.\end{cases}$$

Observons que dans ces formules les quantités dn, dn', dn'', dq, dr et dr' sont tout-à-fait arbitraires et infiniment petites. Il est clair que dx, dy et dz ne sont autre chose que les dif-

férentielles des coordonnées x, y, z prises en faisant varier infiniment peu la position des axes primitifs; ou bien les différentielles des coordonnées d'un point quelconque m d'un corps solide, lorsqu'on imprime à ce corps un petit mouvement quelconque qui le déplace infiniment peu de sa position primitive. Les formules (e) sont précisément les mêmes que celles qu'*Euler* a données le premier pour exprimer les variations des coordonnées rectangles d'un point quelconque d'une masse solide, en faisant changer infiniment peu la position de la masse. Mais le procédé employé par *Euler* n'a rien de commun avec celui qui nous a servi ci-dessus. Nous verrons bientôt comment on pourrait trouver les formules (e) par un raisonnement analogue à celui qu'*Euler* a mis en usage, mais bien plus simple et plus expéditif.

17. Comme les différentielles qui entrent dans les seconds membres des équations (e) sont indéterminées, on peut faire, pour l'uniformité des formules,

$$dn = \delta\xi,\ dn' = \delta\upsilon,\ dn'' = \delta\zeta,$$
$$dq = -\delta\omega,\ dr = \delta\psi,\ dr' = -\delta\varphi;$$

et l'on aura les formules plus élégantes et plus symétriques

$$(f)\ldots\left\{\begin{array}{l} \delta x = \delta\xi - y\delta\omega + z\delta\psi \\ \delta y = \delta\upsilon + x\delta\omega - z\delta\varphi \\ \delta z = \delta\zeta - x\delta\psi + y\delta\varphi, \end{array}\right.$$

que *Lagrange* a données dans sa mécanique, et dont nous nous servirons dans la suite de ce mémoire.

18. On peut aussi parvenir aux formules (e) sans recourir à la différentiation des équations (1), en modifiant et en simplifiant le procédé d'*Euler*. Pour cela, nommons comme ci-dessus,

x, y, z, les trois coordonnées rectangles d'un point quelconque m; $x+dx$, $y+dy$, $z+dz$ seront ses nouvelles coordonnées, après que le corps aura été déplacé infiniment peu de sa position primitive. Par les principes des transformations des coordonnées on aura d'abord

$$\begin{aligned} x+dx &= n + px + qy + rz \\ y+dy &= n' + p'x + q'y + r'z \\ z+dz &= n'' + p''x + q''y + r''z. \end{aligned}$$

Mais il est aisé de s'apercevoir que ces dernières équations ne pourront subsister qu'autant qu'on aura $p=1$, $q'=1$, $r''=1$; et que les autres constantes seront infiniment petites. Nous pouvons écrire tout de suite

$$(b')\ldots \left\{ \begin{aligned} dx &= dn + y\,dq + z\,dr \\ dy &= dn' + x\,dp' + z\,dr' \\ dz &= dn'' + x\,dp'' + y\,dq''. \end{aligned} \right.$$

En outre il est clair que le point (o) qui se trouvait placé à l'origine des coordonnées avant le déplacement du corps, aura pour coordonnées, après le déplacement, les quantités infiniment petites dn, dn', dn''.

Maintenant, le quarré de la distance du point m au point (o) avant le déplacement aura pour expression $x^2+y^2+z^2$; et ce même quarré, après le déplacement infiniment petit, aura pour valeur

$$(x+dx-dn)^2+(y+dy-dn')^2+(z+dz-dn'')^2.$$

Si le système des points m, m', m'', etc. est de forme invariable, comme nous le supposons, il faudra nécessairement que

la distance du point m au point (o) soit la même avant et après le déplacement du système. On aura donc l'équation identique

$$x^2+y^2+z^2=(x+dx-dn)^2+(y+dy-dn')^2+(z+dz-dn'')^2.$$

En développant le second membre de cette équation, et en négligeant les infiniment petits du second ordre, on trouvera

$$x(dx-dn)+y(dy-dn')+z(dz-dn'')=0.$$

Mais les équations (b') nous donnent

$$\begin{aligned} dx-dn &= y\,dq + z\,dr \\ dy-dn' &= x\,dp' + z\,dr' \\ dz-dn'' &= x\,dp'' + y\,dq''; \end{aligned}$$

par conséquent l'équation ci-dessus deviendra

$$xy(dq+dp')+xz(dr+dp'')+yz(dr'+dq'')=0;$$

et comme elle doit avoir lieu, quelles que soient x, y, z, on aura nécessairement

$$dp'=-dq,\ dp''=-dr,\ dq''=-dr'.$$

En substituant ces valeurs dans les formules (b') on retombera sur les équations (e).

19. Quoique le procédé que nous venons de mettre en usage, soit plus expéditif que celui des articles 15 et 16, et beaucoup plus simple que celui d'*Euler*, il faut cependant convenir qu'il n'est pas aussi clair ni aussi rigoureux que celui que nous avons employé d'abord. Mais quel que soit le raisonnement qu'on emploie pour découvrir les formules (f), il nous paraît rigoureusement démontré qu'elles expriment les variations infiniment petites des coordonnées d'un point quelconque m,

d'un système de forme invariable, lorsqu'on déplace infiniment peu la position primitive du système.

Si donc, par l'effet d'un dérangement quelconque infiniment petit d'un corps, quelque point ne doit pas changer de position, il faudra que l'on ait pour ce point $\delta x = 0$, $\delta y = 0$, $\delta z = 0$. Mais alors les formules (f) deviendront

$$\begin{aligned} \delta\xi - y\delta\omega + z\delta\psi &= 0 \\ \delta\upsilon + x\delta\omega - z\delta\varphi &= 0 \\ \delta\xi - x\delta\psi + y\delta\varphi &= 0, \end{aligned}$$

d'où l'on tire, en multipliant la première équation par $\delta\varphi$, la seconde par $\delta\psi$, et la troisième par $\delta\omega$, et en ajoutant les produits,

$$\delta\varphi\delta\xi + \delta\psi\delta\upsilon + \delta\omega\delta\zeta = 0.$$

Si la dernière équation se trouve satisfaite, les valeurs des coordonnées x, y, z pourront s'accorder ensemble, et l'on verra facilement qu'elles appartiendront à tous les points d'une ligne droite.

Ainsi lorsqu'on imprime un mouvement quelconque infiniment petit à un corps, et qu'un de ses points est retenu à sa place, le corps tournera nécessairement autour d'un axe. Si le corps était tout-à-fait libre, on pourra considérer son mouvement comme composé de deux, 1° d'un mouvement de translation commun à tous les points du corps, en vertu duquel chacun d'eux s'éloignera de l'origine des coordonnées d'une quantité exprimée par $\sqrt{\delta\xi^2 + \delta\upsilon^2 + \delta\zeta^2}$. 2° d'un mouvement de rotation autour d'une droite dont les équations seront

$$\begin{aligned} y\delta\omega - z\delta\psi &= 0 \\ x\delta\omega - z\delta\varphi &= 0. \end{aligned}$$

20. Pour se former une idée bien nette des formules (f) il faut observer que les quantités $\delta\xi$, $\delta\upsilon$, $\delta\zeta$ marquent de combien, chaque point du système, s'est transporté parallèlement aux axes des coordonnées en vertu de son mouvement de translation; et que les autres $\delta\varphi$, $\delta\psi$, et $\delta\omega$ expriment les rotations élémentaires du corps comme si on l'avait fait tourner successivement autour de l'axe des x d'une quantité angulaire $\delta\varphi$, autour de l'axe des y d'une quantité $\delta\psi$, et autour de l'axe des z d'une quantité $\delta\omega$. En effet, supposons d'abord que le point du système, qui est placé à l'origine des axes, soit fixe; on aura $\delta\xi=0$, $\delta\upsilon=0$, $\delta\zeta=0$. Ensuite faisons $\delta\varphi=\delta\psi=0$; et les formules (f) deviendront

$$\delta x=-y\delta\omega;\ \delta y=x\delta\omega,\ \delta z=0.$$

On voit donc que tous les points qui se trouvent sur l'axe des z n'ont pas changé de place; et que par conséquent le dérangement du système, dû à l'indéterminée $\delta\omega$, ne peut résulter que d'une rotation élémentaire autour de l'axe des z. Mais en posant $x=r\cos\theta$, $y=r.\sin\theta$, et en différenciant ces équations dans l'hypothèse de r constant, on trouve

$$dx=-yd\theta,\ dy=xd\theta,$$

où $d\theta$ désigne évidemment l'angle qui mesure le mouvement angulaire du système autour de l'axe des z. En comparant les valeurs des différentielles dx et dy avec les variations δx, δy on obtient

$$\delta\omega=d\theta;$$

par conséquent la variation $\delta\omega$ mesure la quantité de rotation du système autour de l'axe des z; c'est-à-dire, que pour avoir la valeur de $\delta\omega$ qui entre dans les formules (f), il suffit de

28.

faire tourner le corps infiniment peu autour de cet axe, et de prendre pour elle la vitesse angulaire de ce mouvement multipliée par l'élément du temps. On prouvera de la même manière que $\delta\psi$ exprime la quantité de rotation du système autour de l'axe des y et $\delta\varphi$ celle qui aurait lieu autour de l'axe des x.

21. En résumant ce que nous venons de démontrer dans le numéro précédent, nous pourrons conclure que, quelle que soit la manière dont un système quelconque de forme invariable ait été infiniment peu déplacé de sa position primitive, on peut concevoir ce déplacement comme composé d'un mouvement de translation commun à tous les points du système, et d'un mouvement de rotation autour d'une certaine droite passant par le point du système qui se trouvait d'abord à l'origine. Ou bien; tout déplacement infiniment petit d'un corps peut être regardé comme le résultat de la transposition successive de tout le corps parallèlement à lui-même; 1° d'une quantité $\delta\xi$ dans le sens de l'axe des x; 2° d'une quantité $\delta\upsilon$ dans le sens de l'axe des y; 3° d'une quantité $\delta\zeta$ dans le sens de l'axe des z; en outre 4° d'une rotation $\delta\varphi$ autour de l'axe des x; 5° d'une rotation $\delta\psi$ autour de l'axe des y; 6° d'une rotation $\delta\omega$ autour de l'axe des z.

De plus il est clair que le déplacement total du corps sera toujours le même, quel que soit l'ordre dans lequel ont eu lieu les déplacemens partiels dont nous venons de faire l'énumération.

Toutes les conséquences précédentes ont été déduites des formules (f) que nous avons démontrées indépendamment

d'aucune notion sur le mouvement des corps, en nous appuyant seulement sur le principe évident énoncé dans l'article 14. Ces mêmes formules vont nous servir à la première transformation générale de l'équation (C), d'où l'on déduit les lois connues de la mécanique.

§ II.

Propriétés générales de l'équilibre.

22. Quoique l'on puisse comprendre dans la même formule générale les lois de la dynamique et celles de la statique, comme nous le ferons voir plus loin; cependant, pour faire mieux comprendre la marche que nous suivrons dans cette recherche, nous considérerons d'abord l'état d'équilibre d'un système quelconque, et nous traiterons le cas du mouvement dans le paragraphe suivant.

Pour rendre l'équation (C) plus facile à traiter dans tous les cas, posons

$$P\frac{dp}{dx}+Q\frac{dq}{dx}+R\frac{dr}{dx}+\text{etc.}=X$$

$$P\frac{dp}{dy}+Q\frac{dq}{dy}+R\frac{dr}{dy}+\text{etc.}=Y$$

$$P\frac{dp}{dz}+Q\frac{dq}{dz}+R\frac{dr}{dz}+\text{etc.}=Z;$$

et d'après notre remarque de l'article 2 on comprendra aisément la signification des lettres X', X'', etc. Y', Y'', etc. Z', Z'', etc.

Faisons en outre

$$\Sigma X\delta x = X\delta x + X'\delta x' + X''\delta x'' + \text{etc.};$$

la caractéristique Σ placée devant un terme quelconque marquera une somme d'autant de termes semblables qu'il y aura de points dans le système supposé en équilibre.

Cela posé, l'équation (C) prendra la forme suivante

$$(E)\ldots\ \Sigma\,(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) = 0.$$

Nous emploierons cette formule lorsque le système en équilibre sera composé de plusieurs points tirés chacun par des forces données quelconques. Mais si le système est formé d'une infinité de points ou élémens Dm formant un tout continu, alors il faudra se servir de l'équation

$$(F)\ldots\ S(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z)Dm = 0,$$

dans laquelle la caractéristique S marque une intégration qu'il faut étendre à la masse entière, et les quantités X, Y, Z désignent les forces accélératrices qui animent l'élément Dm dans le sens des x, des y et des z.

23. Substituons maintenant dans l'équation (E) les valeurs de δx, δy, δz, données par les formules (f), elle se changera en

$$(G)\ldots\ 0 = \Sigma[X\delta\xi + Y\delta\upsilon + Z\delta\zeta + (xY - yX)\delta\omega + (zX - xZ)\delta\psi + (yZ - zY)\delta\varphi].$$

Cette première transformation de l'équation fondamentale de la statique convient à tous les systèmes possibles, avec cette différence qu'elle suffit pour déterminer les conditions de l'équilibre d'un système de forme invariable, tandis qu'elle ne donnerait pas assez d'équations pour les systèmes flexibles ou fluides.

24. Supposons d'abord que le système est tout-à-fait libre dans l'espace; les variations $\delta\xi$, $\delta\upsilon$, etc... étant alors toutes ar-

bitraires, on devra égaler séparément à zéro tous leurs coëfficiens, ce qui nous fournira les six équations particulières

$$(\mathrm{H})\ldots \Sigma X = 0,\ \Sigma Y = 0,\ \Sigma Z = 0$$

$$(\mathrm{K})\ldots \Sigma(xY - yX) = 0,\ \Sigma(xZ - zX) = 0,\ \Sigma(yZ - zY) = 0.$$

Les mêmes substitutions étant faites dans l'équation (F), on en déduira

$$(\mathrm{H}')\ldots \mathrm{S}X\mathrm{D}m = 0,\ \mathrm{S}Y\mathrm{D}m = 0,\ \mathrm{S}Z\mathrm{D}m = 0$$

$$(\mathrm{K}')\ldots \begin{array}{l} \mathrm{S}(xY - yX)\mathrm{D}m = 0,\ \mathrm{S}(xZ - zX)\mathrm{D}m = 0, \\ \mathrm{S}(yZ - zY)\mathrm{D}m = 0. \end{array}$$

On voit à l'inspection seule des équations (H) ou de leurs homologues (H′) que l'équilibre dans un système quelconque libre ne pourra subsister, à moins que la somme des forces qui sollicitent les divers points du système dans la direction des coordonnées ne soit séparément zéro pour chaque direction. Il est aisé de voir aussi que les équations (K) ou leurs correspondantes (K′) renferment la théorie des *Momens*, et que l'équilibre n'aura pas lieu si la somme des *Momens* de chaque force tendante à faire tourner le système autour de l'un quelconque des trois axes des coordonnées n'est pas aussi égale à zéro.

25. Maintenant si le système, au lieu d'être tout-à-fait libre, était fixé dans un de ses points que nous prendrons pour origine des coordonnées; alors d'après notre remarque de l'article 20, les quantités $\delta\xi$, $\delta\upsilon$, $\delta\zeta$ seraient toutes égales à zéro; et l'équation transformée (G) nous fournirait seulement les trois équations particulières (K) relatives aux rotations du système autour des axes.

26. En général, il sera très-facile de réduire toujours les équations de condition pour l'équilibre d'un système quelcon-

que de forme invariable au plus petit nombre possible, en s'aidant des remarques de l'article 20 et en faisant usage de l'équation (G), ou de son analogue, lorsque le système donné sera un corps de dimensions finies. Notre but n'étant point celui de développer toutes les conséquences qu'on pourrait déduire de l'équation transformée (G), mais seulement d'avoir obtenu directement cette équation par les formules (f) combinées avec le principe des vitesses virtuelles, nous allons appliquer la même méthode à la formule plus générale de la dynamique pour en déduire les lois principales du mouvement.

§ III

Lois générales du mouvement.

26. Le principe général de dynamique, connu sous le nom de principe de *D'Alembert*, sert à réduire tout problème de dynamique à un problème de statique. Ce principe, si célèbre dans l'histoire des mathématiques, consiste dans cette considération très-simple, savoir; « Si après un temps quelconque t,
» chaque point d'un système, actuellement en mouvement,
» était animé par des forces accélératrices égales et contraires
» à celles en vertu desquelles il se meut effectivement comme
» s'il était libre, tout le système serait évidemment en équi-
» libre. »

Le principe admis, nous conserverons toutes les dénominations du § II, en observant seulement que les forces accélératrices qui animent le point m ou l'élément Dm sont exprimées, après un temps t, par

$$\frac{d^2x}{dt^2},\ \frac{d^2y}{dt^2},\ \frac{d^2z}{dt^2},\ \text{ou par } \frac{d^2x}{dt^2}\mathrm{D}m,\ \frac{d^2y}{dt^2}\mathrm{D}m,\ \frac{d^2z}{dt^2}\mathrm{D}m$$

selon que l'on considère un système composé de plusieurs points, ou un corps continu. Ces forces accélératrices tendent à augmenter les coordonnées x, y, z, tandis que nous supposerons que les forces motrices données X, Y, Z, ou X Dm, Y Dm, Z Dm, tendent à diminuer ces mêmes coordonnées. Ainsi il suffira d'ajouter au premier membre de l'équation (E) les termes

$$\Sigma\left(\frac{d^2x}{dt^2}\delta x+\frac{d^2y}{dt^2}\delta y+\frac{d^2z}{dt^2}\delta z\right),$$

ou les suivans

$$S\left(\frac{d^2x}{dt^2}\delta x+\frac{d^2y}{dt^2}\delta y+\frac{d^2z}{dt^2}\delta z\right)\mathrm{D}m$$

à celui de l'équation (F), pour avoir sur-le-champ ces deux formules générales

$$(\mathrm{L})\ldots\Sigma\left\{\left(\frac{d^2x}{dt^2}+\mathrm{X}\right)\delta x+\left(\frac{d^2y}{dt^2}+\mathrm{Y}\right)\delta y+\left(\frac{d^2z}{dt^2}+\mathrm{Z}\right)\delta z\right\}=0$$

$$(\mathrm{M})\ldots S\left\{\left(\frac{d^2x}{dt^2}+\mathrm{X}\right)\delta x+\left(\frac{d^2y}{dt^2}+\mathrm{Y}\right)\delta y+\left(\frac{d^2z}{dt^2}+\mathrm{Z}\right)\delta z\right\}\mathrm{D}m=0$$

qui serviront à résoudre dans tous les cas les problèmes de la dynamique ; et comme ces deux équations se déduisent aisément l'une de l'autre, nous nous servirons désormais de la seule formule (M) qui convient à tous les systèmes de forme continue, en observant que l'on pourra étendre toutes les conséquences, que nous en déduirons, à la formule (L) en changeant la caractéristique S en Σ, et en supprimant la différentielle Dm.

27. Remarquons avant d'aller plus loin que la formule (M) devient celle de l'équilibre en y supprimant tous les termes

qui sont dus à l'inertie de la matière. On pourra donc regarder cette formule comme la traduction la plus générale du principe des vitesses virtuelles; et c'est cette même formule qui sert à la démonstration de toutes les propriétés de la mécanique moyennant deux transformations principales que nous allons lui faire subir, conformément à ce que nous avons avancé au commencement de notre mémoire.

28. Supposons le système parfaitement libre, et substituons dans l'équation (M) les variations des coordonnées que nous donnent les formules (f) (art. 17), en observant que les variations indéterminées $\delta\xi$, $\delta\upsilon$, $\delta\psi$, etc., étant indépendantes de la position de l'élément Dm dans le corps, on pourra les mettre hors du signe d'intégration. Nous aurons

$$
\begin{aligned}
0 = {} & \delta\xi \, S\left(\frac{d^2x}{dt^2} + X\right) Dm + \delta\upsilon \, S\left(\frac{d^2y}{dt^2} + Y\right) Dm + \delta\zeta \, S\left(\frac{d^2z}{dt^2} + Z\right) Dm \\
(N) \ldots & + \delta\omega \, S\left(\frac{x d^2y - y d^2x}{dt^2} + xY - yX\right) Dm \\
& + \delta\psi \, S\left(\frac{z d^2x - x d^2z}{dt^2} + zX - xZ\right) Dm \\
& + \delta\varphi \, S\left(\frac{y d^2z - z d^2y}{dt^2} + yZ - zY\right) Dm.
\end{aligned}
$$

Cette dernière équation est le résultat de la première transformation générale du principe des vitesses virtuelles; et c'est par son moyen que nous allons découvrir successivement toutes les lois générales de la mécanique qui ont toujours lieu, quel que soit le système que l'on considère.

29. Et d'abord si aucun point du système n'est supposé fixe, les variations $\delta\xi$, $\delta\upsilon$, $\delta\psi$, etc. seront toutes indépendantes; par

conséquent on aura les six équations particulières dépendantes de chacune de ces variations arbitraires, savoir;

$$(\mathrm{O})\ldots\ \mathrm{S}\Big(\frac{d^2x}{dt^2}+\mathrm{X}\Big)\mathrm{D}m=0,\ \mathrm{S}\Big(\frac{d^2y}{dt^2}+\mathrm{Y}\Big)\mathrm{D}m=0,\ \mathrm{S}\Big(\frac{d^2y}{dt^2}+\mathrm{Z}\Big)\mathrm{D}m=0.$$

$$(\mathrm{P})\ldots\left\{\begin{array}{l}\mathrm{S}\Big(\dfrac{x\,d^2y-y\,d^2x}{dt^2}+x\mathrm{Y}-y\mathrm{X}\Big)\,\mathrm{D}m=0\\ \mathrm{S}\Big(\dfrac{z\,d^2x-x\,d^2z}{dt^2}+z\mathrm{X}-x\mathrm{Z}\Big)\,\mathrm{D}m=0\\ \mathrm{S}\Big(\dfrac{y\,d^2z-z\,d^2y}{dt^2}+y\mathrm{Z}-z\mathrm{Y}\Big)\,\mathrm{D}m=0\end{array}\right.$$

qui auront lieu dans tous les cas possibles lorsque le système donné sera tout à-fait libre.

On voit aussi que ces équations se réduisent aux équations (H′) et (K′) qui ont lieu lorsque le système est en équilibre, en y supprimant les termes où entre l'élément dt, conformément à la remarque de l'article 27.

30. Les équations (O) et (P) renferment toutes les lois les plus générales de la mécanique, comme il nous sera très-facile de le démontrer successivement. Considérons en premier lieu les équations (O); et supposons que $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ représentent les coordonnées du centre de gravité du système; en faisant $x=\dot{x}+\alpha$, $y=\dot{y}+\beta$, $z=\dot{z}+\gamma$, il est clair que α, β, γ seront les coordonnées de l'élément $\mathrm{D}m$ rapporté à des axes rectangles parallèles aux axes primitifs, et dont l'origine sera au centre de gravité. Maintenant, par les propriétés connues de ce centre, on aura

$$\mathrm{S}\alpha\mathrm{D}m=0,\ \mathrm{S}\beta\mathrm{D}m=0,\ \mathrm{S}\gamma\mathrm{D}m=0;$$

et en différenciant deux fois par rapport à t, on aura enccore

$$\mathrm{S}\frac{d^2\alpha}{dt^2}\mathrm{D}m=0,\ \mathrm{S}\frac{d^2\beta}{dt^2}\mathrm{D}m=0,\ \mathrm{S}\frac{d^2\gamma}{dt^2}\mathrm{D}m=0.$$

Cela posé, il est facile de voir que les équations (O) prendront cette forme plus simple

$$\frac{d^2\dot{x}}{dt^2}\mathrm{S}\mathrm{D}m+\mathrm{S}\mathrm{X}\mathrm{D}m=0$$
$$\frac{d^2\dot{y}}{dt^2}\mathrm{S}\mathrm{D}m+\mathrm{S}\mathrm{Y}\mathrm{D}m=0$$
$$\frac{d^2\dot{z}}{dt^2}\mathrm{S}\mathrm{D}m+\mathrm{S}\mathrm{Z}\mathrm{D}m=0,$$

en observant que les coordonnées $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$, étant communes à tous les points du corps, on peut les faire sortir du signe d'intégration S qui se rapporte seulement à l'étendue de la masse. Ces trois dernières équations renferment le principe connu de la *conservation du mouvement du centre de gravité*.

31. La considération des équations (P) lorsque le système n'est sollicité par aucune force extérieure, ou lorsqu'il l'est seulement par des forces tendantes au point que l'on a pris pour origine des coordonnées, fera connaître le *principe des aires*, comme il est très-aisé de s'en convaincre en égalant à zéro les termes qui proviennent des forces accélératrices X, Y, Z et en intégrant par rapport à t les termes restans; ce qui donnera

$$\mathrm{S}\left(\frac{x\,dy-y\,dx}{dt}\right)\mathrm{D}m=const.$$
$$\mathrm{S}\left(\frac{z\,dx-x\,dz}{dt}\right)\mathrm{D}m=const.$$
$$\mathrm{S}\left(\frac{y\,dz-z\,dy}{dt}\right)\mathrm{D}m=const.$$

32. En nous appuyant sur ces dernières équations, il nous serait facile de démontrer toutes les propriétés relatives aux mouvemens de rotation des corps; de même que, pour l'équilibre on dérive des équations (K′) toutes les propriétés relatives à la théorie des *Momens*. Mais ces développemens ne formant plus l'objet principal de notre mémoire, nous allons passer à la dernière partie dans laquelle nous donnerons la seconde transformation générale qui doit nous servir pour découvrir d'autres propriétés, presqu'aussi générales, soit dans l'équilibre, soit dans le mouvement d'un système quelconque.

TROISIÈME PARTIE.

RECHERCHE DES FONCTIONS QUI JOUISSENT DE QUELQUE PROPRIÉTÉ REMARQUABLE EN MÉCANIQUE.

33. L'ÉQUATION transformée (N) étant appliquée aux divers états d'équilibre et de mouvement d'un système quelconque nous fournit, en général, six équations particulières, dont trois se rapportent aux mouvemens de translation et les trois autres à ceux de rotation qne le système peut réellement avoir, ou tendre à les avoir. Ces six équations particulières renferment l'énoncé des propriétés les plus générales qu'un système quelconque soumis, comme on voudra, à l'action de forces quelconques, doit nécessairement avoir dans tous les cas. Ce que nous allons dire maintenant suppose quelques restrictions, soit dans la nature des forces appliquées au système, soit dans la continuité de la fonction du temps qui exprime la vitesse actuelle d'un de ses élémens quelconques $\mathrm{D}m$. Cela n'empêche pas que les propriétés que nous allons démontrer, en nous appuyant sur une seconde transformation de l'équation (M), ne soient d'une très-grande généralité comme on le verra. Mais il est important de ne pas perdre de vue les restrictions que nous allons prémettre.

34. Nous supposerons d'abord que la fonction $Xdx + Ydy + Zdz$ est une différentielle exacte, ce qui est proprement le cas de la nature; et nous ferons en conséquence

$$(1)\ldots \ \delta\Pi = X\delta x + Y\delta y + Z\delta z.$$

En outre, observons que l'on a identiquement

$$d(dx\,\delta x + dy\,\delta y + dz\,\delta z) = d^2x\,\delta x + d^2y\,\delta y + d^2z\,\delta z - \tfrac{1}{2}\delta(dx^2 + dy^2 + dz^2);$$

d'où l'on déduit

$$(2)\ldots \frac{d^2x}{dt^2}\delta x + \frac{d^2y}{dt^2}\delta y + \frac{d^2z}{dt^2}\delta z = d.\left(\frac{dx\,\delta x + dy\,\delta y + dz\,\delta z}{dt^2}\right) - \tfrac{1}{2}\delta.u^2,$$

les différentielles étant prises par rapport à t dont l'élément dt est supposé constant, et en faisant de plus

$$u^2 = \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2},$$

où la lettre u désigne évidemment la vitesse de l'élément Dm après le temps t écoulé depuis le commencement du mouvement.

Substituons maintenant dans l'équation fondamentale (M) les valeurs données par les relations (1) et (2), et multiplions tous les termes par dt; il viendra

$$(\text{N}')\ldots S\left\{(\delta\Pi - \tfrac{1}{2}\delta.u^2)dt + d\left(\frac{dx}{dt}\delta x + \frac{dy}{dt}\delta y + \frac{dz}{dt}\delta z\right)\right\}Dm = 0.$$

Cette équation est la seconde transformée de l'équation (M); et c'est elle qui va nous donner les autres propriétés générales de la mécanique. Mais avant d'en faire les applications, il est bon d'observer que la caractéristique D qui est l'inverse de S se rapporte seulement aux diverses parties de la masse du

corps ou du système de corps que l'on considère en mouvement ou en repos; les différentielles marquées par la lettre d sont relatives seulement au temps t dont l'élément dt est supposé constant; enfin les variations affectées de la caractéristique δ ne dépendent que des petits déplacemens tout-à-fait arbitraires qu'on peut imaginer s'opérer comme on voudra dans la situation absolue ou relative de chaque élément du système conformément à sa constitution.

35. L'équation (N′) devant subsister pour des valeurs quelconques des variations δx, δy, δz, pourvu que ces variations soient infiniment petites et compatibles avec la nature du système que l'on considère, elle aura lieu encore en changeant le δ en d; car cela revient à prendre pour déplacement infiniment petit du système au bout du temps t, déplacement qui est supposé arbitraire dans l'équation (N′), le changement de position que prend effectivement le système en mouvement, dans l'instant dt qui suit le temps t. Mais ceci suppose nécessairement que le système n'éprouve aucun changement brusque pendant toute la durée du mouvement. C'est la seconde restriction dont nous avons parlé au commencement de cette troisième partie.

Admettons donc qu'on puisse faire ce changement de caractéristique, et nous aurons

$$\frac{dx}{dt}\delta x+\frac{dy}{dt}\delta y+\frac{dz}{dt}\delta z=\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt}=u^2dt;$$

et par conséquent l'équation (N′) prendra la forme très-simple

$$\text{S}(d\Pi+\tfrac{1}{2}d.u^2)\,dt.\text{D}m=0.$$

Divisons cette équation par dt et intégrons; nous aurons

$$\text{(I)}\ldots\ \text{S}\left(\Pi+\frac{u^2}{2}\right)\text{D}m=const.$$

Cette équation étant traduite en langage ordinaire exprime cette propriété du mouvement qui a reçu le nom de principe de la *conservation des forces vives.*

36. Différencions maintenant l'équation (I) par rapport à δ, nous aurons

$$\delta . \mathrm{S}\left(\Pi+\frac{u^2}{2}\right)\mathrm{D}m=0,$$

ou simplement

$$\delta\Pi+\delta . \frac{u^2}{2}=0;$$

d'où l'on tire

$$\delta\Pi=-\frac{1}{2}\delta . u^2.$$

Substituons cette valeur de $\delta\Pi$ dans l'équation (N'); elle deviendra

$$\mathrm{S}\left(\delta . u^2 dt-d\left(\frac{dx}{dt}\delta x+\frac{dy}{dt}\delta y+\frac{dz}{dt}\delta z\right)\mathrm{D}m=0;\right.$$

et comme les signes d et δ sont indépendans du signe S, on pourra les faire sortir de ce dernier; et l'on aura ainsi

$$\delta . \mathrm{S}\, u^2\, dt . \mathrm{D}m=d . \mathrm{S}\left(\frac{dx}{dt}\delta x+\frac{dy}{dt}\delta y+\frac{dz}{dt}\delta z\right)\mathrm{D}m.$$

Intégrons les deux membres de cette équation par rapport au temps, et désignons ces intégrations par le signe $\int$; nous obtiendrons.

$$\delta . \mathrm{SD}m\int u^2 dt=\mathrm{S}\left(\frac{dx}{dt}\delta x+\frac{dy}{dt}\delta y+\frac{dz}{dt}\delta z\right)\mathrm{D}m+const.$$

Donc si on suppose de plus que les variations δx, δy, δz soient nulles aux deux limites auxquelles se rapporte l'inté-

grale $\int u^2 dt$, ce qui établit une troisième restriction; on aura seulement

$$(\text{II})\ldots\ \delta.\,\text{S D}\,m \int u^2\,dt = 0$$

ou

$$(\text{III})\ldots\ \delta.\int dt\,\text{S}\,u^2\,\text{D}\,m = 0$$

ou bien encore

$$(\text{IV})\ldots\ \delta\,\text{S D}m \int u\,ds = 0$$

si l'on fait $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$.

L'équation (III) renferme le principe connu sous le nom de *la plus petite ou plus grande force vive;* l'équation (IV) celui de la moindre action. Ainsi l'on voit que ces principes n'ont lieu que sous trois restrictions.

37. Ecrivons l'équation (III) de la manière suivante

$$\int dt\,\text{S}\,\delta.\,u^2.\,\text{D}\,m = 0;$$

et mettons pour $\delta.u^2$ sa valeur $-2.\delta\Pi$ trouvée dans l'article précédent; nous aurons

$$\int dt\,\text{S}\,\delta\,\Pi.\,\text{D}\,m = 0$$

ou bien

$$(\text{V})\ldots\ \delta.\int dt\,\text{S}\,\Pi.\,\text{D}m = 0.$$

Cette équation étant traduite en langage ordinaire fournit le principe suivant indiqué d'abord par *Maupertuis*, et démontré ensuite par *Euler* dans les mémoires de l'académie de Berlin, mais seulement pour le cas où le système se réduit à un seul corps; savoir,

« La somme des *quantités d'action* instantanées de toutes » les forces accélératrices (c'est-à-dire l'intégrale de la fonc- » tion $dt\text{S}\,\Pi\,\text{D}m$) prises depuis le moment où le système part

» d'une position donnée jusqu'à celui où il arrive à une autre » position donnée, est toujours un *maximum* ou un *minimum.* » Ce principe est connu aussi sous le nom de *principe de la plus grande ou de la plus petite quantité d'action.*

38. Si l'on veut déduire de l'équation transformée (N′) les propriétés générales de l'équilibre, on n'aura qu'à y supprimer les termes qui dépendent du temps t, et l'équation se réduira seulement à

$$(\mathrm{N}'')\ldots \mathrm{S}(\delta\Pi - \tfrac{1}{2}\delta.u^2)\mathrm{D}m = 0.$$

Mais en vertu du principe de la conservation des forces vives on a (art. 36)

$$\delta\Pi = -\tfrac{1}{2}\delta.u^2;$$

ce qui change l'équation (N″) en

$$(\mathrm{I}')\ldots \delta.\mathrm{S}\Pi.\mathrm{D}m = 0$$

ou bien en

$$(\mathrm{II}')\ldots \delta.\mathrm{S}u^2\mathrm{D}m = 0.$$

L'équation (I′) renferme le principe que *Maupertuis* a donné sous le nom de *Loi de repos*, et qui ramène tout problème de statique à dépendre des principes du calcul des variations. En effet cette équation démontre que dans l'équilibre d'un système quelconque la fonction $\mathrm{S}\Pi.\mathrm{D}m$ ou *la quantité d'action*, est toujours un *maximum* ou un *minimum.* L'équation (II′), qui répond à l'équation (III) du mouvement, donne la démonstration de cet autre principe de statique; savoir, « de toutes » les situations que prend successivement le système, celle où » il a la plus grande ou la plus petite force vive est aussi » celle où il le faudrait placer d'abord pour qu'il restât en » équilibre. »

CONCLUSION.

Après avoir donné, dans la première partie de ce mémoire, une démonstration du principe des vitesses virtuelles que nous croyons simple et rigoureuse, nous avons appliqué l'équation fondamentale qui résulte de ce principe à la démonstration des lois générales de la mécanique; ce qui forme l'objet des deux autres parties. Mais nous avons eu besoin pour cela de démontrer d'une manière simple et indépendante de la mécanique les formules (f) qui donnent les variations infiniment petites des coordonnées de tous les points d'un système quelconque de forme invariable, lorsqu'on déplace infiniment peu ce système. En combinant le principe des vitesses virtuelles avec celui de *D'Alembert*, nous en avons déduit l'équation (M) qu'on peut regarder comme renfermant toute la mécanique. Cette équation nous a fourni ensuite deux nouvelles équations transformées (N) et (N') qui servent à la démonstration de toutes les propriétés générales tant de la statique que de la dynamique connues jusqu'à nos jours, et démontrées par plusieurs célèbres géomètres.

La première transformation a été opérée en déterminant les variations arbitraires des coordonnées de chaque point du système comme si tous ces points étaient unis entre eux invariablement. On sent que cette supposition est toujours admissible quelle que soit la nature du système que l'on considère. Les formules (f) appliquées à l'équation fondamentale de la mécanique décomposent celle-ci de manière à la pouvoir résoudre, en général, en six équations particulières, desquelles on déduit les propriétés générales relatives à la translation et à la rotation du système. C'est sur ces propriétés que reposent la *théo-*

rie des momens, le principe de la *conservation du mouvement du centre de gravité*, et celui des *aires*.

L'autre transformation principale de l'équation (M) revient à supposer que les variations arbitraires des coordonnées, qui résultent du déplacement infiniment petit du système, sont les mêmes que les accroissemens des espaces effectivement parcourus, dans le sens des x, y et z, par chaque point durant l'instant dt qui succède au temps t; mais le principe de la conservation des forces vives qui s'en déduit, et tous les autres principes qui en dépendent, n'auront lieu que dans les cas où les équations de condition entre les différentes parties du système seront indépendantes du temps, et lorsqu'il ne surviendra pas de changemens brusques capables de changer la fonction SΠDm étendue à tous les points du système. Ainsi les propriétés démontrées dans la troisième partie, ou celles qui dépendent de la seconde équation transformée (N') ont moins de généralité que les autres; et il est nécessaire d'admettre certaines restrictions pour n'être pas induit en erreur.

FIN.

MÉMOIRE

SUR

LA GÉOGRAPHIE PHYSIQUE

DU BRABANT MÉRIDIONAL;

PAR J. KICKX,

LU A LA SÉANCE DU 11 OCTOBRE 1824.

MÉMOIRE

SUR

LA GÉOGRAPHIE PHYSIQUE

DU BRABANT MÉRIDIONAL.

La géographie physique d'une contrée est, selon l'idée que je m'en fais, l'histoire des événemens naturels qui s'y sont passés ou s'y passent encore, et desquels dépend son état actuel. Elle a donc pour objet la description des matériaux bruts qui composent cette contrée, celles des corps organisés qu'elle alimente et des élémens qui concourent ou qui ont concouru à leur existence respective.

Un travail qui embrasse des matières si différentes, ne peut s'exécuter que partiellement et successivement : d'après le plan que je me suis tracé, je m'occuperai d'abord de la constitution atmosphérique de la province et des météores qui en déterminent les variations. Cette première partie de mon mémoire sera le résumé d'une suite d'observations dont quelques extraits ont déjà été présentés à l'académie.

Une seconde partie sera consacrée à la superficie du sol, à

son élévation, au cours des rivières principales, à la nature des eaux ; j'y joindrai quelques réflexions sur la direction d'anciens courans auxquels plusieurs vallons me paraissent devoir leur formation.

Dans une troisième partie je décrirai la constitution géognosique de la province. Bien que cette matière ait déjà été traitée par quelques écrivains et nommément par M. *de Burtin* en ce qui concerne les environs de Bruxelles, je pense néanmoins qu'un tableau général de la composition de notre sol, ne sera pas sans intérêt pour ceux qui cultivent les sciences naturelles.

Les plantes indigènes feront l'objet de la quatrième partie, et quoique le plus grand nombre soit déjà rapporté dans la Flore de Bruxelles, plusieurs découvertes et observations recueillies depuis l'impression de cet ouvrage, ajouteront à nos connaissances en botanique.

Enfin la cinquième partie sera réservée à la zoologie, c'est-à-dire qu'elle comprendra l'indication des espèces animales dont l'habitation ordinaire est dans notre province, cette partie sera entièrement neuve, au moins n'est-il pas de ma connaissance qu'aucun ouvrage qui en traite spécialement, ait été publié jusqu'ici.

Je suis loin de croire que je ferai autre chose qu'effleurer la matière, quelles que soient d'ailleurs les peines que je pourrais me donner pour atteindre mon but : retenu par une profession qui ne me permet point de faire de longues ni de trop fréquentes absences, je ne puis guère espérer que de mettre sur la voie ceux qui seraient plus amplement pourvus que je ne le suis, de moyens propres à terminer l'ouvrage dont je présente le tracé.

Ce que j'entends par *Brabant méridional* n'est pas cette province exactement telle, qu'elle est connue dans sa circonscription politique ou administrative; le point de vue sous lequel je la considère, n'exige pas cette précision, et je présume que la limite arbitraire que je vais indiquer et qui décrit les termes de mes recherches, la déterminera suffisamment, quoiqu'elle ne suive pas dans tout son contour les limites réelles de cette fraction du royaume.

Vers le nord-ouest et le nord, l'*Escaut*, le *Ruppel* et le *Demer* (1) serviront de frontière; à l'est nous remonterons la *Geête* et le vallon de Jandrain jusqu'à l'ancienne *chaussée des Romains*, que nous suivrons au midi jusqu'à sa rencontre avec la chaussée de Namur, près de Marbais; ensuite nous prendrons par le bois de Nivelles sur *Arquesnes*, *Henripont*, *Braine-le-Comte*, *Steenkerken* et *Enghien*; la rivière de *Marcq*, les villages de *Gamerage*, *Pollaere* et la *Dendre* jusqu'à son embouchure dans l'Escaut, termineront nos courses à l'ouest.

Ainsi circonscrite, la province prend la forme d'une ellipsoïde, elle est située entre le 1er degré 50 minutes et le 2e degré 46 minutes de longitude orientale du méridien de Paris;

---

(1) On dit communément que le *Demer* jette ses eaux dans la *Dyle*, et d'après cette idée c'est la *Dyle*, dit-on, qui traverse Malines : je crois qu'il est plus exact de dire que le *Demer* reçoit la *Dyle*, et qu'il en porte les eaux par Malines au *Ruppel*. Le *Demer* a plus de deux fois la largeur et la profondeur de la *Dyle*, il est navigable dans la majeure partie de son cours, au lieu que la *Dyle* ne l'est aucunement.

Les riverains du *Ruppel* commettent la même erreur lorsqu'ils désignent ce fleuve par le nom d'*Escaut*.

ou entre le 21^{e} degré 42^{m} et le 22^{e} 45^{m} de longitude du méridien de l'île de Fer; sa latitude septentrionale est entre le 50^{e} et le 51^{e} degré. Elle est traversée à peu près par le milieu, du sud-ouest au nord-est, par la forêt de Soigne, celle de Meerdael et par une suite de bois particuliers qui faisaient autrefois parties de ces forêts : son atmosphère est saine quoiqu'elle soit un peu froide et humide, et qu'elle éprouve des variations fréquentes, quelquefois subites et considérables; ces variations paraissent être plus sensibles au nord et au nord-ouest de la ligne des forêts; pour compenser ce désagrément, les orages qui viennent d'ordinaire du sud-ouest, du sud ou du sud-est, sont plus fréquens dans la partie de la province située au midi et au sud-est de ces forêts.

PREMIÈRE PARTIE.

MÉTÉOROLOGIE.

DES VENTS.

De tous les météores qui régissent notre système atmosphérique, il n'y en a pas dont l'influence soit plus sensible que celle des vents; quoiqu'ils ne soient soumis à aucun ordre qui puisse faire présager leur retour périodique, leur durée ou leur force, il y en a cependant qui se maintiennent avec une sorte d'opiniâtreté et qui, repoussés pour quelques momens, paraissent toujours empressés à reprendre leur empire, tels sont les vents du sud à l'ouest qui règnent, année commune, pendant 166 jours, ceux de l'ouest au nord qui ne soufflent pas moins de 84 jours, ceux du nord à l'est qui dominent pendant 92 jours, tandis que ceux de l'est au sud, règnent seulement pendant 23 jours.

En prenant par mois un terme moyen du temps que chacun de ces vents souffle, on peut les repartir de la manière qu'ils se trouvent dans le tableau ci-contre.

VENTS DU S. A L'O.		DE L'O. AU N.	DU N. A L'E.	DE L'E. AU S.	RÉCAP. DES JOURS.
Janvier.	12 jours.	8 jours.	10 jours.	1 jours	31 jours.
Février.	17	5	5	1	28
Mars.	17	6	7	1	31
Avril.	10	9	11	0	30
Mai.	14	8	7	2	31
Juin	11	7	8	4	30
Juillet	13	6	7	5	31
Août.	15	7	5	4	31
Sept	9	9	10	2	30
Octob.	18	6	6	1	31
Novemb.	16	4	9	1	30
Décemb.	14	9	7	1	31
	166	84	92	23	365

On ne doit pas conclure de ce tableau que les vents observent constamment et au temps marqué l'ordre qu'on leur y assigne, mais seulement que telles sont, dans le plus grand nombre de cas, les périodes de leur action. En examinant leurs directions par quartiers de l'année, on trouve qu'ils se maintiennent à peu près dans les mêmes proportions, et qu'à l'exception des vents entre l'est et le sud qui sont d'ordinaire plus fréquens pendant le troisième trimestre, il n'y en a pas qui appartiennent plus particulièrement ou plus régulièrement à telle saison qu'à telle autre : on peut s'en assurer par le tableau ci-contre.

VENTS DU S. A L'O.		DE L'O AU N.	DU N. A L'E.	DE L'E. AU S.	RÉCAPITULATION.
Janvier. Février. Mars.	46 jours.	19 jours.	22 jours.	3 jours.	90 jours.

VENTS DU S. A L'O.		DE L'O. AU N.	DU N. A L'E.	DE L'E. AU S.	RÉCAPITULATION.
Avril. Mai. Juin.	35 jours.	24 jours.	26 jours.	6 jours.	91 jours.
Juillet. Août. Sept.	37	22	22	11	92
Octob. Nov. Déc.	48	19	22	3	92
	166	84	92	23	365

On voit que les vents du sud à l'ouest soufflent ici pendant la majeure partie de l'année; ils rendent le temps fort inconstant et produisent des ouragans souvent d'une grande violence, notamment les vents de l'ouest-sud-ouest. Ils sont toujours plus ou moins humides et amènent des pluies fréquentes : ces phénomènes dépendent probablement de ce que les vents de ces directions prennent leur origine dans des climats plus chauds que le nôtre, qu'ils traversent de grandes étendues de mers d'où ils charrient des nuages dont la densité ne peut se maintenir sous le changement de pression et de température qu'ils éprouvent dans notre atmosphère.

Les vents de l'ouest au nord ne règnent d'ordinaire que la moitié du temps des précédens, ils sont en général très-froids et très humides, ils chargent l'air de brumes qu'ils amènent de la mer du Nord et des marécages de la Hollande, ils sont fréquemment accompagnés de grêle, de neige fondue, de pluies froides, dont l'influence sur la santé est très-pernicieuse, particulièrement vers la fin de l'automne et au commencement du printemps.

Les vents du nord à l'est sont généralement secs, ils dissipent les orages, les brouillards, rendent l'air vif et très-élastique; proportionnellement au temps qu'ils règnent sur notre atmosphère, ils sont moins variables que les autres vents; leur continuité qui nous procure assez communément une belle arrière-saison est très-nuisible au printemps, surtout si le vent se fixe au nord-nord-est ou nord-est-quart-nord, parce qu'étant froid et très-vif, il dessèche et appauvrit beaucoup la végétation; en hiver ce vent est extrêmement rigoureux, mais il règne d'ordinaire moins dans cette saison qu'au printemps et en automne.

Les vents de l'est au sud sont chauds, ils soufflent rarement et se maintiennent tout au plus pendant vingt-quatre heures dans la même direction; en été ils amènent des orages violens presque toujours précédés de tourbillons de vent très-impétueux, notamment ceux du sud-quart-sud-est et du sud-sud-est. Les trombes terrestres, heureusement fort rares dans notre province, sont d'ordinaire poussées par des vents de l'est-sud-est ou sud-est-quart-sud. En hiver on peut présager le dégel lorsque le vent tourne vers le sud-est et le sud.

Il est impossible de soumettre au calcul rigoureux l'intensité de ces vents dans les diverses périodes de l'année, mais afin d'établir quelques points comparables, je nommerai *vent ordinaire* celui qui souffle pendant la majeure partie de l'année d'une force qui peut être évaluée de deux à trois lieues par heure; *vent fort* celui qui fait cinq à six lieues par heure et qui dans notre province ne souffle guère moins d'un quart de l'année; *vent violent*, lorsqu'il fait huit à neuf lieues par heure et ne se soutient qu'un ou deux jours de suite; enfin j'appelle-

rai *ouragan* le vent qui fait au moins douze lieues par heure, qui abat des tuiles, des cheminées, casse de fortes branches d'arbres et même les déracine. Voici un tableau de ces vents fait d'après la moyenne de vingt-deux années d'observation.

VENT ORDINAIRE.		VENT FORT.	VENT VIOLENT.	OURAGANS.	TOTAL DES JOURS.
Janvier.	20 jours.	8 jours.	2 jours.	1 jours.	31 jours.
Février.	12	11	3	2	28
Mars.	15	9	5	2	31
Avril.	19	10	1	0	30
Mai.	24	6	1	0	31
Juin.	26	2	2	0	30
Juillet.	29	2	0	0	31
Août.	29	2	0	0	31
Sept.	22	5	3	0	30
Octobre.	14	12	3	2	31
Nov.	14	8	6	2	30
Décemb.	21	6	3	1	31
	245	81	29	10	365

Comme je viens de le dire, ce tableau ne représente que l'état des vents le plus habituel dans le cours d'un certain nombre d'années, et raisonnablement on ne peut rien exiger de plus dans une matière soumise à tant de vicissitudes. Quelle qu'en soit la valeur, toujours sera-t-il étonnant qu'une des provinces du centre du royaume et éloignée de la mer éprouve des coups de vent aussi fréquens que le Brabant méridional.

Je ne parlerai point de ces tempêtes extrêmes où le vent, hors de toute proportion, fait au moins dix-huit ou vingt lieues par heure et qui renverse tout ce qui s'oppose à sa fureur, telles furent celles du 5 septembre 1783 et du 9 novembre 1800.

Ces terribles météores, qui ne nous accablent heureusement que deux ou trois fois tous les cent ans, viennent toujours d'une direction entre le sud et le sud-est.

DES ORAGES.

Les orages sont assez fréquens dans notre province, mais ils sont rarement d'une grande violence : d'après le relevé de ces météores qui ont éclaté depuis plusieurs années, on peut en fixer le nombre à vingt-deux, année commune, ou plus exactement pendant neuf mois de l'année commune, car il est rare qu'il y en ait un tous les cinq ou six ans pendant les mois de novembre, décembre et janvier. Les orages se forment presque généralement vers les points du sud-est au sud, ou vers ceux du sud à l'ouest, et se dirigent au nord-ouest ou nord-est, ils s'élèvent donc précisément vers les points d'où le vent souffle plus de deux tiers de l'année, et cependant le vent qui règne au moment de leur formation, ne paraît pas exercer d'influence sur les causes qui les produisent, on voit assez communément l'orage s'élever sur un autre point de l'horizon que celui d'où le vent vient, et suivre seulement la direction de celui-ci lorsqu'il acquiert une assez grande intensité. Le tableau ci-dessous présente le nombre des orages pour chaque mois de l'année commune.

Janvier.	0	Avril.	2	Juillet.	4	Octobre.	1	
Février.	1	Mai.	2	Août.	4	Novemb.	1	Pour
Mars.	2	Juin.	3	Septemb.	2	Décemb.	0	l'année
	3		7		10		2	22.

La plupart des orages qui ne viennent pas d'une direction qui s'approche de l'ouest, s'arrêtent sur la ligne des forêts et

bois que nous avons dit plus haut traverser la province presque par le milieu du sud-ouest au nord-est; les plateaux de ces forêts terminent, du coté du midi, de grandes plaines, et du côté du nord, une suite de collines qui descendent progressivement jusqu'aux limites septentrionales de la province : des milliers d'arbres fort élevés que ces forêts renferment, constituent autant de conducteurs naturels de la matière électrique, résolvent les nuages en eau et détournent ainsi les malheurs que les orages ne produisent que trop souvent dans des contrées ou de pareils paratonnerres n'existent pas.

Relativement à l'intensité, les orages paraissent présenter des différences assez remarquables ; outre les phénomènes généraux propres à ces sortes de météores, il semblerait que ceux qui chez nous viennent d'un des points entre l'est et le sud, sont presque toujours plus violens que les autres, précédés ou accompagnés de tourbillons de vents et suivis d'averses extraordinairement fortes : ceux qui viennent du côté de l'ouest sont plus fréquens, ils sont moins violens, moins durables, mais ils sont souvent accompagnés de grêle : ceux-ci paraissent se réserver les mois de mars, avril et mai, les autres éclatent de préférence pendant les mois de juin, juillet et août.

DES PLUIES.

Les pluies sont aussi très-fréquentes dans le Brabant méridional, elles présentent quant à leur force et à leur continuité des différences qui paraissent être en rapport avec certaines directions des vents, par exemple les *pluies tranquilles* viennent communément des divers points entre le sud et l'ouest, elles durent plusieurs jours de suite et tombent avec plus ou

moins de force; les *ondées* et les *giboulées*, les premières arrivent par des vents de l'ouest au nord-ouest et constituent ces pluies abondantes, tombant par intervalles, chassées par des coups de vent très-forts; les giboulées sont ces mêmes ondées, poussées par un vent qui tient plus du nord que de l'ouest, et accompagnées de grêle ou de gros flocons de neige en partie fondue; les *averses*, pluies subites, de peu de durée mais excessivement fortes, dont la chute est presque toujours perpendiculaire et qui ne sont accompagnées ni de grêle, ni d'éclairs ni de tonnerre, elles arrivent le plus souvent des diverses directions du sud-est au sud, et leurs eaux descendent quelquefois en telle abondance des collines dont la province est hérissée, qu'elles ressemblent à de véritables torrens : enfin les *pluies d'orage* qui suivent naturellement la direction du météore; ces pluies, produits immédiats d'une commotion électrique, sont plus favorables que toute autre à la végétation, notamment si leur chute n'est pas trop rapide : du nord à l'est ou de leurs points intermédiaires, il pleut rarement et toujours pendant très-peu de temps, cette pluie est très-froide et son influence sur la végétation est plus nuisible qu'avantageuse. Le résumé ci-dessous donne un état moyen de mois en mois de ces différentes pluies.

PLUIES TRANQUILLES.		ONDÉES OU GIBOULÉES.	AVERSES.	PLUIES D'ORAGE.	JOURS DE PLUIES.
Janvier.	6	4	0	0	10
Février.	7	8	0	1	16
Mars.	7	6	0	2	15
Avril.	6	6	1	2	15

	PLUIES TRANQUILLES.	ONDÉES OU GIBOULÉES.	AVERSES.	PLUIES D'ORAGE.	JOURS DE PLUIES.
Mai.	7	5	1	2	15
Juin.	4	2	2	3	11
Juillet.	3	1	3	4	11
Août.	5	0	2	4	11
Septembre.	5	1	1	2	9
Octobre.	7	6	0	1	14
Novembre.	6	5	0	1	12
Décembre.	6	4	0	0	10
	69	48	10	22	149

Il n'est pas facile d'évaluer au juste la quantité d'eau qui tombe dans le cours de l'année commune sur la surface de notre province; toutefois, d'après des expériences continuées pendant plusieurs années avec tous les soins qu'exigent des recherches de ce genre, je pense que l'on peut en évaluer la quantité à vingt-quatre pouces cubes ou soixante-quatre centimètres. L'année 1816 n'est pas comprise dans cette estimation, la quantité d'eau tombée alors est si disproportionnée à celle des autres années, qu'en l'admettant je croirais établir un calcul tout-à-fait erroné.

DE LA NEIGE ET DE LA GRÊLE.

Il est plus difficile encore de déterminer la quantité de neige qui tombe annuellement et le temps précis de son apparition; l'une et l'autre dépendent nécessairement des gelées qui s'annoncent d'une année à l'autre à des époques trop différentes, pour pouvoir être indiquées avec sûreté, cependant on peut

regarder les mois de décembre et de janvier comme la période des neiges, et fixer à dix-sept jours le terme moyen de leur chute. Quant à la grêle il en tombe peu en proportion des autres météores qui concernent la province, et il n'arrive guère plus d'une fois en douze ou quinze ans, que les grêlons soient de grosseur à causer des dommages notables. On compte onze jours de grêle dans le cours de l'année commune, distribués ordinairement entre les sept mois d'octobre et d'avril : hors le temps des gelées, la grêle tombe presque chaque fois que le vent s'approche subitement du nord après avoir amené du côté du sud ou du sud-ouest des nuages surchargés d'eau.

DES BROUILLARDS.

Les brouillards sont aussi fort communs, ils dépendent ici comme partout ailleurs des changemens dans la température et la pression de l'atmosphère, changemens toujours annoncés par une baisse du thermomètre ou du baromètre, souvent même de ces deux instrumens ensemble et par le passage du vent vers un des points entre l'ouest et le nord-ouest. Dans les mois d'hiver, les brouillards durent quelquefois des jours entiers, ils sont plus ou moins épais, mais très-rarement ils empêchent de distinguer les objets à cinquante ou soixante pas de distance; si le vent gagne alors plus au nord, le brouillard, au lieu de constituer une vapeur simplement humide, se change en cette espèce de pluie légère et très-fine qu'on nomme *brume* ou *bruine*. Cet effet est produit tant par la diminution de température qui condense la vapeur d'eau, que par le transport que le vent opère de la mer du Nord ou des marais hollandais, d'un air déjà surchargé d'humidité. Dans les mois d'été les brouillards paraissent le plus souvent avec le crépuscule

ou vers l'aube du jour et se dissipent avec le lever du soleil, ou après quelques heures d'existence; année commune il y a quarante jours de brouillard repartis à peu près de la manière suivante.

Janvier.	5	Avril.	3	Juillet.	2	Octobre.	4	
Février.	4	Mai.	3	Août.	2	Novemb.	4	Jours
Mars.	4	Juin.	2	Septemb.	2	Décemb.	5	
	13		8		6		13	40.

La quantité d'eau que ces brouillards produisent, peut être évaluée à un dixième de celle que donnent les pluies.

DE L'HYGROMÈTRE.

L'hygromètre est, comme on sait, l'instrument qui mesure les degrés d'humidité de l'air, non de l'humidité dissoute et transformée en vapeurs élastiques, mais de celle qui existe dans l'air sous forme de vapeurs discrète ou vésiculaire et qui produit, d'après diverses circonstances, des brouillards, des bruines, des pluies ou d'autres météores aqueux. L'hygromètre dont je me sers est celui de *Deluc*, divisé en cent parties ou degrés, mais construit avec un tuyau de plume, que je préfère parce qu'il reçoit les impressions d'humidité et de sécheresse beaucoup plus promptement que le tuyau d'ivoire : bien que cet hygromètre ait le défaut commun à tous les instrumens de ce genre de ne durer qu'un certain temps, et de compliquer ses indications avec les changemens de température, on peut cependant parvenir par son secours, avec un peu d'habitude, à calculer assez justement la quantité d'eau que l'air contient dans ses différens états thermométriques. Ci-après se trouve

un résumé des degrés de l'hygromètre pour les douze mois de l'année ordinaire.

MOIS.	TERME MOYEN du MAXIMUM.	TERME MOYEN du MINIMUM.	MOYENNE PROPORTION.
Janvier.	73 + ½	57 + ½	65 + ½ degrés.
Février.	80 + ¾	61 + ¼	71 + 0
Mars.	68 + ⅔	50 + ⅓	59 + ½
Avril.	61 + ¼	46 + ¾	54 + 0
Mai.	55 + ⅗	41 + ⅕	48 + ⅖
Juin.	49 + ½	38 + ½	44 + 0
Juillet.	47 + ¾	33 + ¾	40 + ¾
Août.	46 + ⅓	29 + ⅔	38 + 0
Septembre.	38 + ¼	24 + ¼	31 + ¼
Octobre.	46 + ⅓	35 + ⅔	41 + 0
Novembre.	60 + ⅔	49 + ⅔	54 + ⅗
Décembre.	70 + ⅘	56 + ⅔	63 + ¾.

La plus grande humidité règne donc, année commune, pendant les mois de janvier et février, et la plus grande sécheresse pendant les mois d'août et de septembre.

En calculant la quantité d'eau contenue dans notre atmosphère sous forme de vapeur discrète ou vésiculaire, d'après l'état de l'hygromètre aux temps respectifs indiqués ci-dessus à la température et à la pression correspondante, on peut en établir les proportions suivantes en grains et par mètre cube d'air. (Le mètre pris pour trois pieds mesure de France.)

MOIS.	TERME MOYEN du MAXIMUM.	TERME MOYEN du MINIMUM.	PROPORTION MOYENNE.
Janvier.	$37 + \frac{3}{4}$	$28 + \frac{1}{4}$	$33 + 0$ grains.
Février.	$40 + \frac{1}{2}$	$33 + 0$	$36 + \frac{3}{8}$
Mars.	$34 + \frac{1}{2}$	$27 + 0$	$30 + \frac{3}{8}$
Avril.	$33 + 0$	$24 + \frac{1}{4}$	$28 + \frac{5}{8}$
Mai.	$28 + \frac{1}{2}$	$22 + \frac{1}{2}$	$25 + \frac{1}{2}$
Juin.	$27 + 0$	$21 + 0$	$24 + 0$
Juillet.	$24 + \frac{3}{4}$	$18 + \frac{3}{4}$	$21 + \frac{3}{4}$
Août.	$24 + \frac{1}{2}$	$16 + 0$	$20 + \frac{1}{4}$
Septembre.	$21 + 0$	$13 + 0$	$17 + 0$
Octobre.	$24 + \frac{1}{4}$	$18 + \frac{3}{4}$	$21 + \frac{1}{2}$
Novembre.	$30 + \frac{3}{4}$	$27 + \frac{1}{4}$	$29 + 0$
Décembre.	$36 + \frac{1}{2}$	$28 + \frac{1}{2}$	$32 + \frac{1}{2}$.

Le mètre cube d'air contient donc un peu plus d'un demi-grain d'eau par chaque degré de l'hygromètre aux termes moyens de la température et de la pression pour chaque mois de l'année. Ce résultat sur lequel nous n'avions aucune donnée, est assez important; il permet d'établir avec autant d'exactitude que la matière le comporte, la différence de l'état hygrométrique de l'atmosphère dans les parties basses et élevées de la province; différence que l'on peut estimer à $\frac{1}{22}$ en plus ou en moins par 60 mètres d'élévation ou d'abaissement, et qui est due à ce que l'air plus raréfié sur les hauteurs exige moins d'eau pour se saturer au même degré que dans les lieux bas.

Comme il est de notoriété, les divers degrés de température et de pression que l'air éprouve, sont les causes efficientes de tous les phénomènes météorologiques; ces causes qui se manifestent par les variations du thermomètre et du baromètre,

constituent ces deux instrumens les bases de toutes les observations de ce genre.

DU THERMOMÈTRE.

Le thermomètre d'après lequel j'ai opéré est à boule ronde, à mercure, et divisé en 80 parties : on est convenu de le regarder comme celui de *Réaumur* quoique sa confection appartienne véritablement à *Deluc*. *Réaumur* se servait d'alcohol et non de mercure pour son thermomètre, et la partie inférieure de son instrument ne se terminait pas en boule mais en cylindre, ce qui n'est pas tout-à-fait la même chose. Le thermomètre de *Celsius*, physicien suédois, connu plus particulièrement sous la dénomination de *thermomètre centigrade*, est le même que celui de *Deluc*, seulement il est divisé en cent parties ou degrés.

Les observations dont je vais rendre compte, ont été faites quatre fois par jour sur des thermomètres placés au nord, à l'ombre, en plein air, dans une cour où l'air circule librement, mais où aucun courant particulier ne peut les atteindre et où ils sont complètement à l'abri des rayons solaires tant directs que réfléchis; je crois conséquemment pouvoir compter sur l'exactitude de leurs indications. Voici en quoi elles consistent pour les degrés thermométriques au-dessus de *zéro* pendant les douze mois de l'année commune.

MOIS.	TERME MOYEN du MAXIMUM.	TERME MOYEN du MINIMUM.	MOYENNE PROPORTION.
Janvier.	$1+\frac{1}{2}$	$0+\frac{1}{2}$	$1+0$ degrés.
Février.	$3+\frac{1}{2}$	$2+0$	$2+\frac{3}{4}$
Mars.	$7+\frac{1}{3}$	$4+\frac{2}{3}$	$6+0$
Avril.	$9+\frac{1}{2}$	$7+0$	$8+\frac{1}{4}$
Mai.	$14+0$	$9+\frac{1}{2}$	$11+\frac{3}{4}$
Juin.	$16+\frac{1}{4}$	$12+\frac{1}{4}$	$14+\frac{1}{4}$
Juillet.	$18+\frac{1}{3}$	$14+\frac{2}{3}$	$16+\frac{1}{2}$
Août.	$16+\frac{1}{2}$	$12+\frac{1}{2}$	$14+\frac{1}{2}$
Septembre.	$13+\frac{2}{3}$	$8+\frac{1}{3}$	$11+0$
Octobre.	$10+\frac{4}{5}$	$6+\frac{1}{5}$	$8+\frac{1}{2}$
Novembre.	$6+\frac{1}{3}$	$4+\frac{1}{3}$	$5+\frac{1}{3}$
Décembre.	$3+0$	$1+\frac{1}{2}$	$2+\frac{1}{4}$.

En résumant ces observations aux termes moyens de la chaleur pour l'année entière, on aura

Pour le maximum, $10+\frac{3}{4}$;
Pour le minimum, $6+\frac{2}{3}$;
Pour le degré moyen, $8+\frac{1}{3}$.

Des chaleurs extrêmes pour notre climat font souvent exception à ces termes; par exemple le thermomètre s'éleva en

1765 le 26 août à	24 + 0.	1801 le 5 août à	27 + 0.
1775 le 5 juin à	25 + 0.	1803 le 8 août à	26 + 0.
1778 le 23 juillet à	27 + 0.	1808 le 17 juillet à	25 + 0.
1783 le 2 août à	26 + 0.	1824 le 14 juillet à	24 + 0.

La somme de ces chaleurs donne au terme moyen $25\frac{1}{2}$ sur 0 du thermomètre de Réaumur.

Le thermomètre ne descend guère chez nous à *zéro* ou au-dessous que vers la fin de novembre; il ne s'y maintient même que deux ou trois fois vingt-quatre heures au plus, et le froid se réduit alors à la production de gelées blanches ou de givres : les gelées fortes ne commencent ordinairement pas avant la dernière quinzaine de décembre, et si le froid continue, il va en augmentant jusqu'à la fin de janvier, toutefois il y a d'une année à l'autre des différences considérables entre les époques, la durée et l'intensité du froid, suivant les causes générales qui influent sur le système météorologique de notre zône tempérée. On peut cependant considérer l'époque indiquée comme la plus ordinaire et fixer la durée des hivers les plus longs, à deux mois de gelée continuelle : quant à l'intensité du froid dans les années moyennes, elle peut être estimée ainsi.

MOIS.	MOYENNE du MAXIMUM SOUS O.	MOYENNE du MINIMUM SOUS O.	TERME MOYEN.
Janvier.	$9 + 0$	$5 + \frac{1}{2}$	$7 + \frac{1}{4}$
Février.	$7 + \frac{1}{2}$	$3 + 0$	$5 + \frac{1}{4}$
Année commune le froid est donc	maximum $8 + \frac{1}{4}$	minimum $4 + \frac{1}{4}$	degré moyen. $6 + \frac{1}{4}$.

Il y a néanmoins des années extraordinaires où le froid dépasse toute mesure, telles ont été entre autres les suivantes.

1709 . . .	16—0	1776 . . .	16—0
1740 . . .	13	1788 . . .	18
1767 . . .	14	1820 . . .	14
1768 . . .	15	1823 . . .	14.

La somme de ces degrés de froid donne pour les années extraordinaires un terme moyen de quinze degrés sous o du thermomètre à mercure divisé en 80 parties.

Relativement à la température froide ou chaude indiquée par le thermomètre, il est à remarquer qu'elle augmente d'un demi-degré environ par vingt-quatre ou vingt-six mètres d'élévation du sol, conséquemment il est essentiel de déterminer la hauteur du lieu où sont faites les observations : l'oubli de cette indication cause souvent des anomalies apparentes entre les états thermométriques de deux observateurs dressés sur des instrumens et dans des circonstances semblables, mais dont l'un demeurerait par exemple aux environs du canal et l'autre près de la porte de Namur; ils auraient l'un et l'autre les extrêmes d'une température dont la proportion moyenne seulement, serait celle de l'atmosphère de Bruxelles (1).

DU BAROMÈTRE.

Pour déterminer par le baromètre le degré de pression de l'atmosphère, il importe de connaître la hauteur la plus habituelle de la colonne de mercure dans le lieu destiné à l'obser-

(1) Je n'ai pu réunir jusqu'ici assez de faits pour établir exactement la correspondance entre la marche du thermomètre et les diverses hauteurs de la province, mais je crois pouvoir assurer que la chaleur comme le froid augmente à mesure qu'on s'élève, dans une progression dont le terme moyen s'approche de très-près d'un demi-degré par vingt-six mètres d'élévation comme je viens de le dire. Entre o et 2 ou 3 degrés de *Deluc*, la différence m'a paru la moins sensible, mais elle augmente au dessus et au dessous de ce point d'une manière assez rapide.

vation : cette hauteur n'est pas facile à trouver dans une province telle que la nôtre dont le sol s'élève et s'abaisse continuellement, et dont le niveau pris en général présente du midi au nord une différence de 182 mètres au moins, conséquemment aussi une dépression de sept lignes dans la colonne barométrique. Afin d'avoir un point de départ, j'exposerai dans le tableau ci-dessous, l'élévation du baromètre à Bruxelles dressé pour les douze mois sur l'état moyen de vingt-deux années, j'indiquerai ensuite la hauteur à laquelle les observations ont été faites, et de leur résumé je tâcherai de déduire l'élévation ordinaire du mercure dans le tube du baromètre pour d'autres parties de la province : je conserverai dans ce tableau la division en pouces, lignes et douzièmes de ligne ancienne mesure de France, parce que c'est celle dont on continue de se servir à peu près généralement pour les baromètres ordinaires du commerce.

MOIS.	MOYENNE de la PLUS GRANDE ÉLÉVATION	MOYENNE de la MOINDRE ÉLÉVATION.	HAUTEUR MOYENNE de CHAQUE MOIS.
Janvier.	$28+0$	$27+9$	$27+10+\frac{6}{12}$
Février.	$27+11$	$27+8$	$27+9+\frac{6}{12}$
Mars.	$27+11+\frac{8}{12}$	$27+9$	$27+10+\frac{4}{12}$
Avril.	$28+0+\frac{2}{12}$	$27+10$	$27+11+\frac{1}{12}$
Mai.	$28+0+\frac{6}{12}$	$27+10$	$27+11+\frac{3}{12}$
Juin.	$28+1$	$27+10+\frac{4}{12}$	$27+11+\frac{8}{12}$
Juillet.	$28+0+\frac{9}{12}$	$27+9+\frac{3}{12}$	$27+11$
Août.	$28+0+\frac{8}{12}$	$27+9$	$27+10+\frac{10}{12}$
Septembre.	$28+0+\frac{6}{12}$	$27+10$	$27+11+\frac{3}{12}$
Octobre.	$27+11$	$27+8+\frac{8}{12}$	$27+9+\frac{10}{12}$
Novembre.	$27+11+\frac{3}{12}$	$27+7+\frac{3}{12}$	$27+9+\frac{1}{12}$
Décembre.	$27+11+\frac{8}{12}$	$27+8+\frac{4}{12}$	$27+10$.

Le terme moyen de l'année sera	Pour le maximum.	Pour le minimum.	Pour la hauteur moyenne.
	$28+0+\frac{2}{12}$	$27+9+\frac{10}{12}$	$27+11.$

Comparons maintenant l'état moyen de ces observations à la colonne barométrique considérée dans ses rapports avec l'élévation du lieu où elles ont été faites : la partie moyenne de la ville où est située ma demeure y compris environ deux mètres pour l'emplacement de mes instrumens au dessus du sol, s'élève à vingt-six mètres sur le niveau ordinaire du canal de Bruxelles; ce niveau présente avec le village *Natten Haesdonck,* qui constitue l'extrémité la plus septentrionale et la plus déclive de la province telle qu'elle a été circonscrite dans ce mémoire, une autre différence de vingt-cinq à vingt-six mètres: aussi remarque-t-on que le baromètre, en cet endroit, est à son élévation moyenne à 28 pouces et une ligne, moins une fraction qui ne va pas à une 24e partie de ligne.

Il est reconnu par les observations de *Labillardière*, l'un des naturalistes qui accompagnèrent l'amiral *D'Entrecasteaux* dans son voyage à la recherche de *La Peyrouse* , que la moyenne élévation de la colonne barométrique à la surface de la mer, est de $28+2+\frac{1}{12}$: ces observations ont été faites sous le tropique du cancer, sous la ligne, aux îles des Amis, à la Nouvelle-Calédonie, à Amboine, etc., etc., et vérifiées par une navigation de trois ans : elles ont été confirmées par les expériences de M. le comte de *Schuckburg* avec la légère différence d'un 12e de ligne, M. de *Schuckburg* ayant fixé la hauteur du baromètre à la surface de la mer à $28+2+\frac{2}{12}$, la température étant 12 à 13 centigrades et la latitude 50°.

Puisque l'extrême de la précision mathématique ne change

presque rien aux résultats qu'ont obtenus les deux observateurs ci-dessus, il me semble que la valeur du 12e de la ligne serait compensée ou réduite à si peu de chose qu'elle pourrait être négligée sans conséquence en prenant la température à la glace fondante et en soustrayant l'effet de la vapeur d'eau qui est incontestablement plus considérable à la surface de l'Océan que dans l'intérieur des terres; dans ce cas la hauteur du baromètre serait au niveau de la mer 28 + 2, à *Natten Haesdonck* 28 + 1, au niveau des moyennes eaux du canal de Bruxelles 28+0, et enfin, dans la partie moyenne de la ville à 27+11 (1).

Cette partie moyenne de la ville serait donc élevée de 78 mètres sur le niveau de l'Océan, conséquemment la hauteur du baromètre doit y être inférieure de trois lignes en calculant sur une ligne d'abaissement du mercure par vingt-six mètres d'élévation, le mètre pris pour trois pieds mesure de France, et la température étant *zéro*. Or, la table barométrique ci-dessus dressée mois par mois et sur les termes moyens d'une longue suite d'observations, répond à la justesse de ce calcul; je ne m'étendrai point sur les réductions qu'il pourrait exiger pour être mathématiquement exact, car la correction de la latitude, et celle pour l'effet de la vapeur d'eau, porteront au plus à trois ou quatre centimètres toute la somme à déduire sur la différence de niveau entre la surface de la mer et le centre de Bruxelles : ceux qui s'occupent de ces sortes de recherches, trouveront sans doute comme moi que les corrections trop minutieuses écartent bien plus souvent du véritable niveau qu'elles n'en rapprochent.

---

(1) Au faubourg d'Ixelles, chez M. Van Bortel, pharmacien, le baromètre est au niveau de la chaussée à $27 + 8 + \frac{6}{12}$.

Marbais est l'endroit le plus élevé du Brabant méridional, son niveau pris sur la chaussée de Namur près de la Chapelle, le met à 182 mètres au dessus de *Natten Haesdonck* et à 208 mètres au dessus de la mer; la hauteur moyenne de la colonne barométrique y est de $27+6$: en prenant un terme entre *Marbais* et *Natten Haesdonck*, nous trouverons que la moyenne élévation du baromètre est de $27+9+\frac{6}{12}$ sur la place du marché à *Tervueren*, qui est à peu près le point central de la province telle que nous la supposons dans cet écrit (1). A Louvain, dans la partie moyenne de la ville, le baromètre sera le plus habituellement à $27+10\frac{6}{12}$; à Malines sa hauteur ordinaire sera $27+11\frac{8}{12}$; à Dendermonde $27+11$; à Genappe $27+7\frac{6}{12}$, etc.

On pense bien que tous les baromètres ne répondront pas exactement à ce que je viens de dire; la plupart de ceux du commerce ont le tube trop étroit, le mercure y éprouve trop fortement les effets de l'attraction capillaire, ils sont d'ailleurs réglés sur une sorte d'indicateur peint ou collé d'avance dans le champ des variations de la colonne et sur lequel on applique le tube sans s'arrêter à aucune mesure; aussi n'est-il pas rare de voir les divers baromètres d'un même marchand différer entre eux de trois ou quatre lignes. Cependant avec une mesure exacte et un tube de deux ou trois lignes de diamètre intérieur, il est facile de faire un bon baromètre puisque le niveau de la colonne s'établit de lui-même d'une manière absolue pour chaque localité.

Dans la longue suite d'observations météorologiques dont je

(1) Sur le plateau vis-à-vis le palais du prince héréditaire, à Tervueren, le baromètre est à sa hauteur moyenne à $27+8+\frac{6}{12}$ comme au faubourg d'Ixelles.

me suis occupé, je n'ai pas remarqué la variation périodique à laquelle on prétend que le baromètre est soumis à Bruxelles, et qui consiste en ce qu'il éprouve un mouvement d'élévation entre six et dix heures du matin, et un mouvement de baisse entre deux heures de l'après-midi et six heures du soir : si ces mouvemens ont eu lieu quelquefois, ils ne m'ont paru subordonnés à aucune règle fixe et je présume qu'ils tenaient, comme toute autre marche du baromètre, à des circonstances momentanées qui augmentaient ou diminuaient l'élasticité et la pression de l'air.

Mais j'ai souvent vu que la brume faisait monter le baromètre, et ce phénomène étonne beaucoup les personnes qui ne remarquent pas toutes les circonstances qui l'accompagnent; comme il a été dit plus haut, le brouillard se condense en brume par l'abaissement de la température et par la diminution de l'élasticité de l'air, l'un ou l'autre ou tous les deux ensemble ont communément lieu quand la brume se forme par un vent d'ouest, nord-ouest ou nord-ouest-quart-nord, et alors l'abaissement du baromètre ne manque jamais d'avoir lieu, mais si pendant la brume le vent passe au nord ou entre le nord et l'est, le baromètre commence à monter peu de temps après, parce que l'air sec que ce vent amène se charge d'une partie de la vapeur brumeuse et qu'il rend ainsi à notre atmosphère l'élasticité qu'un excès d'eau lui avait enlevée.

Souvent aussi le baromètre monte au moment que la pluie tombe, et cela arrive lorsque l'atmosphère saturée de vapeurs d'eau par des vents occidentaux, éprouve un refroidissement subit par le passage du vent au nord ou au nord-est. Cette pluie n'infirme pas cependant l'indication du baromètre, elle

ne dure jamais que le temps qu'il faut au vent de nord pour balayer de l'air l'humidité superflue, et d'ordinaire ce changement s'effectue en peu d'heures et certainement du jour au lendemain; l'influence de ce vent se fait alors sentir dans toute sa force, l'air devient sec et le ciel communément serein.

Quelquefois par un temps très-calme et un ciel sans nuages on voit le baromètre descendre en peu d'heures de plusieurs lignes : si l'on fait attention à ce qui se passe alors dans l'air, on remarque que le vent prend ou a pris position entre le sud et l'est, que le thermomètre monte et que l'hygromètre marche vers l'humidité : bientôt des nuages blancs, très-légers, très-élevés couvrent le ciel et présagent une pluie qui manque rarement de tomber dans les vingt-quatre heures malgré que le beau temps paraisse vouloir se soutenir.

En résumant l'ensemble de cette première partie de mon mémoire, je crois pouvoir en conclure qu'une atmosphère froide et humide domine dans le Brabant méridional au moins pendant les deux tiers de l'année, que du tiers restant, la moitié à peu près se passe en temps orageux et variable, et que la seule suite de beaux jours se réduit année commune à deux mois qui, le plus souvent, prennent cours vers le milieu du mois d'août et finissent vers le milieu d'octobre.

Les autorités et les personnes préposées à la conservation de la santé publique peuvent juger par les faits rapportés, combien il est important d'éviter les lieux bas et la direction des vents occidentaux toujours humides et fréquemment orageux, dans la construction des hôpitaux, lieux de refuge, prisons et autres établissemens de ce genre : ils ne doivent jamais

perdre de vue que le renouvellement de l'air par les vents secs et vifs des régions orientales, est le principe essentiel de toute salubrité. les particuliers peuvent se convaincre combien ils s'exposent en préférant dans leur mise les caprices de la mode à des vêtemens capables de les prémunir contre les impressions d'une atmosphère dont la température baisse souvent de plusieurs degrés dans la même journée; des rhumatismes, des rhumes, des catharres qui dégénèrent bientôt en affections chroniques de la poitrine, ne sont que trop souvent les suites d'une fatale imprudence dans la manière de se vêtir.

FIN.

MÉMOIRE

SUR

LA RÉDUCTION DES ALCALIS EN MÉTAL;

PAR J. B. VAN MONS,

LU A LA SÉANCE DU 5 MAI 1823.

MÉMOIRE

SUR

LA RÉDUCTION DES ALCALIS EN MÉTAL.

La première réduction des alcalis a été faite à l'aide de la pile galvanique. Il ne faut pas pour cela un appareil très-fort, pourvu qu'il soit assez large pour développer, en même temps que l'électricité, une certaine quantité de chaleur. On l'a ensuite opérée à l'aide du fer, dont on a fait rougir au blanc de la tournure récente et sur lequel on a fait couler de l'hydrate d'alcali fondu. Le fer décomposait l'eau, et, comme au feu les affinités se renversent, l'hydrogène de ce liquide réduisait l'oxide d'alcali, dont le métal, à la faveur de sa volatilité, s'échappait à l'action que l'oxide de fer n'aurait pas manqué d'exercer sur lui à mesure que la chaleur se serait baissée; ce procédé est difficile à conduire et ne donne pas toujours un grand produit.

On a tenté la même réduction avec les hydrates d'alcali et le charbon; mais le succès n'a pas été plus heureux : l'eau formait avec le carbone de l'acide carbonique, et l'hydrate était

dans la moitié de sa substance converti en sous-carbonate, sur lequel l'hydrogène n'exerce pas d'action, et que le carbone lui-même n'attaque que faiblement; d'ailleurs le dégagement concomitant de l'acide carbonique et du métal, régénérait l'alcali. Mon préparateur, M. Hensmans, en voulant par du charbon dûment proportionné déshydrater de la potasse, a vu le métal venir brûler autour du couvercle, et a trouvé du sous-carbonate dans le creuset.

Nous avons essayé, mais sans plus de succès, l'action de la plombagine calcinée en vase clos, tant sur les hydrates que sur les sous-carbonates d'alcalis. Cette substance présente l'exemple unique de deux combustibles dont l'union diminue la combustibilité.

Lorsque sur le résidu de la décomposition du nitrate de potasse au feu, on dirige un jet d'hydrogène comprimé, une petite partie de l'alcali se réduit et une plus grande se forme en hydrate: l'eau provient de ce que ce résidu est un sous-suroxide, dont l'oxigène forme de l'eau avec l'hydrogène, et aussi de l'oxigène provenant de la portion de l'alcali qui se réduit.

Projette-t-on sur le même résidu, du noir d'huile sortant de calcination, en quantité suffisante pour former de l'oxide de carbone, les 5/6 du résidu se volatilisent, et il reste du sous-carbonate de potasse; j'ai trouvé que lorsqu'on arrête la décomposition du salpêtre à l'époque où l'alcali est encore combiné avec du gaz nitreux ou de l'oxide d'azote, l'effet est encore plus complétement obtenu que lorsqu'on la prolonge jusqu'à sa combinaison avec l'oxigène seul; cette réduction plus facile du résidu de la décomposition du salpêtre par le feu, est due

à ce que l'oxide s'y trouve en partie à l'état libre, et en partie à l'état faiblement engagé.

Cette observation m'a fait imaginer de substituer ce résidu à l'hydrate de potasse pour la préparation du métal de cet alcali. On le mêle au sortir du creuset avec un cinquième de son poids de noir d'huile nouvellement calciné, on introduit ce mélange dans un tube de fer bien décapé, et l'on procède comme à l'ordinaire à la réduction; très-peu d'alcali est régénéré par son contact avec l'oxide de carbone, et, lorsqu'on ménage assez le feu, il reste peu de sous-carbonate comme résidu.

Lorsqu'on procède avec le résidu de la décomposition du nitrate de soude, comme le nombre de cet alcali est plus bas, il faut le quart de son poids de carbone : il en faudrait davantage si la soude comme la potasse avait assez d'énergie, de combinaison pour retenir l'oxigène de l'oxide d'azote, lorsqu'on tente d'en expulser cet oxide. Cependant, la soude, malgré cette moindre énergie, n'est pas plus facile, mais moins facile à réduire que la potasse; ce qui doit dépendre de sa moins grande volatilité.

Doebereiner, dans un article qu'il a adressé à nos *Annales générales*, propose de mêler du sous-carbonate de potasse avec du noir de résine, de pétrir le mélange avec de l'alcohol et d'échauffer jusqu'à ce qu'il ne se dégage plus de vapeur, avant de pousser la chaleur jusqu'à la réduction. *Doebereiner* a très-bien vu que le sous-carbonate est préférable à l'hydrate lorsqu'on ne procède pas avec le fer, à cause de la faible réaction décomposante du carbone sur l'eau, laquelle eau, dans l'hydrate, doit être décomposée avant que l'oxigène de l'alcali

puisse être enlevé; dans le sous-carbonate, le feu dissipe aisément l'eau qui peut être unie à la partie de ce sel, et le sel lui-même laisse échapper son acide carbonique à mesure que sa partie non saturée d'acide est réduite en métal; mais cet acide, pendant son dégagement, régénère beaucoup de métal en oxide, et le produit ne répond pas à beaucoup près aux quantités de matières mises en œuvre; par là même que l'effet est trop successif, il est peu complet.

On a proposé en Angleterre de mêler la potasse avec de la limaille récente de fer et de pousser à un fort feu; mais cette méthode n'a été que peu suivie.

Il conviendrait peut-être d'essayer, dans des appareils convenables, la direction d'un jet de carbone hydrogéné s'échappant du chalumeau de *Brooke*, sur du sous-carbonate rougi au blanc.

FIN.

MÉMOIRE

SUR

QUELQUES ERREURS CONCERNANT LA NATURE DU CHLORE, ET SUR PLUSIEURS NOUVELLES PROPRIÉTÉS DE L'ACIDE MURIATIQUE;

PAR J. B. VAN MONS,

LU A LA SÉANCE DU 3 NOVEMBRE 1823.

MÉMOIRE

SUR

QUELQUES ERREURS CONCERNANT LA NATURE DU CHLORE, ET SUR PLUSIEURS NOUVELLES PROPRIÉTÉS DE L'ACIDE MURIATIQUE.

DEPUIS quelque temps on a opposé à la doctrine du chlore et de l'iode, considérés comme des corps simples, des résultats qui ne peuvent en aucune manière infirmer ce mode de considération; un pareil aveu peut surprendre de la part d'un défenseur de la doctrine opposée; mais en nous attribuant des idées fausses sur la composition de ces deux comburans, on atténue la force de nos argumens et l'on remet à nos adversaires des armes pour nous combattre. Nous disons que le chlore et l'iode sont des acides radicaux surcombinés d'oxigène et maintenus en composition avec l'aide de ce principe; que par le feu seul l'oxigène ne peut être séparé de ces radicaux et qu'ainsi ils ne sauraient être décomposés sans intermède, l'acide auquel l'oxigène est joint n'ayant point d'existence incombinée; mais ils peuvent être changés de composition par la substitution d'autres corps à l'oxigène. On interprète ce change-

ment de composition en disant que les corps qui l'opèrent, contenant de l'oxigène, ce que de ce principe on recueille provient de ces corps et non des comburans. Mais ce n'est pas cette question que nous prétendons entamer; elle nous mènerait trop loin; nous voulons simplement déclarer ne pas admettre la séparabilité, sans substitution, de l'oxigène d'avec les acides radicaux, du chlore et de l'iode, que des expériences récentes, faites par les adversaires du chlore, ont supposée possible.

Les premières de ces expériences ont consisté à faire réagir des muriates faibles et considérés comme exempts d'eau avec du charbon rendu incandescent. On a obtenu de l'acide muriatique et une réduction proportionnée du métal.

Sachant par l'expérience que la braise elle-même, deux fois rougie, lorsque, sortant de l'incandescence blanche, on l'emploie à faire de l'alcohol de soufre on n'est jamais sans obtenir de l'hydrogène sulfuré simple et carburé, j'ai essayé de dépouiller le carbone de cette portion d'hydrogène qu'évidemment le feu ne peut en expulser, en le traitant d'abord avec de l'eau de chlore. J'employai à cette expérience du noir d'huile de térébenthine; je lavai exactement, je séchai et fis rougir; mais pendant plus d'une heure, que dura l'incandescence, il ne discontinua de se dégager de l'acide muriatique, ce qui était d'abord une preuve que de l'hydrogène se joignait au chlore, et démontrait ensuite avec quelle pertinacité l'acide muriatique reste adhérent au carbone. Je retirai du feu et fis digérer le carbone avec de l'eau ammoniacale faible; je lavai jusqu'à ce que l'eau ne précipitait plus le nitrate d'argent, puis je séchai de nouveau et fis rougir intensément dans une cornue : le

quart du carbone fut détruit dans ce traitement, soit par la difficulté d'exclure tout air, soit d'une autre manière. Je fis rougir une troisième fois ce carbone dans un tube de porcelaine, n'en ayant pas à la main qui fût d'un verre assez peu fusible pour soutenir jusqu'au bout la chaleur qu'exigeait l'opération, et je le fis traverser par du mercure doux. On n'a pour cela qu'à le faire tomber dans le tube : il est aussitôt volatilisé. Les produits étaient reçus dans un petit flacon dans lequel se trouvait de la pierre infernale en poudre. La présence du carbone m'a empêché de voir si du mercure doux noir et sans oxigène, que j'avais autrefois obtenu dans une circonstance bien moins propre à le produire que celle-ci, avait été produit; ce que je recueillis fut du sublimé corrosif et du mercure vif, dans lesquels une partie du mercure doux fut résoute, puis de ce dernier mercure; mais presque pas d'acide muriatique. Ce mercure vif a été probablement mis sur le compte de la décomposition du muriate, et attribué à la séparation de l'oxigène du chlore; mais alors l'acide muriatique restait à renseigner. Il ne serait toutefois pas impossible qu'en procédant avec du sublimé corrosif en place du mercure doux, du chlore, sortant de combinaison, se joignît à du carbone, et formât un composé quelconque entre ces deux corps, dont le produit concomitant serait d'abord du mercure doux et ensuite du sublimé corrosif et du mercure vif. Ce doit être le fort feu qui détermine ce partage du mercure doux en place de sa formation en muriate à oxidulo-oxide qui, dans les circonstances ordinaires, est opérée. Le tube de conduite avait été assez long pour que les produits concrets ne pussent arriver jusqu'au flacon et il avait été relevé vers celui-ci. Après l'opération, on fit dissoudre la pierre infernale dans de l'eau

acidulée par un peu d'acide nitrique, mais la solution devint seulement louche, ce qui prouva que bien peu d'acide muriatique avait imbibé le nitrate. J'ai ensuite pensé que la déshydrogénation du carbone aurait tout aussi commodément pu être faite en le triturant et l'échauffant modérément avec le muriate suroxigéné de potasse.

On peut, d'après ce résultat, récuser toute preuve de la séparabilité de l'oxigène d'avec le chlore qu'on voudrait déduire d'expériences analogues.

On a ensuite produit une expérience faite d'acide phosphorique opaque et pulvérulent que fournit la combustion vive du phosphore; mais quand on considère que cette combustion est faite avec une substance qu'on doit conserver sous l'eau, et par de l'air librement circulant, puisque son produit attire l'eau avec non moins d'avidité qu'il l'a retient avec pertinacité, on pouvait facilement prévoir que la réaction de ce produit sur le sel marin en aurait dégagé de l'acide muriatique. Pour avoir de l'acide phosphorique adapté à cette expérience, il faudrait sécher le phosphore dans le vide et le brûler avec de l'oxigène qui a circulé à plusieurs reprises sur du muriate anhydre de chaux : un tel acide ne contiendrait pas d'eau, mais aussi ne dégagerait point d'acide muriatique d'avec le muriate de soude.

Une troisième expérience, mais qui est encore moins décisive, a été faite avec la vapeur concrète de l'acide sulfurique fumant. On avait cru que cette vapeur concrète est de l'acide sans eau, tandis que c'est de cet acide plus de l'acide avec eau, ou plus la moitié de l'eau que contient ce dernier. Pour s'en convaincre on n'a qu'à la saturer par du sous-carbonate calciné

de potasse et sécher le sulfate produit; on obtiendra de l'eau dans le rapport exact qu'il est dit, et si cette vapeur concrète rencontre du gaz ammoniacal, elle s'en sature dans les 3/4 de sa substance et se décompose dans l'autre quart pour former de l'eau avec l'hydrogène d'une quantité correspondante d'ammoniaque, ce qu'elle ne pourrait faire si elle n'était à moitié saturée d'eau, aucun sel ammoniacal ne pouvant exister sans ce liquide ou une surcombinaison d'acide ou de sel. Il faut que dans la moitié de cette vapeur la troisième proportion d'oxigène reste fortement chargée de calorique pour pouvoir former de l'eau avec l'hydrogène de l'ammoniaque, et aussi pour pouvoir oxider, comme elle le fait, l'argent. Le gaz résidu de l'expérience est de l'azote mêlé de gaz acide sulfureux. En séparant ce dernier par du borax, on trouve qu'il est en volume triple de l'azote. Il est curieux de voir la rapidité avec laquelle cette vapeur, étant broyée avec de l'iodate de potasse, convertit l'acide de ce sel en iode, lequel, par la chaleur produite, se volatilise, mais retombe dans le mortier, dont la vapeur ne dépasse pas le bord; ce qui prouve que dans l'iode l'oxigène est beaucoup plus condensé que dans l'acide sulfurique. D'après ce résultat, j'ai broyé de la vapeur en excès avec du muriate concret de chaux anhydre : l'acide s'est, en grande partie, formé en chlore, ici, il ne s'est pas dégagé de l'eau, mais bien dans l'expérience avec le sel d'iode. Cette eau n'a pu provenir que de la vapeur concrète, car l'iodate avait été séché à un fort feu.

Comme expérience accessoire, mais qui ne pouvait rien indiquer pour notre objet, nous avons fait rougir du chlore sur la vapeur concrète : il s'est fait une coloration remarquable en vert doré à la surface de celle-ci; puis une vapeur blanche s'est

répandue dans le flacon qui, peu d'instans après, a fait explosion. Nous n'avions heureusement opéré que sur de petites quantités, peut-être que de l'euchlore ou de l'acide muriatico-sulfurique et de l'oxigène auront été produits et libérés. L'odeur du chlore se faisait distinguer dans le gaz échappé.

Dans la préparation de l'iode, les traces de l'acide sulfureux échappent à la recherche la plus attentive, et j'ai long-temps cru que cet acide se combinait avec de l'acide muriatique radical, mais toutes les tentatives que nous avons faites, pour trouver cette combinaison dans le liquide distillé, ont été sans succès.

Une combinaison entre de l'acide sulfureux et du chlore, pourrait être le produit de la réaction de la vapeur concrète sur le sel marin, sans pour cela fournir de conséquence en faveur de l'isolabilité de l'acide muriatique sans le concours de l'eau.

Nous avons mêlé avec la vapeur concrète, du surhydrosulfure d'ammoniaque, lequel, à défaut d'eau, est surcombiné d'une seconde proportion d'hydrogène sulfuré : il s'est développé beaucoup de chaleur, du soufre s'est séparé, et de l'acide sulfureux, de l'hydrogène sulfuré et de l'ammoniaque ont pu être reconnus dans le produit gazeux. Les 3/4 de l'acide sulfurique étaient convertis en sulfate d'ammoniaque.

Lorsqu'on laisse en contact avec l'air, un mélange de sel marin calciné après avoir été réduit en poudre, et d'alun calciné anhydre, l'acide muriatique se sépare, et il reste du sulfate des deux alcalis. On pourrait croire que l'acide muriatique est ici séparé sans le concours de l'eau; mais, en soumettant

à la distillation le même mélange avant d'avoir été en contact avec l'air, il ne se dégage point d'acide muriatique, et seulement, lorsqu'on fait rougir la matière, l'acide sulfurique du sulfate d'alumine simple est expulsé.

L'acide boracique anhydre et fondu, ne décompose pas le muriate de soude fondu, ce qu'il ne manquerait pas de faire si l'acide muriatique, tel qu'il existe dans ce sel, pouvait se maintenir incombiné, car la propriété de l'acide muriatique de passer à l'état de gaz, en le transportant hors de la sphère d'activité de la soude pendant que l'ordre des attractions est renversé au feu, suffirait pour lui en donner le pouvoir : et lorsqu'on emploie de l'acide boracique simplement fondu, l'eau que cet acide a retenue se dissipe avant que la réaction puisse commencer.

Il ne s'agit pas, dans ces expériences, de pouvoir expulser d'un muriate un peu d'acide muriatique, ni d'obtenir un peu d'acide carbonique lorsqu'on procède avec du carbone, car ces produits dénotent seulement l'existence d'un peu d'hydrogène ou d'un peu d'eau dans le corps décomposant, et depuis longtemps on sait que, dans toute tentative de réduction de la lune cornée ou muriate d'argent anhydre par de la braise récente, plus ou moins de ces deux acides est produit; mais si l'effet avait vraiment lieu, proportions égales de muriate et de corps décomposant devraient pouvoir déterminer une décomposition totale du sel, ce qui n'a encore été obtenu que dans une différence du tout au tout.

Quand on veut se convaincre qu'il existe dans le chlore de l'oxigène et, sinon un acide radical, du moins un comburant

oxidé, on doit tourner ses vues vers les muriates de mercure rouge et noir sans oxigène, vers les fluates à métaux, aisément réductibles, sans le même principe, et qu'on obtient de pareils métaux décomposant des fluates avec oxigène, de métaux difficilement réductibles, et aussi de la réaction de la pile galvanique sur l'acide fluorique : l'acide radical avec l'oxigène de l'eau se rend au pôle positif où celui-ci s'échappe, tandis que l'acide radical se combine avec le métal conducteur; et également, en décomposant les fluates à oxides forts par des métaux réduits faibles; ce qui prouve que les acides radicaux des comburans acidifiables ne sont pas des acides ordinaires, lesquels sont connus pour ne pas se combiner avec des métaux réduits. On doit encore aller à la piste de cet oxigène dans l'acide carbonico-muriatique que le chlore forme avec l'oxide de carbone, dans l'acide muriatico-phosphorique que le même chlore forme avec le phosphore, dans l'acide boracico-fluorique que l'acide fluorique radical forme avec l'acide boracique, dans l'acide muriatico-iodique suroxigéné qui résulte de la saturation de l'iode par le chlore, tous corps qui prennent le même nombre de proportions en comburans qu'ils auraient pris en oxigène, pour s'élever au même degré d'acidité, et l'on conviendra que si les comburans acidifiables ne contiennent point d'oxigène, ils se comportent, dans toutes les circonstances, comme s'ils en contenaient; on doit encore trouver le même d'oxigène dans les sels ammoniacaux de ces doubles acides, lesquels existent sans eau et se proportionnent avec l'ammoniaque comme si les acides que nous y admettons y étaient vraiment existans; dans le surhydro-sulfure d'ammoniaque qui, à défaut d'eau, est surcombiné d'une seconde portion d'hydrogène sulfuré; dans les sels ammoniacaux triples ou doubles, où également ces sels

existent par une surcombinaison d'oxide ou d'autre sel à la place d'eau; de sorte qu'on peut dire que les acides radicaux des comburans acidifiables peuvent en place d'oxigène prendre tous les autres corps hors l'hydrogène; lequel les ferait sortir de la classe des comburans acidifiables pour les transférer dans celle des combustibles acidifiables.

On doit encore les étudier dans les muriates anhydres saturés de gaz ammoniacal, lesquels ne sont si peu décomposables que parce que le muriate d'ammoniaque y existe avec un oxide en place d'eau, et qu'ainsi la combinaison est faite en vertu d'un déplacement plus considérable de calorique.

Quelques chimistes considèrent l'acide muriatique comme de cet acide plus de l'eau, et le chlore comme de ce même acide plus de l'oxigène, et le comparent, dans sa combinaison avec l'eau, aux acides sulfurique, nitrique, oxalique, acétique, qui également n'ont pas d'existence indépendante de ce liquide, et qui peuvent à sa place prendre des oxides, de l'alcohol, des sels de leur acide par des acides radicaux de comburans, car on ne connaît des combinaisons de ces acides radicaux qu'avec des acides de combustibles dont l'existence est indépendante de l'eau, et c'est probablement parce que deux acides, dont l'un est anhydre et l'autre radical, ne peuvent mutuellement se maintenir en existence, ce qui serait une fixation double par un moyen simple; et sans doute aussi parce que ces acides sont formés d'un nombre impair de proportions d'oxigène; c'est pour cela que le chlore et l'iode ne se combinent pas en proportion égale avec les acides sulfureux et hyponitrique, ou avec l'oxide de carbone, ce qui donnerait les trois acides de cette catégorie en conjonction avec de l'acide muriatique ra-

dical, mais les acides radicaux des comburans sortent entièrement de comparaison par l'impossibilité de les décomposer en les dépouillant d'eau; c'est pourquoi nous considérons ces acides comme radicaux et comme s'acidifiant par de l'hydrogène qui s'unit à leur oxigène, et de la même manière que les combustibles acidifiables s'acidifient par l'oxigène qui s'unit à leur hydrogène, et dont les acides ne peuvent pas davantage être décomposés en les dépouillant de l'eau que cette union produit.

On a dans ces derniers temps obtenu un composé de chlore et de carbone qui est dans le rapport de l'acide oxalique, mais dans lequel trois proportions au lieu d'une d'acide muriatique radical sont unies à une proportion de cet acide, et ainsi ne forme point de l'acide oxalico-muriatique.

Le chlore, en présence du soleil et en contact avec l'eau, se dépouille de la moitié de son oxigène et devient de l'acide chloro-muriatique. Distille-t-on cet acide, il se résout, à force de feu, en ses constituans, qui sont le chlore et l'acide muriatique. Si l'hydrogène de l'eau opérait la sous-acidification du chlore l'effet serait entier. Il est, selon nous, produit par le chlore qui, en échange de la moitié de son oxigène, prend de l'eau, et dont l'autre moitié du même principe n'est pas assez pourvu de calorique pour se constituer en gaz; l'acide iodique, par son contact à la fois avec l'air et l'eau, se surcharge d'oxigène et devient également de l'acide iodoïodique. L'acide muriatique fumant brun lequel, comme l'acide sulfurique fumant brun et l'acide nitrique rutilant rouge, dont la fumaison et la coloration sont dues à du gaz muriatique incomplétement saturé d'eau, s'approprie de même l'oxigène de l'air, et devient en partie de l'acide chloro-muriatique décomposable, par l'échauffement, en

chlore et en acide muriatique sans couleur; et non-seulement cet acide coloré en brun, mais celui coloré en jaune-verdâtre et fumant, éprouve à la distillation le même partage en chlore et en acide sans couleur. J'ai essayé d'enlever à l'acide chloro-muriatique son chlore à l'aide du soufre, espérant former du chloro-soufre, mais je n'ai pas réussi; cependant, en y dégageant de l'hydrogène sulfuré j'ai détruit sa couleur, mais j'ai plutôt augmenté que diminué sa fumaison. On a attribué la couleur brune des deux premiers acides à du carbone, et celle rouge-brunâtre du troisième à du gaz nitreux : elles sont toutes trois dues à de l'acide à moitié saturé d'eau qui se dissout dans de l'acide complétement saturé de ce liquide; aussi, en vaporisant par la chaleur l'acide sous-saturé qui les colore, obtient-on incolores les deux premiers; mais le dernier ne se prête pas à ce mode de décoloration.

Que le chlore colorant l'acide muriatique s'y trouve en combinaison chimique, cela résulte de ce que l'or n'y est pas soluble; mais le sulfure de zinc, qu'on y dissout, laisse un excédent de soufre à cause qu'une partie du métal est oxidée par le chlore. Cet acide coloré ne peut toutefois être obtenu en dégageant du chlore dans l'acide muriatique fumant incolore, ce qui est une autre preuve de l'existence de l'acide chloro-muriatique en vertu d'oxigène qui a déplacé la moitié de l'eau du gaz muriatique.

En saturant d'oxide de zinc de l'eau de chlore sous-oxigénée au soleil, on doit évaporer jusqu'à siccité, et ensuite échauffer au sous-rouge pour en extraire le restant de l'oxigène; mais si la saturation est faite par de la potasse, il suffit, pour cette extraction, d'exposer de nouveau aux rayons du soleil. Les sels

d'iode sont des réactifs pour cette eau sous-oxigénée qu'ils rougissent après une courte exposition au soleil; l'oxigène enlevé est toujours dans un rapport constant, ce qui prouve que ce n'est point un mélange de chlore et d'acide muriatique qui reste, mais, comme nous l'avons déjà dit, une combinaison entre les deux ou du chlore à moitié saturé d'hydrogène et possédant ainsi autant d'oxigène libre que d'oxigène sous forme d'eau; d'ailleurs, en continuant de saturer l'eau avec du chlore à mesure que la sous-oxigénisation a lieu, on peut faire que l'eau contienne incomparablement plus de chlore qu'elle ne pourrait en prendre si elle était libre. L'eau de chlore qui a servi au blanchiment artificiel est dans le même état de sous-oxigénisation, d'où suit que la moitié de l'oxigène ne remplit point son objet. J'ai essayé par l'addition du muriate suroxigéné de potasse de saturer le chlore d'assez de calorique pour la désoxigéner au complet en le formant en chlore, mais il est resté après l'opération le même chlore sous-oxigéné qu'avant, et le muriate s'est trouvé contenir le même acide; mais en continuant le blanchiment en présence du soleil ou par un échauffement un peu fort, le chlore se dépouille de tout son oxigène et se transforme en acide muriatique.

Il paraît que c'est une loi générale que les corps surcombinés d'oxigènes lâchent, par les moyens ordinaires, seulement la moitié de ce principe; chlore et iode, muriate oxigéné de potasse et de soude, suroxides de métaux, etc. Cette analogie de propriété laisse conclure à une analogie de composition dans les corps qui la manifestent.

On a rapporté comme preuve de la réduction des oxides métalliques par l'hydrogène de l'acide muriatique, et de la com-

binaison du métal réduit avec le chlore, que l'ammoniaque, qu'on prétend ne pas être réductible, n'éprouve pas le même effet, puisque dans sa combinaison avec l'acide muriatique il ne se sépare pas d'eau; mais il n'y a là rien qui soit différent des autres acides, car de tous les sels ammoniacaux aucun n'existe sans eau ou sans un représentant de ce liquide, et l'on peut dire que l'eau est aussi essentielle à leur composition qu'il l'est à celle des acides qui ont un nombre impair de proportions d'oxigène ; et il n'y a pas de doute que, semblable à ces corps, le chlore, s'il pouvait être dépouillé d'oxigène, et l'acide muriatique, s'il pouvait être dépouillé d'eau, ne fussent résous en ces contituans immédiats de leur acide; et comme les sels ammoniacaux des acides à comburans se forment sans que de l'eau étrangère leur soit ajoutée, on peut en inférer que ces acides sont eux-mêmes pourvus d'eau.

On peut encore rapporter, comme défavorable aux nouvelles vues, que les métaux qui dégagent de l'hydrogène d'avec l'acide muriatique dilué, en dégagent d'avec l'acide sulfurique dilué, et que lorsque les métaux sont trop faibles pour opérer par eux-mêmes la décomposition de l'eau, ils l'opèrent sous l'influence de l'un comme de l'autre acide, lorsque leur combinaison avec du soufre introduit une nouvelle affinité.

D'après ces mêmes nouvelles vues on se trouve dans l'alternative, ou de devoir dire que des corps réduits sont solubles dans l'eau, et alors qu'en mêlant de l'acide muriatique ou iodique avec de la potasse liquide, l'acide commence par expulser l'acide carbonique et ensuite réduit l'alcali au milieu de l'eau, ou que les comburans acidifiables ont deux genres d'engagement avec les métaux, l'un à l'état de comburant avec les mé-

taux réduits, et l'autre à l'état d'acide avec les oxides des métaux, et alors aussi, en dissolvant le soufre, auquel on a comparé les comburans acidifiables, dans un alcali, celui-ci devrait se désoxider et former du sulfure réduit, l'oxigène, à défaut de pouvoir se surcombiner, devant s'unir à une portion de soufre; ce qui, comme on sait, est loin d'avoir lieu.

Quand un sel ammoniacal avec acide de comburant s'unit à un oxide de métal à la place d'eau, et que le précipité qui est produit ne montre au tact rien qui soit salin, mais tout ce qui est poudreux et décèle l'oxide d'un métal, on n'en conçoit pas moins que le composé est du chlorure de métal auquel de l'ammoniaque est surcombiné. Le précipité blanc ammoniacal est un pareil composé. Cette combinaison se fait-elle entre un sel ammoniacal pareil et un autre sel ammoniacal avec acide de combustible? on ne peut plus concevoir que le comburant réduit le métal et se combine à la place de l'oxigène, l'acide de combustible se combinant avec l'ammoniaque, le second sel est-il à autre base et avec acide de comburant? alors l'union supposée du chlore avec le métal réduit, peut se faire, mais l'oxigène devient sans engagement. On doit annoter qu'ici l'union se fait entre deux sels anhydres ou ce que les nouvelles vues nomment chlorures. Il semble que dans la théorie du chlore on serait plus conséquent si l'on admettait la réduction de l'ammoniaque et la surcombinaison de l'eau qui forme son oxigène avec l'hydrogène de l'acide muriatique au chlorure produit, car on ne peut nier qu'un sel ammoniacal avec acide de comburant, qui est surcombiné d'un sel quelconque à la place d'eau, s'isole lorsqu'à ce sel on substitue de l'eau, et que sans ce liquide les sels ammoniacaux avec acides de comburans ne peuvent pas plus subsister en composition simple que

les mêmes sels avec acides de combustibles. C'est une inconséquence dont on ne peut se sauver qu'en admettant la formation du chlorure d'*ammoniacum* et l'hydratation de ce composé par l'eau produite. Le sel d'Alembroth est dans le cas des derniers sels. Lorsqu'on fait ce composé par régénération ou en saturant le précipité blanc ammoniacal avec de l'acide muriatique, si cet acide est à l'état de gaz sa combinaison met en liberté de l'eau : en supposant, comme on le fait, que le chlorure de mercure soit d'avance formé, cette eau ne peut avoir d'autre origine que l'oxigène de l'ammoniaque et l'hydrogène de l'acide muriatique ou, selon nous, le même hydrogène et l'oxigène du chlore, l'acide muriatique radical s'engageant à sec, ce qui est dit des muriates est applicable aux iodates et fluates de la même catégorie.

Dans la combinaison du chlore avec l'oxide de carbone on a un gaz très-acide; dans celle du même comburant avec l'iode, dans le rapport pour faire l'acide iodique suroxigéné, on a un liquide encore bien plus acide; dans le premier composé, on doit dire que le chlore est uni au charbon réduit et que l'oxigène est surcombiné, ce qui formerait du deuto-chlorure de carbone deutoxidé; ou bien, que le chlore est combiné avec la moitié du carbone formant du quadro-chlorure, et l'oxigène avec l'autre moitié, formant de l'acide carbonique, et que le produit consiste en un engagement entre les deux. Dans le second composé deux comburans, réputés combustibles, s'unissent dans le rapport pour former l'acide iodique suroxigéné, forment un acide très-fort, et néanmoins leur contenu en oxigène, qui est l'acidifiant par préférence si pas par exclusion, est ouvertement contesté.

Avec le phosphore, dans le même rapport que s'il contenait de l'oxigène, il forme également un acide. Il n'en forme point avec le carbone ni avec l'azote, dont l'un est infusible et l'autre incondensable, et qui, à cet effet, exigeraient, l'un quatre et l'autre cinq proportions de sa substance. On a pensé que le chlore et l'iode s'unissaient par trois proportions à une proportion d'azote, mais, ayant examiné de plus près ces combinaisons dont nous avons découvert la première, nous avons trouvé que par l'eau et la chaleur, celle-ci est résoute en acide muriatique et en azote, et, par une forte lessive de potasse caustique ou par de l'ammoniaque liquide concentrée, en azote et en muriate de ces alcalis, et que la dernière est, en outre, par l'eau de chlore, régénérée en iode et décomposée en azote, le chlore devenant de l'acide muriatique, ce qui évidemment dénote un contenu en chlore ou iode, en azote et en hydrogène, lesquels, pendant la détonnation, se résolvent en azote et en acide muriatique ou iodique. Pour expliquer, d'après la théorie du chlore, la décomposition de ces corps par les alcalis, on doit admettre que l'oxigène de trois proportions d'eau se joint aux trois proportions d'hydrogène de l'ammoniaque et que l'oxigène d'une quatrième proportion d'eau déshydrogène l'acide muriatique, et que son hydrogène désoxigène l'alcali, tandis que, d'après la théorie ancienne, l'oxigène du comburant forme de l'eau avec l'hydrogène de l'ammoniaque, et que leur acide radical se combine avec l'alcali. La théorie du chlore, par les détours qu'elle est obligée de suivre dans ses interprétations, ne saurait être mieux comparée qu'à celle du double fluide électrique, qu'on appelle théorie ou système de Symmer. Les composés susdits sont assimilables à ceux que les hydrogènes sulfuré et sélénuré produisent dans les dissolutions des métaux ordinaires, l'acide

oxalique dans celles des métaux faibles, l'ammoniaque dans les dernières dissolutions, et ainsi de suite.

L'acide fluorique, qui est également un acide de comburant, mais qui, dans aucun cas, ne se combine avec l'oxigène ou se déshydrogène en fluore, doit néanmoins, pour être conséquent avec les nouvelles vues, désoxider par son hydrogène l'oxide du métal auquel il s'unit et sous-acidifier l'acide boracique auquel il se combine, ou faire opérer cette sous-acidification par le métal d'avec lequel il est séparé. Dans l'expérience où par du chlore on décompose du fluate d'argent, le chlore lâche prise à son oxigène et son acide radical se combine avec l'oxide d'argent, et l'acide fluorique, sans oxigène et sans eau, s'engage avec la silice et l'alcali du verre, lorsque l'opération est faite dans du verre, et avec le plomb réduit, lorsqu'elle est faite dans du plomb. Cette dernière combinaison, comme nous l'avons déjà dit, est très-aisément contractée par l'acide fluorique radical. Elle ne cadre d'aucune manière avec la théorie du chlore, mais détruit cette théorie en offrant l'exemple de la séparation de l'eau d'avec un acide de comburant sans que ce liquide soit remplacé par un corps contenant de l'oxigène. Cet acide, qu'on ferait volontiers passer pour un acide de combustible si l'infériorité de son nombre, qui ne surpasse pas 11, 5, et sa mesure, qui n'est que la moitié de celle du chlore et de la vapeur d'iode, ne s'y opposaient pas, cet acide, dis-je, par les combinaisons qu'il contracte avec les métaux réduits, sera toujours une pierre d'achoppement pour la démonstration des nouveaux principes. Toutefois, le chlore, pas encore l'iode à cause de la plus grande affinité de son acide radical avec l'oxigène, contracte les mêmes engagemens avec le mercure et l'antimoine, ce qui dévoile dans ces acides une qualité com-

burante qui ne peut dépendre que de l'oxigène. Cet acide radical avec son volume d'oxigène forme quatre volumes qui sont précisément l'expansion proportionnelle du chlore et de la vapeur d'iode et la moitié de celle de l'acide fluorique mesurée d'après la combinaison de cet acide, à l'état radical, avec la silice, qu'il dissout sans se dilater, et de la saturation de cette combinaison par le gaz ammoniacal, laquelle saturation a, en même temps, fait voir que la silice ne possède point, ou du moins n'exerce point sur l'ammoniaque, les qualités acides qu'on lui a attribuées et qu'on a déduites de la circonstance que cette terre n'éteint point l'acidité de l'acide fluorique.

Le muriate calciné de chaux qu'on sature de gaz ammoniacal devient du muriate sec de cet alcali surcombiné de sous-muriate de chaux. Le muriate primitif était du chlorure, l'ammoniaque qu'on ajoute ne contient pas d'oxigène, et cependant de la chaux à l'état d'oxide devient en excès; on peut demander où le *calcium*, uni au chlore, a pris, pour s'en séparer, de l'oxigène; quand on échauffe un peu fortement ce sel, le gaz ammoniacal s'en dégage et le muriate redevient neutre; ce qu'il doit à sa volatilité, car son attraction pour l'acide muriatique surpasse celle de la chaux.

Les muriates secs de métaux qu'on nomme beurres, étant traités avec du sous-carbonate d'ammoniaque vrai, en chassent l'acide carbonique et forment du muriate d'ammoniaque surcombiné de l'oxide du métal. Cette surcombinaison, déjà rendue évidente par l'impulsion de l'acide carbonique, est encore démontrée par l'aspect pulvérulent, calciforme, du produit. D'où, peut-on de nouveau demander, provient ici l'oxigène de cet oxide, si le chlore et l'ammoniaque n'en contiennent pas? Quand

on tente de réduire cet oxide avec du charbon libre d'hydrogène, on n'y parvient pas, sa présence étant indispensable au maintien en composition du muriate d'ammoniaque; seulement lorsque l'oxide est un peu fort, l'ammoniaque se dégage par l'effet du feu et le muriate du métal est volatilisé à mesure qu'il se régénère.

Réagit-on sur ces composés, rendus successivement plus chauds, par un filet d'hydrogène exprimé d'une vessie, le dégagement de l'ammoniaque a également lieu, mais elle est en partie décomposée et en partie formée en muriate par l'eau que l'hydrogène du métal, lequel se réduit, ou, si l'on veut, par le chlore que le même hydrogène compose en acide muriatique.

Lorsqu'à du composé de Thomson on ajoute du sous-carbonate vrai d'ammoniaque, de l'acide carbonique se dégage et l'oxide de soufre reste surcombiné au muriate sec d'ammoniaque formant une matière blanchâtre. Continue-t-on d'ajouter du sous-carbonate en l'incorporant par le broiement, il cesse de se dégager de l'acide carbonique, mais, à sa place, du gaz acide sulfureux se gazifie, et le produit est nuancé de jaune par du soufre. Cet effet prouve que le muriate anhydre d'ammoniaque se contente de sa surcombinaison par de l'oxide de soufre à la place d'eau.

J'ai déjà deux fois spécifié que le sous-carbonate doit être *vrai*, c'est-à-dire, ne pas être du sous-carbonato-carbonate, ainsi que ce sel l'est presque toujours, à cause qu'alors il contient nécessairement de l'eau, le carbonate neutre étant surcombiné par une proportion d'eau et une proportion de sous-carbonate à la place d'une seconde proportion de ce liquide, tandis que le sous-carbonate vrai est anhydre. Avec le sur-hydrosulfure

d'ammoniaque anhydre, le composé de Thomson est désoxidé dans son soufre, et du muriate d'ammoniaque est produit : il se dégage de l'hydrogène sulfuré, mais il ne se forme pas de soufre hydrogéné, ainsi qu'on s'y serait attendu.

On aurait de la peine à attribuer l'oxigène du gaz sulfureux qui, dans la première expérience, se dégage, à autre chose qu'au métal de l'ammoniaque qui s'en dessaisit pour se combiner avec le chlore, si l'on ne voulait pas admettre qu'il soit contenu dans ce dernier.

On obtient aisément le composé de Thomson en répandant du soufre concassé dans un tube de verre incliné dans le sens d'une bouteille qui est attachée à son bout, et en faisant passer dessus du chlore actuellement dégagé à sec; le soufre se fond à vue d'œil, et le composé liquide et d'un brun pourpre, coule par filet dans la bouteille. Je rapporte ce procédé parce que dans les livres récens de chimie il est encore dit que la combinaison du chlore avec le soufre se fait avec beaucoup de lenteur.

Le composé de Thomson est un excellent réactif de l'eau, qu'il enlève avec zizement et effervescence jusqu'aux huiles les moins organisées et à l'éther absolu. Il n'y a que les huiles de térébenthine et de citron qui ne la résolvent pas en acide muriatique, mais il s'y unissent en camphre artificiel : l'acide sulfureux se dégage et le soufre se cristallise.

On remarque au soufre une singulière propension à se convertir en liquide dans ses combinaisons les plus opposées, et telles qu'avec le chlore, qui est un comburant, et avec le carbone, qui est un combustible; cette dernière combinaison,

qui constitue l'alcohol de Lampadius, se combine avec l'ammoniaque gazeuse dans des proportions telles qu'après que l'eau a acidifié le carbone et hydrogéné le soufre, il en résulte du sur-hydrosulfure et du sous-carbonate, comme si le composé primaire prévoyait le cas où les deux composés consécutifs auraient dû former des sels ammoniacaux sans eau : il se condense seize volumes d'ammoniaque pour les dix volumes de vapeur de carbone et de soufre dont l'alcohol de Lampadius est composé. Il n'y a toutefois ici de l'ammoniaque que pour saturer primitivement le soufre en sulfure simple, ou seize volumes pour huit. Dans cet alcohol sont combinés deux combustibles acidifiables; dans le cyanogène, dans le soufre phosphoré, dans le soufre séléné, etc., deux pareils combustibles se trouvent en combinaison sans que le moindre caractère d'acidité se développe : cependant, comme nous l'avons déjà vu, l'iode et le chlore, que l'on comprend parmi les combustibles, étant unis dans le rapport de l'acide iodique suroxigéné, sont d'une acidité insupportable et incomparablement plus forte que celle de ce dernier acide seul. Si l'on ne jugeait que d'après l'engagement du chlore et de l'iode entre eux ou avec des combustibles acidifiables, on penserait qu'il suffit que leur oxigène soit employé à une combinaison qui, en qualité d'oxide, ne sature pas leur acide radical, pour que leur acidité se développe, mais l'on voit l'acide fluorique radical, qui n'a point d'oxigène, non-seulement se développer en acide très-fort par l'acide si faible du borax, mais encore avec la silice qui ne le sature également pas. L'acide radical du chlore, étant uni à l'acide, également si faible, du carbone donne néanmoins l'existence à un acide très-fort, et ces unions saturent l'ammoniaque et autres oxides dans le rapport exact de l'acidité que nous leur attribuons. La

théorie du chlore n'a aucunes données, et pas même d'analogie, pour rendre raison de ces faits.

L'indécomposabilité par l'eau du supposé acide oxalico-muriatique, laquelle, d'après l'attraction de ses acides composans pour ce liquide, devrait se faire avec activité, nous a fait entreprendre un examen plus particulier de ce composé. Nous l'avons, en conséquence, préparé suivant la formule de son inventeur et nous l'avons décomposé par de la teinture de potasse caustique; nous nous attendions à une précipitation d'oxalate et en même temps de muriate, mais nous eûmes du sous-carbonate et de ce dernier, puis du gaz, qui ne pouvait être de l'acide carbonique, mais que, dans une répétition de l'expérience, nous avons reconnu pour du carbone hydrogéné. Je suppose toutefois que la réaction de l'alcali a déterminé la formation de l'acide oxalique en acide carbonique. Le composé contenait donc encore de l'hydrogène resté en possession commune entre le carbone et le chlore.

Les deux autres composés du chlore avec le carbone, dont l'un est un sel ayant pour base un oxide sans existence incombinée et qui en se décombinant ne saurait se résoudre en ses élémens, et l'autre, un semblable corps dont l'oxide est isolable, mais qui forme un muriate existant en vertu d'une énergie très-forte, peuvent bien avoir la composition qu'on leur attribue, quoique cela ne soit pas certain à en juger d'après leur forme, qui les rapproche de l'éther muriatique pesant, et d'après la facilité avec laquelle la moitié du chlore se sépare de la dernière pour la convertir en la première. Une combinaison entre le carbone et le chlore dans le rapport de l'acide carbonique serait dans un proportionnement trop haut pour pouvoir tenir.

Lorsqu'avec du muriate d'un métal faible on mêle de l'oxide de zinc en tel rapport que la moitié du sel soit seulement décomposée, on obtient, dans la plupart des cas, un sous-muriate et du muriate de zinc. On dit que ce composé est du chlorure uni à de l'oxide et non du sous-sel : cette décomposition a lieu indépendamment de l'eau, car elle peut être obtenue de la liqueur de Libavius mêlée avec des fleurs de zinc. Dans l'hypothèse du chlore on doit dire que le zinc échange son oxigène contre le chlore de la moitié de l'étain. Ce n'est pas l'interprétation qui choque, mais l'idée d'un corps exempt d'oxigène qui est surcombiné d'un oxide.

Dans la combinaison camphoriforme de l'acide muriatique radical avec les huiles désorganisées et ainsi exemptes d'oxigène, de térébenthine et de citron, il n'y a point de ce principe pour enlever l'hydrogène à l'acide muriatique, à moins de dire que cet hydrogène se combine avec l'huile et que le chlore se joint à cette combinaison, mais alors il faudrait retrouver, et ce chlore et cet hydrogène; cependant ni l'un ni l'autre n'est contenu dans la combinaison.

L'éther muriatique gazeux forme un engagement entre de l'éther ordinaire et de l'acide muriatique radical; dans la théorie du chlore on doit dire que l'oxigène de l'eau de l'éther enlève l'hydrogène à l'acide muriatique, que l'hydrogène de cette eau se joint au carbone hydrogéné et que le chlore s'associe à cette combinaison : ou bien, que l'acide muriatique déplace l'eau de l'éther d'avec le carbone hydrogéné et s'unit à ce dernier; mais ces explications sont gênées, et il est beaucoup plus simple de dire que l'acide muriatique dépose son eau pour se combiner avec l'éther, lequel ne peut subsister sans ce liquide.

D'après ce qui précède, le chlore n'est pas de l'acide muriatique ordinaire et de l'oxigène, ni le gaz muriatique du pareil acide et de l'eau, mais l'un et l'autre un acide radical avec de l'oxigène ou de l'eau; et la nature de ces corps, lorsqu'on la juge sans prévention, ne saurait plus être un sujet de dispute.

FIN.

TROISIÈME MÉMOIRE

SUR

LA LÉGISLATION

DES

GAULES,

PAR M. JEAN-JOSEPH RAEPSAET,

MEMBRE DE CETTE ACADÉMIE ET DE L'INSTITUT ROYAL DES PAYS-BAS;

LU A LA SÉANCE DU 2 FÉVRIER 1824.

TROISIÈME MÉMOIRE

SUR

LA LÉGISLATION

DES

GAULES.

Des *lex Mundana, lex Salica et lex Ripuaria.*

1. La *lex Mundana* comprenait, sous une dénomination générique, toutes les lois nationales, excepté la *lex Ecclesiastica;* elle comprenait donc les lois des *Francs saliens,* des *Francs ripuaires,* des *Alamans,* des *Bavarois,* des *Lombards,* des *Romains,* des *Saxons,* des *Visigoths,* etc., etc.

Toutes ces nations germaniques conservèrent chacune la *loi,* après leur établissement dans les Gaules, en Italie et dans les Espagnes; mais cela n'empêchait point que tout individu n'eût encore, comme auparavant, la faculté de renoncer à sa loi pour en choisir une autre que celle sous laquelle il était né, ou celle du pays de son domicile.

De toutes ces lois nationales, il n'y a que la Salique et la Ripuaire qui feront le sujet du présent mémoire, parce que ce sont les seules qui aient exercé leur empire dans les Pays-Bas et dans les Gaules en deçà de la Loire; au delà régnaient les Visigoths.

Je traiterai de la loi *Romaine* dans un mémoire subséquent, puisqu'étant reconnue et proclamée par Charles-le-Chauve *mater omnium legum humanarum*, elle tient plus à l'espèce des lois générales, qu'à celle des lois *nationales* proprement dites.

2. Je ne m'occuperai pas non plus ici des lois des *Alamans*, des *Bavarois*, des *Saxons* et *Grisons*, qui dominaient au delà du Rhin, parce qu'elles n'appartiennent ni à la Belgique, ni aux Gaules; cependant, la connaissance de ces lois est indispensable à l'étude des lois des Saliens et des Ripuaires, puisque le fond en est le même. Les différences que l'on rencontre entre elles, résultent moins d'une contrariété ou d'une disparité de l'une à l'autre, que de l'étendue ou de la précision que les rédacteurs respectifs ont apportée à leur travail; de sorte que, lorsque telle loi sanctionne un usage particulier, sur lequel les autres sont muettes, il n'est pas permis de conclure de ce silence que cet usage n'existait point chez ces autres nations; car les uns sont entrés dans un plus grand détail, et se sont livrés à un travail plus minutieux que les autres.

On rencontre même ces différences dans nos coutumes de Flandre, quoiqu'elles s'accordent toutes sur le fond; elles n'ont point été rédigées toutes par le même rédacteur; leur rédaction respective se ressent donc nécessairement de l'habileté et du style du rédacteur : c'est dans celles de la West-Flandre que ces différences se font le plus remarquer. Au lieu de poser des

principes généraux, féconds en conséquence, leurs rédacteurs se sont attachés à des cas particuliers et à des dispositions de détail qui, pour ne pas se trouver textuellement énoncés dans les autres coutumes, n'en sont pas moins en usage sous leur ressort, aussi bien que sous celui de la coutume qui les a spécialement signalés.

Cette disparité, d'ailleurs, ne doit pas étonner et n'inquiète point non plus les antiquaires-jurisconsultes ; car ils savent bien que tous nos us et coutumes ne sont pas compris dans les codes de nos coutumes homologuées; il y a une infinité d'usages généraux, qui n'y sont pas compris, et dont les uns ne sont indiqués que dans quelques coutumes, et les autres ne le sont dans aucune, ils ne sont connus que par la notoriété; ce sont ceux qui sont désignés dans les actes flamands sous les noms de *oude erkomen* et *oude gebruycken*, et dans les actes français sous le nom de *us;* en général, toutes nos coutumes sont tellement conformes entre elles sur le fond, que les actes d'homologation, dans le silence de l'une ou de l'autre, renvoient à la coutume générale, *de deurgaende costume.* J'ai donné un développement convenable à ce point d'antiquité dans mon *Analyse de l'histoire des droits civils, politiques et religieux des Gaules, liv.* 3, *chap.* 6 (1), et dans mon premier *mémoire sur la législation des Gaules*, inséré dans le *tom. I, fol.* 379 *des nouveaux Mémoires de l'Académie de Bruxelles, en* 1820.

---

(1) Cet ouvrage est imprimé à Gand, chez A. J. Vander Schelden, 1824.

3. Je ne traiterai pas ici de l'origine et de la compilation de la *loi Salique*, pour ne pas avoir à répéter ce que j'en ai dit dans mon *Analyse*, *liv.* 3, *chap.* 2, où je me suis permis d'émettre une opinion neuve sur le but de cette loi.

Il m'importe plus, pour le moment, de me restreindre dans le présent mémoire au simple examen de savoir, « si la loi Sa-
» lique a continué d'avoir force de loi, et jusqu'à quand, dans
» les Pays-Bas et les Gaules, entre ceux qui l'avaient adoptée,
» après même que les Francs et les autres nations germaniques
» furent établis dans les Gaules? »

Nul doute que la loi Salique n'ait eu force de loi dans la Belgique sous les Carlovingiens, et, par conséquent, jusqu'à la fin du IX^e^ siècle; car les Francs n'eurent pas d'autre loi nationale, et la Belgique faisait partie intégrante de l'empire des Francs.

Le soi-disant *régne féodal*, auquel la chute des Carlovingiens donna naissance, n'a commencé que vers le X^e^ siècle.

4. Ce règne féodal, bien loin d'avoir aboli la législation *civile* qui existait, n'eut rien de commun et ne se trouva pas même en contact avec elle; or la loi Salique était une loi *civile*; elle ne fut donc pas abolie.

Les instituts féodaux ne se portèrent que sur l'abaissement du pouvoir féodal et sur l'usurpation des domaines de la couronne, que les révolutionnaires possédaient à titre révocable de *bénéfices*, mais qu'ils s'approprièrent à la charge de les tenir du roi par hommage et relief. C'est à ces possessions ainsi usurpées que, non pas la loi, mais l'usage seul, *vulgò*, a donné le nom de *fief*, comme je le démontre dans mon *Ana-*

lyse, *liv.* 3, *chap.* 16, et *liv.* 4, *chap.* 1. Ainsi, tout ce que cette révolution a opéré et tout ce que ces grands révolutionnaires en ont voulu obtenir, s'est borné à s'approprier irrévocablement et héréditairement ces *bénéfices* qu'ils tenaient auparavant révocablement, et pareillement à foi et hommage; il n'a donc pas fallu, pour atteindre ce but, ni une nouvelle législation civile, ni l'abolition de l'ancienne.

Si, dans ce nouvel état de choses, la justice s'administrait par ces grands vassaux, au lieu de l'être encore par le roi, elle n'en continua pas moins d'être toujours encore rendue suivant les anciennes lois, alors même que les codes de ces lois furent perdus, parce qu'on continua de suivre ces mêmes lois à titre *d'usages;* de sorte, comme le remarque Montesquieu, qu'on suivait encore toujours la loi sans la connaître.

Ainsi, au milieu des événemens de ces trois siècles, quelle ouverture peut-on y trouver à une nouvelle législation civile?

5. Comment se peut-il, d'ailleurs, qu'on ait voulu faire croire que la féodalité a établi une nouvelle législation sur les ruines de la législation précédente? l'organisation de la féodalité forme-t-elle donc une législation? Non, certes; la féodalité n'est autre chose qu'une institution *conventionnelle* entre le seigneur et le vassal, qui, loin d'avoir la *généralité* et l'*uniformité* pour caractère, est au contraire, susceptible de toutes les conditions contractuelles, qui ne répugnent point aux bonnes mœurs, à la religion ou aux lois.

La féodalité ne forme pas plus une législation que n'en forme une emphytéose; l'une et l'autre, au lieu de former une législation, sont soumises aux lois générales des contrats.

Nos lois et nos coutumes n'en ont pas fait aussi une législation; car elles abandonnent le régime des fiefs respectifs aux coutumes de *chaque* cour féodale, d'où ils relèvent; il y aurait donc autant de législations différentes qu'il y a de cours féodales, et ce serait un système de législation bien étrange, que celui dont les lois ne seraient pas les mêmes pour tous et partout, et que les parties pourraient changer à toute heure suivant leur caprice ou leur convenance.

Je n'ignore point que la jurisprudence féodale présente quelques règles générales que l'on suit dans le silence des actes d'investiture; mais tous les contrats ne présentent-ils pas aussi de pareilles règles, sans constituer cependant la *législation* du royaume et sans empêcher les parties d'y déroger? Ces règles générales, quant aux fiefs, sont encore les mêmes qu'on suivit avant la naissance de la féodalité pour les *bénéfices;* toute concession de fonds *en bénéfice* se réglait suivant les règles générales du contrat de *concession de fonds*, c'est-à-dire, suivant les règles *générales* pour les contrats; et quant aux conditions *particulières*, suivant la volonté des parties.

Les *Libri Feudorum*, qui sont à la suite du Code-Justinien, appellent les fiefs des *bénéfices*, et ne leur donnent d'autres règles *générales* qui celles que régissaient les *bénéfices*, ni d'autres *particulières* que celles convenues par les actes d'investiture.

La féodalité n'a donc point aboli, ni dû abolir la législation préexistante.

Enfin, si la féodalité eût établi une législation nouvelle sur les débris de l'ancienne, elle eût dû avoir statué sur les *alleux*

et sur les droits des *personnes* en général, tandis qu'elle n'a statué que sur les *fiefs*, sur les *seigneurs* et sur les *vassaux*.

Il faut donc bien convenir que les anciennes lois ont continué d'exercer leur empire après la naissance de la féodalité, et que c'est une erreur insoutenable d'avancer ou de croire que la féodalité ait aboli toutes les anciennes lois, paradoxe d'autant plus absurde, qu'on ne saurait produire aucune loi de cette nouvelle législation qui porte sur les alleux et les personnes libres.

6. Sans doute que pendant l'anarchie du Xe au XIIe siècle il y a eu des seigneurs qui, au mépris des anciennes lois, des droits et de la liberté, ont arbitrairement et par violence entrepris sur les personnes et les biens de leurs sujets; mais ce despotisme, qui ne pourrait jamais passer pour une nouvelle législation, n'a pas été aussi général qu'on voudrait le faire croire, comme je le démontre dans la *part. III* de mon *Analyse*, où je traite de *l'origine de nos keuren et de nos communes;* il n'a porté que du plus fort au plus faible, et les villes et les bourgs libres, comme tous les autres lieux qui ont su en imposer à leur seigneur, se sont maintenus en leur état de liberté et ont continué à être régis par les anciennes lois, en les invoquant maintes fois, nommément dans leurs actes et contrats.

Telles ont été les lois *Salique* et *Ripuaire*, qui ont été deux des lois générales des royaumes réunis de ces deux nations dans les Gaules. Elles ont continué d'y exercer leur empire jusqu'au XIIIe siècle qu'elles ont été fondues dans nos *keuren*. En voici les preuves :

En 855, Folkerus fait une donation à l'abbaye de Werte

de plusieurs terres situées en Brabant, *secundum legem Salicam et Ripuariam*, et de plusieurs fonds situés dans la Betuwe, pays des Frisons, *secundum Euna Frisonum. Mirœi, tom.* 3, *p.* 561 (1).

Les Bollandistes rapportent un acte de manumission ou affranchissement de trois serfs, passé à Diest en Brabant, en 899, *secundum legem Salicam. Acta sel. S. S. Belgii, tom.* 1, *pag.* 306, *n*o 112.

Godfroid, comte de Namur, fut condamné, en 1152, à rendre divers biens à l'abbaye de Stavelo, *judicio principum et maximè salicorum. Mirœi, tom.* 1, *pag.* 698.

Louis, comte de Loz, fit une donation à l'abbaye d'Everbode, en 1155, *observatâ Salicæ legis cautelâ. Vredius, addit. ad prodrom.* 2 *Hist. Fland. P.* 2, *p.* 11.

Le savant Heineccius, dans son traité *de lege Salica*, prouve que cette loi était encore en vigueur à Lyon et Fribourg en 1290.

Othon de Frisinghe rapporte, au XIIe siècle, que les plus nobles des Francs la suivaient encore : « *lege*, quæ *Salica*, usque » ad *hæc* tempora *vocatur*, *nobilissimos Francorum adhuc* » *uti.* »

7. C'est entre le XIIe et le XIIIe siècle qu'ont commencé nos *villes à loi* et nos *villes de commune;* les chartes d'établissement

(1) *Euna* ou *Euva* signifie, en langue frisonne, *land-recht*, ou *loi nationale.* Voyez *Eccard ad tit.* 19, *leg. Sal.* et *tit.* 6, *leg. Ripuar.* Item *Ducange*, verbo *Euva.*

de ces villes, sous le nom générique de *keuren*, ont formé dès lors notre droit municipal tant pour le contentieux, que pour le volontaire; mais ces chartes elles-mêmes n'étaient, et ne purent être autre chose, qu'une compilation authentique des us et coutumes non écrites, qu'on avait suivies jusqu'alors, et qu'après les avoir purgées des atteintes révolutionnaires, on mettait par écrit, de commun accord du seigneur et des habitans, pour les garantir dorénavant contre l'arbitraire du roi et des seigneurs, comme je le prouve dans la *part.* 3e de mon *Analyse*.

Il devint donc inutile pour la suite, de faire encore mention de ces lois nationales dans les actes, attendu qu'elles étaient fondues dans ces *keuren*, quant à leurs dispositions, qui par le temps n'étaient pas tombées en désuétude.

8. Sans doute, il y en eut plusieurs qui y étaient tombées, non pas par l'effet de la féodalité, mais par celui des changemens survenus dans les mœurs et les relations pendant huit siècles; car il ne faut jamais perdre de vue que les Francs Saliens avaient rédigé leur loi en 422, et les Ripuaires, la leur en 630; depuis ces époques les deux nations avaient été converties à la foi, et leur union avec les Gaulois et les Belges les avait policées. Dès le VIe siècle, leurs relations leur avaient déjà fait sentir le besoin d'amalgamer et de mettre en harmonie leurs usages germaniques, et d'apporter à leur législation nationale plusieurs modifications; c'est ce que nous apprend le roi Dagobert lui-même en sanctionnant la loi des Ripuaires en 630 : « *Addidit*, y est-il dit, *quæ addenda erant, et improvisa et incomposita resecavit, et quæ erant secundùm consuetudinem paganorum, mutavit secundùm legem christianorum.* » *Capitul. tom.* I, *col.* 25.

40.

Le roi Childebert avait déjà entrepris une pareille réforme de la loi Salique, en l'assemblée générale, tenue à Cologne l'an 595. *Capitul. tom.* 1, *col.* 17.

On y adopta le concours des neveux avec les oncles dans la succession de l'aïeul; on y fixa les empêchemens de parenté pour les mariages; car le frère épousait encore sa sœur et le fils sa mère; on y adopta la prescription romaine de dix et vingt ans; la peine de mort contre le rapt; la même peine contre les homicides volontaires et contre les vols; on y fit des défenses, sous de fortes amendes, de faire tout autre travail que celui de la cuisine, les jours de dimanche et de fête, et finalement, on abolit la loi de la *chrenecruda* (1), comme incompatible avec la religion catholique.

Lors donc que la révolution éclata avec la troisième race, la législation des Gaules consistait en un amalgame de lois nationales avec le droit romain; mais bien que les gens instruits connussent à laquelle de ces diverses lois appartenait chaque point de cette législation amalgamée, il se conçoit sans peine que ce discernement était au dessus de la portée du vulgaire, qui ne put voir dans cet ensemble qu'une masse *d'usages*, dont il ne connut ni la source ni les auteurs.

Aussi, en examinant la jurisprudence du X^e^ au XII^e^ siècle, nous voyons tous ces baillis, tous ces jurés, tous ces hommes de fief ne juger que *suivant la coutume de leur cour*, au point que Beaumanoir, qui écrivit son commentaire sur la coutume

---

(1) Les savans ne sont pas d'accord sur la signification de ce mot. V. *Ducange*, verbo *Chrenecruda*.

du Beauvoisis en 1283, atteste qu'il n'y eut pas deux châtellenies en France, qui eussent la même coutume.

C'est ce qui explique maintenant pourquoi il n'y a jamais existé une *coutume générale des Gaules*, ni même une *coutume générale de chaque province*; mais que la France et la Belgique n'avaient que des coutumes particulières *de lieu*; car la législation *générale* de Charlemagne et les lois nationales une fois perdues dans l'oubli et remplacé par des *usages*, il devint impossible que ces *usages* pussent maintenir dans toutes les parties du royaume cette *uniformité* que la loi elle-même ne conserve que par l'autorité du roi, qui se trouvait paralysée par l'anarchie.

9. Après avoir démontré méthodiquement jusqu'ici, comment les lois Saliques et Ripuaires, ainsi que les autres institutions germaniques, ont eu force de loi dans les Pays-Bas et les Gaules jusque vers le XIIIe siècle qu'elles ont été fondues dans nos *keuren*, indiquons présentement des vestiges particuliers et positifs de cette fusion.

Se doute-t-on, par exemple, que le droit de poursuivre sur d'autres seigneuries le gibier qu'on a levé dans la sienne, reconnu par l'ordonnance de 1613, nous vient de la loi Salique? *Placc. de Fland., tom.* 2, *p.* 399, et *Pactus leg. Sal., tit.* 36, *art.* 5 et 6.

Que l'obligation de venger tous les affronts de la famille, d'en partager les amitiés et les inimitiés, et le droit de chaque membre d'avoir part à la rançon ou au prix de la réconciliation, reconnus par toutes nos coutumes flamandes sous le mot *mond-zoen*, remontent jusqu'à l'époque de nos institutions germaniques? *Tacit. de M. G. c.* 22.

Que l'expression flamande *de vriendschap breken*, et la française *rompre l'amitié*, n'est que l'indication de la *forme symbolique*, par laquelle les Francs renonçaient à l'amitié, à des liaisons et même à leur famille? Cette forme consistait à tenir des deux mains, au dessus de la tête, un petit bâton, de le rompre ou casser et d'en jeter les deux bouts loin de soi. *Pact. leg. Sal. tit.* 63.

L'on se doute bien moins que le *retrait lignager* nous vient des Francs, tandis que nos jurisconsultes ont forgé tant de systèmes sur son origine, jusqu'à vouloir par des analogies forcées, la trouver dans le droit romain.

Tous les membres d'une famille ne devaient pas seulement partager les amitiés, les inimitiés et la vengeance de chaque membre, mais devaient encore répondre de ses dettes; il importait donc à toute la famille qu'aucun membre n'aliénât ses biens sans le consentement de la famille; celui donc qui se proposait d'en aliéner, devait, avant de les délivrer, en donner connaissance à la famille et les plus proches avaient le droit de les retenir pour le prix qu'on en avait offert au parent vendeur. V. le *Sachsenspiegel* ou *Speculum saxonicum, art.* 52.

Pour se soustraire à toutes ces obligations de famille, on pouvait y renoncer; c'est ce qu'on appelait *de parentela tollere*, dont on trouve la forme solennelle dans le *Pactus leg. Sal., tit.* 61.

Le nom, la nature et le partage de l'*alleu* sont déterminés par la même loi au *tit.* 62.

D'un autre côté, l'exclusion de nos filles au partage des fiefs, dans le concours avec leurs frères, dérive de leur exclusion de

la *terra salica*, prononcée par *l'art.* 6, *tit.* 62 de la même loi; car la *terra salica*, sur laquelle on a formé tant de conjectures, n'est autre chose que la *terre de la sale*, ou du manoir de la *villa indominicata*, que nous appelons présentement la *mòte* ou *foncier* du fief, comme je le prouve dans mon *Analyse*, *liv.* 6, *ch.* 7.

L'inhabilité des femmes à ester en jugement sans tuteur, établie par la plupart de nos coutumes, dérive de la loi Salique et des Capitulaires. *Eccard, addit. ad leg. Sal.*, *pag.* 192, et *Capitul.*, *tom.* 1, *col.* 544, *c.* 8.

La défense de faire ce qu'on appelle en Flandre, *enfant chéri*, c'est-à-dire, d'avantager l'un des enfans au préjudice des autres, est écrite textuellement dans la *loi Ripuaire*, *tit.* 59, *c.* 9.

La majorité à quinze ans, proclamée par nos coutumes, est une disposition empruntée de la loi des Ripuaires, *tit.* 18, *cout. d'Audenarde*, *rub.* 17, *art.* 2; *des deux villes et pays d'Alost*, *rub.* 17, *art.* 19 *et* 21.

L'usage qu'il y avait autrefois en Flandre, et dont j'ai vu des preuves authentiques dans un procès-verbal d'enquête de la fin du XVe siècle, d'assumer des *enfans* concurremment avec des majeurs, pour consacrer à la postérité des faits ou des actes, dont il importait de conserver le souvenir, et de donner à ces enfans quelques soufflets, en les tirant par les oreilles, est spécialement ordonné par la *loi Ripuaire*, *tit.* 60, et par la *lex Bajuvar.*, *tit.* 15, *c.* 2, § 1.

J. Van Hont, Dienstboeck der stad Leyden, *bl.* 4, parle aussi de cet usage, et j'ai appris qu'il avait encore lieu à Cologne, ancienne capitale des Ripuariens. Ne serait-ce pas un ves-

tige de cet ancien usage que l'évêque, en conférant le sacrement de la confirmation, donne quelques petits soufflets aux enfans pour s'en souvenir?

La loi Salique, *tit.* 62, et la loi Ripuaire, *tit.* 56, excluent les filles de la succession aux biens *paternels;* il est probable que cette exclusion a subsisté en Flandre jusqu'au XIIIe siècle; car le comte Thomas de Savoie, dans la *keuren* qu'il donna au pays de Waes en 1241, ne les reçoit à ce partage que *pour l'avenir.* « Omnes liberi cujuslibet hominis, sive masculi, *sive* » *feminæ, de cætero* æqualiter participent in bonis *patris* et » matris tam mobilibus, quam *immobilibus,* videlicet allodio » et hereditate. »

Les Francs ne connaissaient point la *récompense* ou *remploi* dans la communauté conjugale; *lex Rip.*, *tit.* 37, *c.* 3; elle n'a été introduite en Flandre que par nos coutumes *homologuées. Cout. de Gand, rub.* 20, *art.* 13; *Audenarde, rub.* 22, *art.* 23; *Alost, rub.* 17, *art.* 13.

D'autres usages non écrits nous sont pareillement parvenus des Francs, tels que la *légitimation sub pallio*, en plaçant les enfans illégitimes sous la robe ou le manteau de la femme, pendant la cérémonie du mariage qui devait les légitimer, et les en faisant sortir au moment de la bénédiction donnée; on les appelait *mantel-kinderen.*

L'usage de la *bague* dans le mariage.

Le besoin du consentement des plus proches parens au mariage, etc., etc.

Je renvoie pour ceux-ci à l'ouvrage de M. *Laurent van den*

Spiegel, ayant pour titre *Oorspronck en voortganck van onse vaderlandsche rechten. Hoofds* 4.

Toutes nos coutumes de Flandre interdisent l'institution d'hoirie; les Germains ne la permettaient pas non plus. *Nullum testamentum. Tacit. de M. G. c.* 20.

Nos lois n'ont établi aucune peine pour l'adultère; mais en en abandonnant la punition au mari, elles souffraient que l'on accueillît la femme adultère par un *charivari;* cette peine honteuse et flétrissante qui est énoncée dans toutes nos anciennes *keuren*, est écrite en toutes lettres dans *Tacite, de M. G. c.* 19: elle s'appelle encore *schaminkelen*, et se trouve écrite dans nos chartes de commune rapportées dans le *Recueil des ordonnances de France.*

Je ne finirais pas si je voulais rassembler ici les vestiges de toutes les lois et de tous les usages germaniques qui sont fondus dans nos coutumes, et que nous suivons encore quoique non écrits. Ce serait d'ailleurs un travail incohérent. J'ai donc préféré de les classer dans mon *Analyse* sous les divers titres auxquels ils appartiennent; c'est là que chacun pourra se convaincre par lui-même, que les formulaires et les solennités de nos *œuvres de loi*, nos *jura personarum*, nos modes de *succession*, les formes de nos *donations entre-vifs*, que quelques jurisconsultes ont inutilement cherchées dans le *jus vetus Romanorum*, notre *donatio propter nuptias* (1), l'origine et

---

(1) L'on sait combien nos jurisconsultes varient sur la signification du *Morgengabe;* c'est évidemment un mot teuton, qui se compose de *morgen, matin*, et de *gab, gave* ou *gefte*, dont l'ensemble signifie le *don du matin;* mais en remontant jusqu'aux lois teutones, on trouve la définition de ce

l'organisation de nos *voisinages* et *quartiers* et tant d'autres institutions civiles et politiques, nous sont venus des Germains et des Francs.

Il résulte de tout ce que dessus, que la législation, qui existait à l'époque de nos *keuren*, consistait dans des usages des Germains, des Francs et des Capitulaires, modifiés par les lois romaines qui étaient considérées pour la mère de toutes les lois humaines ; il ne faut donc pas demander pourquoi les actes d'homologation de nos coutumes renvoient au droit romain dans le silence des coutumes.

---

don dans l'art. 20 du *Speculum saxonicum*, ainsi conçu : « Nunc intellige, » quod vir militaris in suam uxorem, sine heredum assensu, *nomine dotis* » possit erogare *antequam cum ea ad prandium discubuerit*, servum im- » puberem vel ancillam juvenem, sepes et ædificia carpentata et pecora » pascualia, id est, quibus non laboratur, et liberè confert. Omnes *qui de* » *militari non constant progenie*, non nisi validiorem equum vel aliud ani- » mal campestre, *dotis nomine* in suas uxores possunt erogare. » C'est encore un vestige germanique. *Tacit. de M. G. c.* 18, et le *tamelyck juweel of te calcyl* de nos coutumes. Voy. cout. d'Audenarde, *rub.* 16, art. 20. La *Morgengabe* ne peut donc consister qu'en *meubles* ou réputés tels; et ce qu'elle a de particulier, c'est qu'elle se fait entre le mariage *solennisé* et le mariage *consommé*, *ante prandium*; car il était anciennement d'usage, après la célébration du mariage, de se mettre à table, et la table finie, que les époux s'allassent coucher. C'est ainsi que Marie de Bourgogne ayant épousé l'archiduc Maximilien, à l'église de St.-Jean (aujourd'hui St.-Bavon), en 1479, se rendit, après la cérémonie, droit au festin que leur avait préparé la ville, et le festin fini, se retira avec son époux au lit nuptial, et ne descendit de son appartement qu'à quatre heures de l'après-midi. *Chroniq. man. de Gand*, appartenante aux héritiers du baron de Neef, à Gand. Comme le mariage se célébra de grand matin, ce festin de la ville ne fut que le *déjeûner*; le *prandium* n'eut lieu *qu'à quatre heures*.

10. Cependant, ces *premières keuren* ne comprenaient point ces usages; elles sont plus simples et n'eurent d'autre but, que de garantir, convenablement et par écrit, la liberté des sujets contre l'arbitraire des seigneurs, comme je le prouve dans mon *Analyse* sous le titre des *keuren;* l'anarchie avait rendu l'ignorance si générale et si profonde, qu'il y eut peu de personnes encore capables de s'élever jusqu'au projet ou système d'une administration municipale et libre. C'est au XII^e siècle que les dévastations et les persécutions excitèrent ces funestes émigrations des Belges, notamment des Flamands et des Hollandais, vers le nord de l'Allemagne, dont *Eelking* nous donne l'histoire dans une dissertation imprimée à Erfurt en 1774, que M. le marquis de Chasteler rappelle dans son mémoire couronné en 1778, *pag.* 100.

Au milieu de cet état d'oppression et de misère le peuple se crut assez heureux, et crut avoir assez gagné, lorsqu'il avait réussi à mettre des bornes à l'arbitraire et à la violence des petits tyrans de toutes les classes qui l'opprimaient, sans qu'il osât, ou peut-être, sans qu'il pût porter encore ses vœux plus loin. Mais après que ces *keuren* l'eurent soustrait *à la merci* de ces despotes, qu'il fut rendu à ses travaux et qu'il eut goûté les avantages de ce premier calme, il comprit le besoin d'organiser ses relations et de consolider son existence civile et politique par une sorte de chartes plus amples et plus détaillées, qui lui donnassent un code de lois municipales et des magistrats pris dans son sein. Ce sont ces chartes qui sont connues sous les noms de *loi* et de *commune*, et qui ne datent, en général, pour la Belgique et la France, que de la fin du XIII^e siècle, comme je le prouve dans la *III^e partie* de mon *Analyse.*

11. On n'a pas assez développé, ce me semble, le passage de nos *premières keuren*, qui ne furent que de simples *chartes de liberté*, aux *lois* et aux *chartes de commune*, qui forment nos *constitutions municipales.*

Après que ces *keuren* eurent accordé la liberté, la jurisprudence se trouvait encore toujours sans autre guide que celui de ce chaos d'usages germaniques, amalgamés avec les lois romaines et altérés par l'ignorance et le laps de trois siècles; leurs variations et leur incertitude étaient telles, qu'à défaut de les comprendre ou de les discerner, les juges étaient autorisés à décider les affaires *d'après leurs cinq sens*, et que dans le silence, vrai ou supposé, on renvoya les parties *au jugement de Dieu* par la voie des *ordalies.*

Heureusement l'étude du droit romain avait repris en Italie, et nos étudians, qui s'y rendirent en foule, en rapportèrent dans leur patrie les notions et y propagèrent les principes; mais le grand point était de mettre tous ces anciens usages en harmonie avec ces principes et d'en former des codes de jurisprudence nationale et locale.

Dès lors, chaque pays ou province se mit en devoir de faire un triage de ses usages écrits et non écrits, pour rejeter ceux qui étaient reconnus abusifs, faux, surannés ou incompatibles avec la saine jurisprudence. De ce triage on fit des espèces de codes sous les noms d'*assises*, de *miroirs*, de *specula*, d'*establissemens*, etc.

Ainsi, en 1185, le comte Godefroid de Bretagne fit rédiger l'*assise* connue sous le nom d'*assise du comte Godefroid*; en 1250, St.-Louis fit rédiger les *assises de Jérusalem*; en Angleterre parurent diverses *assises* mentionnées par Spelmann;

André Hornes donna son *the miror of justice* que M. Honard a inséré dans ses coutumes Anglo-Normandes; le *speculum saxonicum* est le plus intéressant pour les Belges, parce qu'on y trouve la fusion des anciennes lois et usages des Francs, Saxons et Frisons, dont le fond est le même que celui des usages des Belges, comme ayant une origine commune avec ces trois autres nations; enfin St.-Louis donna, en 1270, ses *establissemens selon l'usage de Paris et d'Orléans et de court de baronnie;* ces *establissemens*, comme les autres *assises*, ne formeraient donc encore qu'une *assise de Paris et d'Orléans* en particulier, mais nullement une *loi générale* pour tout le royaume. Hé qui eût pu faire une loi générale dans ces temps? l'autorité du roi n'était pas respectée hors de ses domaines!

Toutefois, la confusion qui régnait dans les usages de chaque province, étant parvenue au point, suivant *André Hornes*, « *de judger les gents de leur testes par abusions et par exem-* » *ples des autres errants en lay* (loi), *plustot que par droits* » *rules* (règles) » : il fut impossible, que cet état d'administration de la justice pût encore subsister au milieu des lumières que les lois romaines avaient répandues dans toutes les Gaules.

Ces assises locales ont donc eu et dû avoir pour but principal de coordonner les usages reconnus avant, avec les principes de la *loi romaine*, *comme mère de toutes les lois humaines*, et qui avait dirigé et modifié ces usages du temps même des Carlovingiens et des Mérovingiens. Il n'y a donc rien qui doive surprendre, de voir toutes ces *assises* remplies de citations des *Pandectes*, du *code*, des *décrétales*, du *décret*, à l'appui de chaque article de l'assise, comme on le remarque, surtout, dans les *establissemens* de St.-Louis.

On conçoit présentement sans peine, pourquoi, jusqu'à nos temps, tout le droit civil de la France et de la Belgique n'a consisté qu'en ce nombre infini de coutumes *locales ;* car, d'une part, les *assises* dont se composent nos coutumes, n'étaient que *locales ;* et de l'autre, il n'a pas été plus possible de faire une législation générale depuis le XIII^e^ siècle, au milieu des guerres et des changemens de dominations, qu'il ne l'a été avant cette époque, au milieu de l'impuissance du pouvoir royal et de toutes les souverainetés particulières des grands du royaume.

12. Il résulte de là aussi que ces *assises* n'étaient que des essais pour arriver, avec le temps, à un système de jurisprudence plus régulier et plus parfait. En effet, l'on vit bientôt les jurisconsultes des divers royaumes s'occuper de cet important travail et le porter à ce degré de perfection, dont il était susceptible dans l'aurore de la renaissance des lettres et de la jurisprudence.

Littleton, Brilton, Fleta, Granville, Hornes en Angleterre, s'en occupèrent avec succès dès le milieu du XIII^e^ siècle; leurs traités ont été publiés par M. Honard qui les a enrichis de notes et de remarques très-savantes, que malheureusement on connaît à peine dans notre pays ; Pierre des Fontaines, en France, donna déjà, sous St.-Louis, ses *conseils à son ami,* dans lesquels il réunit et explique les coutumes du Vermandois, qui ont tant d'affinité avec celles de l'Artois ou ancienne Flandre. En 1283, Beaumanoir écrivit son précieux commentaire sur les coutumes du Beauvoisis, et Jean Boutiller, natif, selon M. Paquot, de Mortaigne, près Tournai, finit le 16 septembre 1402, sa *somme rurale,* dont Cujas fait le juste éloge, en l'appelant *optimus liber.*

Mais ces assises, en coordonnant leurs usages locaux, autant qu'ils en étaient susceptibles, avec l'esprit et les principes des lois romaines, gardèrent par cela même ces usages ainsi régularisés pour leur *droit local.* Ce sont donc les mêmes us et coutumes que les Belges avaient suivis *comme lois*, sous les Mérovingiens et les Carlovingiens, et comme *usages* sous la troisième race, qui ont été fondus dans ces assises, dont émanent nos coutumes homologuées qui ont été revues et corrigées dans les XVI[e] et XVII[e] siècles.

13. Mais bientôt les Français et les Belges, éclairés et guidés par ces jurisconsultes revenus de l'Italie, avaient connu le prix d'un état libre plus parfait, consistant dans le *droit de commune*, vulgairement appelé *poorterye*, dont on prétend que les notions avaient aussi été rapportées d'Italie, où l'ancienne liberté des municipes s'était mieux conservée, pendant l'anarchie des Gaules, que partout ailleurs.

Le *droit de commune*, consiste en une constitution d'une espèce de *république locale* jouissant des pouvoirs *administratif* et *judiciaire*, exercés par un collége de concitoyens.

Les vœux de toutes les villes, tant soit peu importantes, ne tardèrent point à se porter vers cette nouvelle institution, et les rois prévoyant dans l'établissement de ces *communes* le moyen de ressaisir leur autorité et d'abaisser les grands, s'empressèrent de favoriser ces nouveaux municipes, parce que tous les membres de ces communes devaient s'obliger à foi et hommage et par conséquent à *aide* et *conseil* envers le roi. V. mon *Analyse*, *part. III.*

L'on sent aisément, que les premières *keuren*, qui ne consistaient qu'en simples *chartes d'affranchissement et de liberté*,

et ces *assises*, qui ne consistaient qu'en des compilations d'usages régularisés, étaient insuffisantes pour le nouvel état de *commune*, parce que ces usages de l'assise n'étaient adaptés qu'au régime *royal* ou *seigneurial*, tandis qu'à présent, ces *usages* devaient être adaptés au régime *municipal*; en d'autres termes, les habitans n'avaient joui de ces anciens usages que sous les pouvoirs administratif et judiciaire *exercés par le roi ou le seigneur*, tandis que, constitués en commune, ils allaient en jouir dorénavant, sous l'*exercice d'un corps municipal de concitoyens élus par eux.*

Dès lors, ces *keuren* et ces *assises*, qui continuèrent à former toujours le *droit local*, se fondant dans la nouvelle charte de concession royale, ont dû être nécessairement mises en harmonie avec l'exercice de ces deux nouveaux pouvoirs municipaux; c'est ce qui s'est fait de concert avec le roi, par des chartes royales, sous le nom de *chartes de commune*, qui nous ont régis jusqu'à l'époque de leur abolition par la révolution française.

Voilà, tout à la fois, l'histoire du passage et de la fusion des lois Saliques et Ripuaires, et des autres usages germaniques dans nos coutumes homologuées et dans nos usages; la cause de la multiplicité de nos coutumes et de l'absence de toute législation générale, et enfin, le motif pourquoi, dans le silence des coutumes, nos lois nous renvoient à la disposition du droit écrit.

Puisse l'académie accueillir ces recherches avec bienveillance et les lire avec indulgence pour le style, que plus d'une cause m'a empêché de soigner autant que je l'eusse désiré!

FIN.

MÉMOIRE

POUR SERVIR

A L'HISTOIRE D'ALPAÏDE,

MÈRE DE CHARLES-MARTEL;

PAR M. DEWEZ, SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

LU A LA SÉANCE DU 5 MAI 1823.

MÉMOIRE

POUR SERVIR

A L'HISTOIRE D'ALPAÏDE,

MÈRE DE CHARLES-MARTEL.

ALPAÏDE, mère de Charles-Martel, tige de la seconde race des rois de France, est un personnage historique très-intéressant pour notre pays : elle a vécu à Jupille, village à une lieue de Liége; elle est morte à Orp-le-Grand, vulgairement dit Ste.-Adèle, village du Brabant méridional, à deux lieues de Jodoigne, et elle y a été enterrée : on y a retrouvé son tombeau avec une inscription qui lui donne le titre d'épouse ou concubine de Pépin, *conthoralis Pepini.* Comme les vieilles légendes ont accumulé une foule de contes plus ridicules les uns que les autres sur cette princesse, j'ai tâché, en pesant et en discutant les diverses opinions des auteurs anciens et modernes qui en ont parlé, de démêler la vérité altérée, défigurée et étouffée par cet amas de mensonges et d'absurdités.

Il se présente donc sur ce sujet plusieurs questions, qui sont comme autant de problèmes historiques. Je les réduirai à quatre principales :

1. Alpaïde était-elle la concubine ou la femme légitime de Pépin de Herstal?

Le plus ancien auteur de la vie de St.-Lambert est un anonyme, dont l'ouvrage a été publié en grande partie par fragmens, dans la collection de Duchesne, tome I. Godeschal, diacre et chanoine de Liége, est le second. Il a écrit la vie du même saint par ordre de l'évêque Agilfride en 771, conséquemment au commencement du règne de Charlemagne. Il paraît assez, en confrontant les deux ouvrages, que Godeschal n'a fait que revoir et retoucher celui de l'anonyme. Ces deux écrivains ne parlent d'Alpaïde ni dans un sens ni dans l'autre. Ce sont les légendaires des temps postérieurs, entre autres Nicolas, chanoine de Liége, et Renier, moine de St.-Laurent, écrivant dans le XII^{e} siècle, le premier vers l'an 1120, le second vers l'an 1139, qui ont ouvertement traité Alpaïde de concubine. Le premier dit que Pépin ayant renvoyé Plectrude, sa femme légitime, lui substitua Alpaïde, et que cet adultère fut consommé à la face de toute la France (1).

Le second en parle absolument dans le même sens et à peuprès dans les mêmes termes (2). Un légendaire, nommé Marcellinus, dans une vie de St.-Suibert, traite également Alpaïde de concubine, et Charles-Martel de bâtard (3).

Mais le continuateur de Frédégaire, historien contemporain,

(1) Pipinus Plectrudem uxorem suam legitimam repudiavit eique superinduxit puellam elegantem, Alpaïdem nomine..... Et factum est in oculis Franciæ publicum hoc adulterium. Cap. 14.

(2) Puellam nobilem et elegantem, nomine Alpaïdem, superinduxit legitimæ conjugi suæ Plectrudi. Cap. 16.

(3) Carolum-Martellum illegitimum ex Alpaïde pellice genitum. Cap. 25.

puisqu'il a repris la chronique de celui-ci à l'an 641, et l'a continuée jusqu'en 768, dit clairement et positivement que Pépin épousa une autre femme, appelée Alpaïde, distinguée par sa naissance et sa beauté (1). Si donc, en prenant la chose dans le sens le plus défavorable, Alpaïde avait été la concubine de Pépin, elle devint sa femme légitime, et les historiens contemporains, dit Adrien Jourdan (2), en parlent dans ce sens. Mais ce point veut une explication. Comment, dira-t-on, Alpaïde pouvait-elle être la femme légitime de Pépin, puisque Plectrude, sa première femme, était vivante? Il faut remarquer avec Adrien Valois (3), que telle était la coutume des Francs, qui renvoyaient de bonne grâce leurs femmes, quand elles ne leur convenaient pas, tellement que l'homme et la femme avaient le droit, ou de se retirer dans un monastère, ou de contracter un autre mariage. Marculfe le dit également très-positivement (4). Et ce n'étaient pas seulement, ajoute Valois, les rois et les princes qui usaient de ce privilége, mais même les particuliers, qui, quand cela leur convenait, suivaient l'exemple des rois (5).

---

(1) Pipinus aliam duxit uxorem nobilem et elegantem, nomine Alpaïdem. Cap. 102.

(2) Ce fut au commencement de ce règne, dit encore cet historien de bonne foi et de bon sens, que Pépin se sépara de Plectrude, sa femme, et épousa Alpaïde..... On ne doit point douter qu'il n'ait épousé Alpaïde dans toutes les formes. Hist. de France et l'orig. de la maison royale, tome 5, p. 569.

(3) Notandum est fuisse morem Francis uxores malè convenientes bonâ gratiâ dimittere, ita ut vir et uxor alterius matrimonii contrahendi haberent potestatem. Rer. Franc., tom. 3, lib. 23, p. 379.

(4) Unusquisque ex ipsis sive ad servitium Dei in monasterio, aut copulæ matrimonii sociare se voluerit, licentiam habeat. Lib. 2, cap. 30.

(5) Nec reges modò, qui quidquid libuerit licere sibi putant, ita facie-

Je crois retrouver l'origine de cette coutume dans les mœurs des Germains. Les Germains, dit Tacite, sont presque les seuls des barbares qui se contentent d'une femme, si l'on en excepte un petit nombre, qui, non par un effet de leur dissolution, mais par un privilége de leur naissance, en entretenaient plusieurs, parce que leur alliance était recherchée (1). C'est donc, à ce qu'il paraît, de la Germanie que les Francs avaient apporté cette coutume, ou plutôt cette prérogative, que la conquête, dit Montesquieu, n'avait pas eu le temps de changer.

La conversion de Clovis n'apporta point encore de changement à cette coutume. Cependant les lois de l'église y ont toujours été contraires ; mais ce privilége, accordé par la loi civile, s'est maintenu encore pendant un fort long temps, particulièrement parmi les grands et les princes. Il est donc toujours vrai de dire qu'aux yeux de la loi, Alpaïde était la femme légitime de Pépin, et que conséquemment Charles-Martel était leur fils légitime.

2. Alpaïde est-elle coupable du meurtre de St.-Lambert ?

Les contemporains, ou enfin les anciens historiens n'en parlent pas. Il paraît que c'est Adon, archevêque de Vienne en Dauphiné, en 860, qui le premier a imputé la mort de St.-Lambert à Pépin et à Alpaïde. Les écrivains des temps postérieurs,

---

bant : verumtamen privati, quos uxorum suarum fastidium ceperat, beneficio legis utebantur. Vales. Ibid.

(1) Quamquam severa illic matrimonia, nec ullam morum partem magis laudaveris : nam prope soli barbarorum singulis uxoribus contenti sunt, exceptis admodum paucis, qui non libidine, sed ob nobilitatem, plurimis nuptiis ambiuntur. Germ. cap. 18.

c'est-à-dire, le chanoine Nicolas et le moine Renier ont suivi Adon, et voici comment ils racontent l'histoire. St.-Lambert avait plus d'une fois fait de sévères remontrances au duc Pépin sur sa conduite. Pépin avait écouté les avis de Lambert avec assez de docilité, et paraissait même disposé à renvoyer Alpaïde. Mais celle-ci sut si bien faire valoir son ascendant sur l'esprit du prince, qu'elle parvint à détruire tout l'effet des exhortations de l'évêque, et la passion de Pépin pour la belle Alpaïde n'en devint que plus violente.

Pépin, qui consultait souvent Lambert sur les affaires de son gouvernement, l'invita un jour à se rendre à Jupille, village à une lieue de Liége, où il faisait sa résidence ordinaire. Après la conférence, le duc invita Lambert à un festin qu'il avait fait préparer pour le recevoir, et celui-ci, après s'en être long-temps excusé sans en dire la raison (c'est qu'il ne voulait pas se trouver avec Alpaïde), céda cependant aux instances réunies tant du duc que des seigneurs de sa cour.

Quand on fut placé à table selon les rangs, l'échanson vint présenter une coupe à Pépin, qui la renvoya à l'évêque, en le priant de la bénir. Tous les convives firent la même cérémonie. Alpaïde, désirant obtenir la même faveur, mais craignant que l'évêque ne la lui refusât, tâcha de mêler, sans qu'il s'en aperçût, sa coupe à celles des autres convives. Lambert, qui s'en défiait, remarqua cette ruse et repoussa la coupe. Alors, se laissant emporter à son zèle, peut-être trop inconsidéré, il lui reprocha son impudence (c'est le mot qu'emploient les vieux historiens), quitta la table et sortit de la salle. Le duc le suivit, et tâcha par les manières les plus engageantes et les instances les plus honnêtes, de l'appaiser et de le ramener; mais tous ses

efforts et toutes ses paroles furent inutiles. Lambert ne répondit aux invitations et même aux excuses du duc, que par les termes les plus durs et les plus offensans. Ce sont ceux du moins que les historiens lui prêtent. Ces propos de l'évêque n'aboutirent qu'à lasser la patience et à émouvoir la bile de Pépin; et Alpaïde, de son côté, ne pouvant supporter la honte de cet affront, ne fit qu'échauffer et animer de plus en plus le duc contre Lambert; et quand elle l'eut amené au point, où, égaré par l'amour et la colère, il n'était plus en état de prendre conseil de sa raison, elle ne craignit pas de lui proposer de le faire tuer, et dans ce moment (ce sont toujours ces vieux historiens qui parlent), il eut la faiblesse d'y consentir. Comme elle craignit, si elle lui eût laissé le temps de la réflexion, qu'il ne changeât de dessein, elle envoya dans la nuit même des émissaires affidés à son frère Dodon pour l'informer de tout ce qui s'était passé, et l'engager à la débarrasser par une prompte mort d'un prêtre fanatique, qui ne cessait de l'insulter et de la persécuter (1). Dodon se chargea de l'exécution de cet odieux complot; et après avoir pris toutes ses mesures, il se rendit de grand matin au palais de l'évêque à la tête d'une troupe de sicaires dévoués à ses volontés: il fit d'abord entourer le palais par une partie de ces brigands, et les autres se répandirent en tumulte dans tous les appartemens. Les deux neveux de l'évêque s'étant armés à la hâte, accoururent pour repousser les assassins, et les forcèrent en effet à se retirer. Mais ils revinrent plus furieux, et après avoir tué les deux neveux et les fidèles domestiques qui étaient venus au secours, ils se pré-

(1) Nicol. canon. in vita S. Lamberti, cap. 16. Rener. S. Laurent. monachus, in vita ejusd., cap. 18.

cipitèrent dans la chambre où Lambert était couché, et l'assassinèrent (1).

Tel est le récit circonstancié de cet événement, selon les deux auteurs de la vie de St.-Lambert, Nicolas et Renier. Les anciens, c'est-à-dire, Godeschal et Étienne, s'accordent à peu près avec ceux-ci quant à la catastrophe, c'est-à-dire, quant aux circonstances de l'assassinat; mais ils ne parlent pas de la scène du festin, qui, selon les autres, en a été la cause et l'occasion, et ils l'attribuent à une toute autre cause, que j'expliquerai plus bas.

Anselme, chanoine de Liége, qui écrivait peu de temps après Nicolas et Renier, rapporte les deux causes, et insiste plus particulièrement sur la seconde, c'est-à-dire, la haine d'Alpaïde. Les autres chroniqueurs, annalistes et légendaires ont suivi ceux-là, et Gilles d'Orval, qui florissait dans le XIII[e] siècle, s'accorde également avec eux, ou plutôt il les a copiés (2).

Mais, dira-t-on, à quoi attribuer ce silence des historiens presque contemporains, qui devaient être mieux informés des faits? Renier l'explique, en disant que si Godeschal n'a pas parlé assez librement de la cause principale du martyre de St.-Lambert, c'est qu'il a craint de choquer les rois de son temps, en rappelant les fautes de leurs ancêtres (3). Mais était-ce

(1) Nicol. ibid., cap. 17. Rener. ibid., cap. 19 et 21.

(2) Anselm. cap. 11, ap. Chapeauv., tom. 1, p. 117. Ægid. aur. vall. ib., p. 119.

(3) Gesta quidem ejus veraciter prosecutus, de causa martyrii parum libero ore locutus est : quod hac de causa fecisse creditur, ne sui temporis regibus culpam majorum suorum videretur exprobrare. cap. 28.

bien une raison pour tenir caché un fait, qui, s'il eût été vrai, aurait dû être notoire? Hincmar, archevêque de Reims, n'a-t-il pas avancé (ce qui paraîtra bien plus fort et plus hardi) que Charles-Martel était damné, et c'est sous le règne de Charles-le-Chauve, descendant en ligne directe de celui-ci, qu'Hincmar écrivait. Au reste, en supposant même que la crainte, le respect humain, la raison politique, auraient pu empêcher Godeschal de dire toute la vérité, pourquoi l'évêque Étienne, qui vivait en 903, et qui, étant conséquemment éloigné de plus d'un siècle et demi de Charles-Martel, n'avait plus de ménagemens à prendre, pourquoi, dis-je, n'en aurait-il pas parlé? C'est que probablement il ne connaissait pas le fait, ou qu'il ne le croyait pas, comme n'étant pas fondé sur des preuves historiques assez dignes de foi.

Pourquoi enfin les historiens de St.-Lambert auraient-ils été plus timides et plus circonspects que la plupart des historiens ecclésiastiques de ces temps-là, qui, ne pouvant pardonner à Pépin d'avoir employé l'argent qu'il avait trouvé dans quelques monastères pour payer ses soldats, et d'avoir accordé l'usufruit de quelques terres de l'église à ses capitaines, ont si indignement flétri sa mémoire, en avançant qu'il était damné, mais damné *en corps et en âme?* C'était cependant pour délivrer l'église et l'état du joug mahométan que Charles-Martel avait pris les armes. Mais il paraît que ces historiens, qui étaient tous ecclésiastiques, se sont peu inquiétés des causes et des succès d'une guerre entreprise pour la défense de la religion chrétienne; c'est qu'ils étaient sans doute plus sensibles à la diminution de leurs revenus qu'à l'exaltation de la religion et au triomphe de la croix.

Cette fureur contre Charles-Martel a été poussée à un tel point qu'on lit dans la vie de St.-Eucher, évêque d'Orléans, que celui-ci étant en prière, fut ravi en esprit et mené par un ange en enfer; qu'il y vit Charles-Martel, et qu'il apprit de l'ange que les saints dont ce prince avait dépouillé les églises, l'avaient condamné à brûler éternellement en corps et en âme. St.-Eucher, ajoute son historien, écrivit cette révélation à Boniface, évêque de Mayence, et à Fulrad, archi-chapelain de Pépin-le-Bref, fils de Charles-Martel, en les priant d'ouvrir le tombeau de ce dernier, et de voir si son corps y était. Le tombeau fut ouvert; le fond en était tout brûlé, et on n'y trouva qu'un gros serpent, qui en sortit avec une fumée puante. Boniface ne craignit pas d'adresser directement à Pépin et à son frère Carloman toutes ces édifiantes preuves de la damnation de leur père. Or, si l'évêque Boniface a osé écrire de semblables horreurs à ces deux princes, pourquoi les historiens de St.-Lambert auraient-ils plus ménagé Pépin, leur aïeul, et Alpaïde, sa femme?

Mais il se présente ici une nouvelle objection. Pourquoi, dira-t-on, les écrivains des siècles suivans ont-ils rapporté ainsi les faits relatifs au martyre de St.-Lambert, en l'attribuant à Alpaïde, et sur quelle preuve les ont-ils fondés? Ils ne le disent pas, et c'est ce qui me force à croire que, s'ils ne les ont pas inventés, ils n'ont au moins d'autre autorité que la tradition; le bon historien Bouille le dit, et regarde cette tradition comme irréfragable; c'est son expression. Je ne saurais être de son avis; car on sait avec quelle facilité, dans ces siècles de simplicité et d'ignorance, on accueillait et on accréditait ces sortes de traditions qu'une pieuse crédulité a transmises de siècle en siècle; et à force de les entendre répéter, on s'y est

tellement habitué, qu'on a fini par les regarder comme des faits prouvés. Il y a des choses, dit Montesquieu, que tout le monde dit, parce qu'elles ont été dites une fois. Qu'est-ce donc quand elles ont été vingt fois répétées? C'est sur ces sortes de traditions que sont fondées la plupart des légendes. Je suis loin, encore une fois, de vouloir accuser leurs auteurs d'avoir eu l'intention de tromper les autres : je crois au contraire qu'en général ils ne les ont rapportées que parce qu'ils étaient trompés eux-mêmes, ou, en d'autres termes, qu'ils étaient dupes de leur bonne foi. Je suis donc bien tenté de croire qu'on peut sans impiété reléguer toute cette prétendue conspiration d'Alpaïde contre la vie de Lambert, au rang de ces fables dont les légendes fourmillent, et que leurs auteurs ne tirent pas toujours des traditions, mais de leur imagination trop exaltée, comme le dit le cardinal Bellarmin de Simon Métaphraste, écrivain grec du X^e siècle, auteur d'un recueil de vies de saints, dans lesquelles, dit ce savant cardinal, ce légendaire a ajouté beaucoup de circonstances de son invention, présentant les faits, non comme ils se sont passés, mais comme il voudrait qu'ils se fussent passés, et qu'il a surchargés d'une infinité de faits romanesques, miraculeux et incroyables, dont les autres historiens ne font aucune mention (1). Or, ce n'est pas seulement Métaphraste qui a ainsi défiguré l'histoire. Un très-grand nom-

---

(1) Illud autem est observandum a Metaphraste scriptas fuisse historias de vitis sanctorum, multis additis ex proprio ingenio, non ut gestæ res fuerunt, sed ut geri potuerunt. Addit Metaphrastes multa colloquia sive dialogos martyrum cum persecutoribus, aliquas etiam conversiones astantium paganorum in tanto numero, ut incredibiles videantur : denique miracula plurima et maxima in eversione templorum et idolorum et occisione persecutorum, quorum nulla est mentio apudveteres historicos.

bre de légendaires, comme l'observe François Bacon, baron de Vérulam, fils du fameux chancelier, ont accumulé dans leurs ouvrages une foule de faits absurdes, qui font bien plus de tort que de bien à l'église, et (c'est l'expression de l'auteur que je cite) rendent les légendes aussi ridicules et aussi monstrueuses que le Talmud et l'Alcoran.

Pour en revenir au sujet qui m'occupe, je m'appuie de l'autorité du baron Le Roi, qui dit positivement qu'on a débité beaucoup de fables sur Pépin et Alpaïde (1), et il ajoute que ce qu'ont avancé plusieurs écrivains, savoir que St.-Lambert a été martyrisé, parce qu'il avait réprimandé Pépin sur sa liaison criminelle avec Alpaïde, n'est pas vraisemblable. Pour le prouver, il s'appuie d'abord sur ce que, comme je l'ai déjà remarqué, les contemporains n'en ont pas parlé dans ce sens. Godeschal, qui vivait dans le siècle de Pépin, attribue ce funeste événement à une cause toute différente et toute étrangère aux amours d'Alpaïde et de Pépin, et voici comment il le raconte. Je ne fais que le suivre, ou plutôt le traduire. « Deux frères ap-
» pelés Gal et Riold, ne cessaient d'accabler Lambert d'injus-
» tices et d'outrages, et de lui causer les plus grands préju-
» dices dans ses intérêts particuliers, en pillant et en dévastant
» ses biens. Cette fureur s'étendit même sur les parens et les
» personnes attachées à l'évêque, qu'ils molestaient, qu'ils
» tourmentaient, qu'ils chargeaient de mauvais traitemens.
» Les parens de Lambert, ne pouvant supporter plus long-
» temps cette persécution, se vengèrent de tant de vexations
» et d'outrages par la mort de Gal et Riold. » Ces parens de

(1) Multa de Pipino et Alpaïde fabulosa scripta fuere. Topograph. hist. Gallo-Brab., lib. 7, p. 249.

l'évêque étaient Pierre et Andolet, que la plupart des historiens, se copiant les uns les autres, disent être ses neveux. Godeschal ne le dit pas : il dit seulement que c'étaient deux hommes puissans de sa famille ou de sa maison, *familiœ suœ ;* car ce mot peut signifier l'une ou l'autre. Chapeauville, tom. 1, p. 337, ann. 2, dit que Godeschal n'accuse pas nominativement Pierre et Andolet d'être les auteurs de cet assassinat. Il se trompe : s'il ne le dit pas dans le passage du chap. 7 sur lequel Chapeauville fait cette observation, il paraît l'avancer bien positivement dans le chapitre suivant, comme on va le voir. Je reprends donc le récit de Godeschal. « Un des parens de Gal » et Riold, nommé Dodon, qui était un des premiers seigneurs » de la cour de Pépin, et qui vivait dans l'intimité du prince, » résolut de venger la mort de ses deux parens par celle de » l'évêque. C'est donc dans ce dessein qu'ayant réuni une » troupe de satellites dévoués à ses volontés, il se rendit pen- » dant une nuit avec eux à la retraite de St.-Lambert, qui était » à l'endroit qui depuis prit le nom de Liége, et qui alors » n'était qu'une espèce de hameau de peu d'importance, *villam* » *parvi adhuc nominis* (1); et s'étant précipité dans la maison, » ils pénétrèrent dans la chambre de l'évêque, qui s'étant ré- » veillé et levé au bruit, saisit dans le premier mouvement » une épée, qu'il jeta, pensant qu'il ne pouvait recourir qu'aux » armes spirituelles, c'est-à-dire, à la prière. Mais Pierre et An- » dolet (les voilà bien nommés) opposèrent une vive résistance » aux assaillans non-seulement pour soustraire Lambert au » coup qu'on lui préparait, mais pour défendre leur propre » vie, croyant bien que c'était à eux qu'on en voulait pour

(1) Godesch. cap. 7.

» venger la mort de ceux qu'ils avaient immolés à leur co-
» lère (1). »

Que l'on confronte maintenant ce récit avec celui que j'ai rapporté plus haut. Dans celui que je viens de copier fidèlement et qui est d'un contemporain, on ne voit ni le nom de Pépin, ni celui d'Alpaïde. Si l'auteur s'était borné à garder un silence absolu à cet égard, on pourrait croire que c'était dans la crainte d'offenser, sinon Pépin, qui était mort depuis trente ans, du moins ses descendans. Mais il s'explique, ou plutôt, ce n'est pas lui, c'est St.-Lambert même qui parle, quand, au moment où il allait recevoir le coup fatal, il exhorte ses deux parens à subir patiemment la mort pour expier le crime dont ils s'étaient rendus coupables (2). Voilà certainement la cause de l'événement dont il s'agit expliquée d'une manière qui ne doit laisser aucun doute, c'est-à-dire, par les propres paroles de Lambert, fidèlement rapportées par un historien, dont le récit porte un caractère de vérité qui annonce qu'il était bien convaincu de la vérité du fait; et si, après cela, on vient avancer que quoique Lambert ait dit aussi clairement à ses deux parens que c'était pour venger la mort de Gal et de Riold, que Dodon s'est

(1) Duo autem familiæ suæ præstantiores, et apud ipsum habiti gratiæ potioris, Petrus et Andoletus vocati, hostibus obsistere nitebantur..... et hoc quidem pontificis dilectioni et ereptioni præstabant : sibi etiam providebant, quorum mors petebatur in ultionem illorum quos supra sibi infestos, extinxerant. id. cap. 8.

(2) Recordamini verò vos reos fuisse criminis hujus cujus nunc ultio expetitur; idcirco non subterfugiatis præsentis mortis correptione expiari, certi quòd Deus puniat omne peccatum quod ad pœnam vel pœnitentiam rea conscientia non adduxit.

armé, on ne peut pas inférer qu'il n'existait aucune autre cause du martyre du saint évêque, je me borne à répondre que dès qu'on peut tirer de pareilles inductions du silence d'un écrivain, on peut tout supposer en histoire, et en faire une science systématique et arbitraire, et il suffira toujours de dire, quand on voudra présenter un fait sous un point de vue favorable à une opinion ou à un parti, que si un historien a tu telle cause ou telle circonstance, c'est qu'il n'a pas voulu ou qu'il n'a pas osé la rapporter. Mais je crois avoir assez démontré que cette crainte qu'on suppose aux historiens qui n'ont pas compromis les noms de Pépin et d'Alpaïde, n'a pas dû les arrêter plus que d'autres qui n'ont pas été si timides ni si circonspects.

D'après toutes ces circonstances, il me paraît raisonnablement, j'oserais presque dire juridiquement démontré qu'Alpaïde a été absolument étrangère à cet assassinat. Le récit de Godeschal est simple, naturel; c'est le ton d'un homme qui raconte bonnement ce qu'il croit. Celui des écrivains des temps postérieurs où l'on trouve le nom d'Alpaïde compromis, paraît, au contraire, forcé, confus; ils ont tout mêlé, tout confondu. Parmi les modernes, Fisen n'a fait que copier Renier. Foullon, après eux, ne sachant trop que faire, s'empara des deux versions, qu'il tâcha, par une espèce de tour de force, de lier tellement l'une à l'autre, qu'il n'en fit qu'une même histoire. C'est ce qu'on peut appeler un roman historique. En voyant la manière dont les faits ont été arrangés, je dirais mieux défigurés et dénaturés par tous ces écrivains, on ne peut guère douter qu'ils n'aient eu l'intention de faire une histoire adaptée à un système imaginé pour flétrir la mémoire d'Alpaïde et de Pépin. C'est sans doute pour appuyer ce système qu'ils ont dit

que Dodon était frère d'Alpaïde; car qui a avancé cette circonstance? Ce n'est pas l'ancien anonyme, ce n'est pas Godeschal : ceux-ci se bornent à dire, comme je l'ai rapporté, que ce Dodon était un des seigneurs de la cour de Pépin. Or, je le demande, s'il avait été le frère d'Alpaïde, cela devait être connu de tout le monde, et les historiens, qu'on prétend que la crainte a forcés au silence, n'avaient-ils pas un véritable sujet de craindre de déplaire à Alpaïde en nommant Dodon, si réellement il avait été son frère? car enfin, n'était-ce pas compromettre indirectement cette princesse? Citer le nom de l'exécuteur du complot, n'est-ce pas, par un retour naturel d'idées, rappeler à l'esprit celle de l'auteur? Ces hommes qu'on fait si timorés, eussent donc été bien inconséquens. On ne doit pas le supposer, et l'on peut au contraire inférer de ces réflexions, qui se présentent si naturellement, que Dodon n'était pas le frère d'Alpaïde. Qui sont ceux en effet qui l'ont dit? C'est, selon le père Pagi, dont je parlerai plus bas, Anselme qui l'a avancé le premier. Je crois que Pagi se trompe, et que c'est plutôt le chanoine Nicolas, et après lui le moine Renier, qui l'un et l'autre, je pense, étaient antérieurs, mais de fort peu de temps à Anselme. Ainsi peu importe; car ils écrivaient à peu près à la même époque, de l'an 1120 à 1150. C'est Sigebert de Gembloux, qui a copié ce que les derniers avaient dit sur la cause du martyre de St.-Lambert, sans rapporter celle qui avait été transmise par Godeschal. Pourquoi encore cette réticence? S'il y avait de la bonne foi, ne fallait-il pas rapporter l'une et l'autre? Mais non; il fallait tout arranger ou plutôt tout déranger pour assortir la chose au système ou au parti de ceux qui ne voulaient voir la chose qu'à leur manière. Qui encore? C'est Gilles d'Orval, qui est encore celui qui

paraît avoir le plus altéré la vérité. C'est ce que lui reproche en termes assez durs le baron Le Roi (1), de sorte que plus on s'éloigne du temps de l'événement, plus on dirait qu'on s'éloigne de la vérité.

C'est sans doute encore dans la même intention qu'ils ont tous rapporté que Dodon, par un châtiment visible du ciel, fut rongé de vers, d'autres disent de vermine, et déchiré de douleurs d'entrailles si vives, qu'il vomit ses intestins; Bouille ajoute même son âme. Je ne nie pas le fait (quant aux intestins, bien entendu), il est possible. L'abbé Velly, *Hist. de France*, tom. 1, pag. 312, le rapporte même sur la foi des chroniques liégeoises; mais il est bon de faire attention que cet historien observe que cette maladie vermiculaire était alors fort commune, et comme épidémique.

Tous ces légendaires qu'ont-ils donc fait autre chose que dénaturer les faits et embrouiller l'affaire? et en les jugeant ainsi je suis d'accord avec un écrivain très-religieux, qui en parle dans le même sens; c'est dom Mabillon, qui, dans son commentaire sur la vie de St.-Lambert, insérée dans les actes des saints de l'ordre de St.-Benoit, après avoir rapporté les noms des différens écrivains de la vie du saint évêque, qui sont ceux que j'ai cités, ajoute qu'il eût été plus heureux, s'il n'en avait eu qu'un, mais qui eût été plus exact. *Felicior certè futurus, si vel unicum, eumque diligentem habuisset.* Mais, dit ce savant et pieux bénédictin, il est arrivé à St.-Lambert ce qui est arrivé à tant d'autres saints, c'est-à-dire, que, quand, pour toujours renchérir les uns sur les autres, les auteurs font tous leurs

(1) At ubi sermo de martyrii causis instituit, præ ceteris veritatem odisse visus est. Topogr. hist. Gallo-Brab., lib. 7, p. 252.

efforts pour donner du lustre, de l'éclat et du merveilleux à la vie et aux actions de leurs héros, ils font précisément le contraire; ils les défigurent et les souillent par les fables, les inepties et les mensonges grossiers dont ils les surchargent (1).

Je suis encore d'accord avec un autre écrivain, non moins distingué par sa piété que par sa profonde science; c'est un prince de l'église, Godeau, évêque de Vence, qui dit positivement que ceux qui ont cru qu'Alpaïde avait fait assassiner St.-Lambert, se sont appuyés *sur des narrations fabuleuses ou corrompues.*

Je suis d'accord avec le savant et judicieux Antoine Pagi, cordelier, qui a relevé avec une critique si sage les nombreuses méprises de Baronius. Il n'hésite pas d'accuser d'imposture les différens auteurs des vies de St.-Lambert, à commencer par Anselme, qui, dit-il, pour nouer le tissu de sa fable et la rendre plus vraisemblable, feignit le premier qu'Alpaïde était la sœur de Dodon. Renier inventa d'autres particularités, et Gilles d'Orval, continue le père Pagi, plus coupable encore, a amplifié la narration d'Anselme, en omettant ce qu'il y a de plus croyable, et en recueillant ce qu'il y a de plus douteux. Ce jugement sur le moine d'Orval est bien conforme à celui qu'en porte le baron Le Roi, que j'ai cité plus haut.

Après ceux-ci, je pourrais citer Fleuri, Baillet, les Bollandistes, les auteurs de *l'Art de vérifier les dates*, qui, tous,

(1) At S. Landeberto id quod pluribus sanctis accidit, ut dum auctores, alius post alium, ipsius res gestas illustrare exornando amplificandove moliti sunt, eas e contrario incertis ac fabulosis narrationibus ineptè obscurârunt atrocibusque mendis fœdârunt.

ont attribué la mort de Lambert, non aux instigations d'Alpaïde, mais aux démêlés que les parens de Dodon eurent avec ceux de Lambert; et c'est bien plutôt, je pense, à ces sages écrivains qu'il faut s'en rapporter, qu'à tous ces pesans chroniqueurs du moyen âge, souvent égarés par une crédulité aveugle, ou entraînés, tranchons ici le mot, par un fanatisme grossier, qui, écrivant dans un siècle où la saine critique était absolument inconnue, où il eût peut-être même été dangereux de l'employer, rapportent les faits tels qu'ils les avaient appris, c'est-à-dire, comme ils étaient passés de bouche en bouche, sans examen, sans discussion, sans en chercher les preuves, ou selon qu'ils les trouvaient mieux assortis à leurs préjugés, à leur crédulité et à leur système. Je remarque d'ailleurs que ce ne sont que les écrivains liégeois, même ceux des derniers temps, qui, toujours dans l'intention de donner du lustre à leur église, ont accusé Alpaïde d'être l'instrument de la mort de St.-Lambert, afin de le présenter, non comme victime d'une querelle particulière, mais comme martyr d'un zèle apostolique. Mais les critiques modernes et les écrivains étrangers, dégagés de toute prévention, de toute partialité, de tout esprit national, ont pesé les preuves, ont distingué ce qui était absurde de ce qui est raisonnable, n'ont, en un mot, cherché que la vérité, et c'est dans ceux-là, selon moi, que ceux qui aiment à la découvrir, iront la trouver.

Je sais qu'un savant liégeois, René-François de Sluse, chanoine de St.-Lambert, a publié sur ce sujet une dissertation (1),

---

(1) De tempore et causa martyrii S. Lamberti, tungrensis episcopi, diatriba chronologica et historica.

dans laquelle il tàche de fixer le temps et d'assigner la cause du martyre de son saint. Mais, en le lisant attentivement, on ne peut guère se méprendre sur son intention, et l'on s'aperçoit aisément qu'il cherche à jeter du lustre sur l'histoire de son pays, et que c'est pour cela qu'il accompagne la mort du patron de Liége, de toutes les circonstances qui lui donnent le caractère d'un véritable martyre. Il s'efforce donc, non par des faits avérés, mais par des probabilités et des apparences, de prouver que la véritable cause de l'événement a été l'influence et le crédit d'Alpaïde. Mais le silence de Godeschal l'embarrasse; car c'est un terrible argument contre son système. Il cherche donc, comme Renier, à expliquer ce silence par les ménagemens politiques que devait employer cet écrivain, pour ne pas choquer la race puissante des Pépins. Je crois, pour mon compte, avoir suffisamment démontré la faiblesse de cette raison, par celles que j'y ai opposées plus haut.

Du reste, que St.-Lambert soit honoré comme martyr, j'y souscris : l'église de Liége l'honore comme tel; elle a bien toujours également honoré comme tels Pierre et Andolet, et leurs reliques étaient encore dans les derniers temps exposées à la vénération publique à côté de celles de St.-Lambert; et l'on sait d'ailleurs que, dans ce temps et long-temps après, on donnait le titre de martyr à ceux qui, après avoir bien vécu, périssaient injustement. Or, que St.-Lambert ait été injustement assassiné, je le crois; mais cela ne prouve pas que c'est Alpaïde qui en a été la cause.

J'ajouterai encore ici un témoignage que je regarde comme bien respectable; c'est celui du père Daniel Papebroch, bollandiste, qui, à l'occasion de Ste.-Adèle, patrone d'Orp-le-Grand,

dit, en parlant de l'assassinat de St.-Lambert, qu'Alpaïde n'y eut aucune part, comme l'ont cru les écrivains modernes, contre l'autorité de Godeschal, contemporain : *nullam in eo scelere partem habente Alpaïde, ne quidem occasionalem, ut posteriores scriptores passim credidere, contra proximioris Godeschalki fidem.* Acta SS. Belg. sel., tom. 2, p. 634, n. 6. On voit que ce savant bollandiste regarde aussi l'autorité de Godeschal, comme la plus sûre.

3. Qu'est devenue enfin Alpaïde? Ce n'est que pour ne laisser rien ignorer de tout ce qu'on a écrit sur cette princesse, que je rapporterai ce qu'on a inventé sur sa fin. N'a-t-on pas dit qu'un frère de St.-Lambert, alla, après la mort de Pépin, arracher Alpaïde de sa retraite d'Orp-le-Grand, et qu'il la jeta dans un grand feu, où elle périt? Augustin Wichman, *Brabant. Mariana*, lib. 3, cap. 30, p. 690, le dit positivement. Il appelle ce frère de St.-Lambert le comte *Plaudus* (1). Un manuscrit que j'ai sous les yeux, sans date et sans nom d'auteur, rapporte aussi que *Landris*, comte de Looz, frère de St.-Lambert (2) (il y a, comme on voit, différence dans le nom), fit brûler Alpaïde. C'est le titre d'un chapitre, et voici comment le fait y est raconté. « Un jour que cheuarchoit Landris avec ses

(1) On lit en effet dans la vie de St.-Hubert que le frère de St.-Lambert, appelé *Plaudus*, comte d'*Osterne*, a vengé la mort de son frère vers l'an 725. Qu'est-ce que ce comté d'Osterne? Les opinions varient à ce sujet; mais cette discussion serait étrangère à l'objet de ce mémoire. On peut voir au reste le tome I des *Act. SS. Belg.*, p. 307.

(2) Je doute que les comtes de Looz remontent si haut. Mantélius, écrivain judicieux, qui a donné une bonne histoire du comté de Looz, place l'origine de ces comtes à Charlemagne.

» gens à Orpes, où Alpaïs estoit demourante, laquelle Landris » hayoit (haissait) à mort pour la meurde de S. Lambert, son » frère, qu'elle auoit fait faire et procuré : pourquoy il la feit » prendre et brusler en ung feu tellement que personne ne la » sceut reschoyr (secourir) ni en dissuader ledit Landris, tant » il la hayoit. » On sent qu'il faut reléguer ce récit au rang de ces misérables contes dont sont remplis tous ces mauvais recueils : aussi je ne rapporte celui-ci que pour faire comprendre que c'est comme par une sorte d'acharnement à poursuivre la mémoire de cette princesse, qu'on s'est en quelque sorte plu à imaginer les contes les plus absurdes, qui, après tout, ne peuvent que faire manquer le but de ceux qui les inventent; car à force de surcharger leurs histoires pour leur donner une apparence miraculeuse, ils ne les ont rendues que ridicules et incroyables. *Qui nimis probat, nihil probat.*

La vérité est qu'Alpaïde se retira à Orp-le-Grand, où elle fonda une abbaye de religieuses, qui fut détruite par les Normands. C'est ce qu'attestent tous les historiens. Le baron Le Roi dit que le tombeau d'Alpaïde avait existé dans la grande église d'Orp-le-Grand, avec cette inscription : *Alpaïs comitissa conthoralis Pipini Ducis*, mais qu'il n'en restait plus de vestiges. Cependant Miræus, dans ses *Fastes belgiques*, dit que ce tombeau a été découvert dans l'église paroissiale d'Orp-le-Grand, devant l'autel de la Vierge, l'an 1618. C'est ce que le baron Le Roi ignorait sans doute. Mais ce qui était aussi généralement ignoré, c'est que le 21 mars 1674, cette église fut entièrement consumée par les flammes avec tout ce qu'elle renfermait, les autels, qui étaient au nombre de sept, ainsi que la tour avec les cloches. Cet incendie a été constaté par l'extrait

d'un registre déposé dans les archives de cette paroisse. J'en transcris ici en note le contenu littéral (1).

S. M. le roi des Pays-Bas, informé de l'existence présumée de ce monument dans cette église, a chargé S. E. le ministre de l'instruction publique de demander à cette académie son avis sur cet objet. La compagnie s'est en conséquence concertée, par l'intermédiaire de son secrétaire perpétuel, avec M. le gouverneur du Brabant méridional, qui a délégué M. le commissaire du district de Nivelles, dans le ressort duquel est situé Orp-le-Grand, pour faire toutes les perquisitions qu'on jugerait convenables à l'effet de parvenir, s'il était possible, à la découverte de ce tombeau. Ce commissaire s'est en conséquence

---

(1) Voici cette pièce, signée pour copie conforme à l'original par M. Michotte, maïeur, et M. Defays, desservant d'Orp-le-Grand.

Ad perpetuam rei memoriam.

Notum sit quòd anno 1674 *die vigesimâ primâ martii, quæ erat vigilia jovis sancti, sive cœnæ Domini, inter undecimam et duodecimam horam matutinam, incendio infausto consumpta fuerit ecclesia nostra Orpiensis, quæ tempore belli repleta erat mobilibus totius parochiæ, quæ omnia consumpta fuerunt, occasione, ut fertur, infantis sine baptismo defuncti, qui offerebatur ante altare Sanctæ Adiliæ, ut per intercessionem præscriptæ a Deo gratiam vitæ et baptismi reciperet. Omnia altaria quæ erant septem, navis, turris cum campanis et omnia fuerunt igne consumpta. Nunc verò ecclesia nostra, quam Deus conservare dignetur, fuit multis expensis per decimatores restaurata. Ita accepi a Deodato Dumoulin ætatis suæ* 77. *Ita testor hac* 25 *feb.* 1738. *Inferiùs est signatum. F. B. Du Bois, past. in Orpio.*

Pour copie conforme à son original faite à Orp-le-Grand, ce 23 décembre 1823. Signés, J. D. J. De Fays, desservant d'Orp-le-Grand, 1823. Michotte, maïeur.

rendu sur les lieux, et à l'intervention de M. le maïeur d'Orp-le-Grand et de M. le desservant, il a procédé à cette opération, en faisant les fouilles et les démolitions qu'on a cru nécessaires. Mais toutes les recherches ont été inntiles, comme il en conste par le procès-verbal qui en a été dressé le 20 novembre 1823. Le tombeau d'Alpaïde aura donc été consumé avec le reste dans l'incendie de 1674.

Mais quand Alpaïde s'est-elle retirée du monde? Les uns en fixent l'époque avant, les autres après l'assassinat de St.-Lambert; car on varie beaucoup sur la date de cet événement. Les uns la fixent à l'an 696, les autres, à l'an 699; ceux-ci, à l'an 700; ceux-là, à 707 et 708; les Bollandistes, à 709; et c'est ce qui fait dire positivement à Adrien Jourdan qu'Alpaïde n'eut point de part à l'assassinat de St.-Lambert, puisquelle était séparée de Pépin depuis le commencement du siècle, et retirée dans un monastère. Cette preuve serait décisive, si la date de la mort de St.-Lambert était certaine; mais comme Jourdan n'en est pas plus sûr qu'un autre, on ne peut pas adopter aveuglément son raisonnement. Miræus dit au contraire que ce ne fut qu'après la mort de Pépin (il mourut en 714) qu'Alpaïde se retira à Orp. Dans ce conflit de contradictions, il faut donc, à défaut de preuves positives sur l'époque, se borner à rapporter le fait, savoir, qu'Alpaïde se retira à Orp, qu'elle y mourut, et qu'elle y fut enterrée, puisqu'on y a retrouvé son tombeau.

4. Alpaïde, comtesse de Hougarde, a donné à l'église de St.-Lambert les terres de Hougarde, de Lumai, de Tourines, etc.; elle a fondé dans le premier de ces villages un chapitre de chanoines, et a donné son comté de Jodoigne au

comte de Brabant, à condition qu'il se déclarerait avoué de l'église de Hougarde. Est-ce Alpaïde, mère de Charles-Martel? Non. Miræus, Divæus et d'autres l'ont cependant avancé; mais ils se trompent, confondant ainsi deux dames de ce nom. Cette Alpaïde, comtesse de Hougarde, est différente de l'autre : elle a réellement légué à l'église de Liége les terres dont je viens de parler, et la preuve s'en trouve dans l'inscription qu'on lit sur une grande pierre de marbre qui recouvre un tombeau dans l'église de St.-Paul à Liége, et où l'on voit taillée la figure d'une femme, avec une inscription latine, qui signifie en français : *Ici gît Alpaïde, comtesse de Hougarde, qui nous a légaté Jodoigne et Tourines, et qui a fait de son propre château de Hougarde une église où elle a fondé des prébendes.*

J'ai cru devoir, en finissant, relever encore cette bévue, pour tâcher, autant que possible, à travers tant d'absurdités, d'incertitudes et de contradictions, d'éclaircir la vérité sur toutes les circonstances relatives à ce point si embrouillé de notre histoire.

FIN.

MÉMOIRE

SUR

LES INVASIONS, L'ÉTABLISSEMENT ET LA DOMINATION

DES

FRANCS DANS LA BELGIQUE.

PAR M. DEWEZ, SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

LU A LA SÉANCE DU 5 MARS 1824.

MÉMOIRE

SUR

L'ETABLISSEMENT DES FRANCS

DANS LA BELGIQUE.

Les Francs, originaires, selon les uns, de la Scandinavie, selon les autres, des Marais Méotides et des Pannonies, qui correspondent à la petite Tartarie et à la grande Hongrie, ou qui, plus vraisemblablement, étaient passés d'un pays à l'autre, étaient une ligue ou association de différens peuples germaniques. Ces peuples, qui probablement vinrent dans la suite habiter le pays situé entre l'Elbe et la mer Baltique, se trouvant trop resserrés dans ces bornes étroites, cherchèrent un établissement plus vaste et plus commode, et vinrent se fixer dans le pays situé entre les Allemands, qui avaient avancé leurs limites jusqu'aux rives du Mein, et les Saxons, qui avaient étendu leur domination jusqu'à la partie maritime de la Frise, de la Belgique et des Armoriques. *Inter Saxones et Alemannos gens est non tam lata quàm valida; apud historicos Germania, nunc verò Francia vocatur* (1). Il paraît qu'ils ne pri-

(1) D. Hieronym. in vita Hilarion.

rent le nom de *Francs* qu'au temps où ils occupèrent ces contrées; car ce nom n'est point originairement un nom de peuple, mais un titre d'honneur, que ces peuples, unis par l'amour de la liberté, se donnèrent pour indiquer leur intention commune, qui était de défendre leur indépendance contre la domination des Romains. *Franck*, ou plutôt *vrank*, signifiait dans leur langue, comme il signifie encore en flamand, *libre*.

Les Francs étaient partagés en plusieurs tribus.

Les Sicambres, ou Sycambres, ou Sygambres, qui habitaient le pays borné par la rive droite du Rhin, entre les cours de la Lippe, de la Roer et de la Sieg, étaient une de ces principales tribus. Ils ont probablement pris leur nom de la rivière de Sieg, qui prend sa source non loin de Dillenbourg, petite ville du comté de Nassau, et se jette dans le Rhin, à peu près vis-à-vis de Bonn, après un cours de vingt lieues. Cette étymologie ne paraît pas du moins forcée, comme tant d'autres. Ainsi, l'on peut fixer comme limites des Sicambres, à l'occident, le Rhin et la Meuse; au midi, la Niers, et plus bas, la Sieg; et, pour le nord, qu'on trace une ligne transversale, de l'endroit où se fait la première division du Rhin à la pointe de l'île des Bataves (c'est où depuis fut bâti le fort de Schenck) jusqu'à la petite ville de Luynen, sur la Lippe, dans le comté de la Marck (car les Sicambres s'étendaient dans cette partie sur la rive droite de cette rivière), et qu'on prolonge cette ligne jusqu'à sa source; pour l'orient, qu'on tire également une ligne de la source de la Lippe à celle de la Sieg, et l'on aura la démarcation du pays des Sicambres aussi juste qu'il est possible de la figurer. Il en résulte qu'ils habitaient le pays où sont actuelle-

ment les villes de Siegen, dans la Wétéravie, à 6 lieues de Dillenbourg et de Siegeberg, dans le duché de Berg, à 2 lieues de Bonn. Cette nation des Sicambres était une race cruelle, qui se plaisait dans le sang et le carnage, dit Horace (1).

Les Tenchtres et les Usipètes, peuples germaniques, qui, persécutés par les Suèves, avaient passé le Rhin en très-grand nombre sous le consulat de Pompée et Crassus (2), s'étaient établis dans la Belgique tant par ruse que par force, c'est-à-dire, par une invasion subite, une retraite simulée et un retour imprévu (3). César les en chassa après un grand combat, dans lequel ils furent cruellement défaits. Leur cavalerie, ou au moins la plus grande partie, qui avait passé la Meuse pour y chercher des vivres et des provisions (4), ayant appris la déroute de leurs compatriotes, se hâtèrent de repasser le Rhin (5), et vinrent se réfugier chez les Sicambres, qui leur accordèrent un asile. On peut croire que cette cavalerie nombreuse formait la majorité de la nation, puisque l'art de l'équitation était l'exercice dans lequel elle excellait, selon Tacite. *Tenchteri, super solitum bellorum decus, equestris disciplinæ arte præcellunt* (6). Boucher (7) place les Usipètes dans la par-

---

(1) *Cœde gaudentes Sicambri*. Lib. 4, ode 14.

(2) Cæs. lib. 4, c. 1. Pompée et Crassus ont été consuls ensemble deux fois, savoir, l'an de Rome 684, 70 avant J. C.; 699 de Rome, 55 avant J. C. C'est de cette dernière année qu'il s'agit ici.

(3) Cæs. lib. 4, c. 4.

(4) Id. ibid., c. 9.

(5) Id. ibid., c. 11, 12, 13, 14, 15, 16.

(6) *German*. c. 32.

(7) *Belg. Rom.* lib. 1, c. 14, n. 7.

tie basse du Rhin et de la Lippe, et les Tenchtres dans la partie haute du fleuve, c'est-à-dire, plus au midi. La position que leur assigne M. Raepsaet, dans son *Précis topographique de l'ancienne Belgique*, paraît beaucoup plus exacte. Il les place entre Wezel et Lipstad, de sorte qu'ils occupaient une partie du comté de la Marck, des duchés de Berg et de Clèves, depuis Wezel jusqu'à Dusseldorf. Cette position s'explique naturellement par celles des peuples voisins. Le Rhin servait aux Tenchtres et aux Usipètes de limite et de boulevard, et ils avaient au levant les Cattes, qui, placés entre le Rhin, le Mein et le Wéser, occupaient les environs de Paderborn. Au nord, ils touchaient aux Bructères, qui habitaient la Westphalie, et s'étendaient dans le comté de la Marck (1). Ces trois nations, les Sicambres, les Tenchtres et les Usipètes, qui, ainsi réunies, n'occupaient que le petit espace du Wahal à la Sieg, devinrent cependant si redoutables, qu'elles purent non-seulement résister aux Romains, mais qu'elles osèrent même les braver pendant 40 ans environ, c'est-à-dire, depuis l'arrivée des Tenchtres et des Usipètes l'an de Rome 699 jusqu'à l'an 738, qu'Auguste les soumit à l'empire romain. Il leur accorda la paix, et cet événement fut regardé comme un des plus importans et des plus glorieux de cette époque, et chanté par Horace (2).

(1) Après avoir fait toutes mes recherches et fixé mon opinion sur la demeure des Tenchtres et des Usipètes, j'ai vu avec une extrême satisfaction, en lisant le *Précis topographique* de M. Raepsaet, que j'avais pris la même route que mon savant et honorable confrère. Cette heureuse rencontre m'a autorisé à croire que je ne me suis pas égaré.

(2) *Te cœde gaudentes Sicambri*
Compositis venerantur armis. Lib. 4, ode 14.

Auguste, à qui l'expérience avait appris que la fidélité des Germains était si chancelante, que les sermens et les otages n'étaient que de faibles garans de leurs promesses (1), en transplanta un grand nombre au delà du Rhin, dans la Gaule-Belgique, entre la Meuse et le Wahal (2). Le nombre de ceux qui passèrent dans ces vastes solitudes, qu'ils peuplèrent et qu'ils défrichèrent, est de 40,000, selon Suétone (3). Il n'en resta qu'un très-petit nombre dans leur ancienne patrie, dit Strabon, *sed et exigua Sicambrorum restat portio*, c'est-à-dire, ceux que l'âge ou les infirmités rendaient incapables de supporter les fatigues du voyage, ou qui purent par adresse échapper aux recherches et aux perquisitions des agens chargés de cette opération. C'est ainsi, comme le dit Tacite (4), que le nom et la nation des Sicambres furent anéantis, *Sigambri excisi.* Ils furent à la fin connus sous la dénomination générique de Francs, comme on le voit dans la table de Peutinger où on lit le mot FRANCIA en gros caractères, dans l'endroit où étaient situés les anciens Sicambres. On retrouve encore cependant leur nom dans les auteurs des siècles suivans, dans Martial, dans Claudien, dans Sidonius, et St.-Remi lui-même, administrant le baptême à Clovis, le traite de Sicambre, *Mitis depone colla Sicamber* (5), parce que les Francs, dont Clovis

(1) Bucher. Belg. Rom., lib. 1, c. 20.

(2) *Sic ripœ duplicis tumore fracto*
Detonsus Vahalim bibat Sicamber.
Sidon. in Major., carm. 13.

(3) Sueton. in Aug. c. 21, et in Tiber. c. 9. On a prétendu qu'au lieu de XL, il fallait lire XC. Eutrope en compte 400,000.

(4) Ann. lib 12, c. 39.

(5) Greg. Tur. lib. 2, cap. 31.

était le chef, étaient les descendans des anciens Sicambres.

Les Chamaves, qui avaient habité dans le même espace de terrain que les Sicambres, c'est-à-dire probablement dans la partie qu'occupèrent dans la suite les Tenchtres et les Usipètes, comme on le voit encore dans la même table de Peutinger, où l'on trouve, dans la position assignée à ces deux dernières nations, le mot *Chamavi* avec la dénomination de *Franci : Chamavi qui et Franci*, les Chamaves, dis-je, étaient aussi puissans que les Sicambres, auxquels ils paraissent avoir succédé, quand ceux-ci eurent été anéantis. Ainsi, après avoir cédé leur place aux Tenchtres et aux Usipètes, ils reprirent plus tard celle des Sicambres. C'est du moins ce qui paraît le plus probable.

Les Saliens, qu'Ammien Marcellin appelle les premiers des Francs, *primos omnium Francos*, ayant été chassés de leur ancienne demeure par les Saxons, vinrent se fixer sur les bords de l'Yssel et du Zuiderzée. Mais ont-ils tiré leur nom de la Salle ou Salz, rivière qui coule dans la Haute-Saxe, ou de l'Yssel, en latin *Sala* ou *Isala*, qui passe dans le duché de Clèves? C'est ce que l'on ignore. Quand l'ont-ils pris? C'est encore ce que l'on ignore. C'est la coutume, dit Ammien Marcellin, qui le leur a donné. *Francos eos quos consuetudo Salios appellavit.* Mais ne sont-ce pas eux, peut-être, qui ont communiqué leur nom à ces rivières? C'est ce qui me paraît le plus probable. Quoi qu'il en soit, le pays de *Salland* ou *Zalland*, c'est-à-dire, *terre* ou *pays des Saliens*, où sont les villes de Zwol, Kampen, Deventer, Hasselt, dans la province d'Over-Yssel, la ville d'*Oldenzaal*, *Salia vetus*, comme si l'on disait *ancienne demeure des Saliens*, paraissent rappeler bien clairement le séjour de cette

nation dans ce pays. C'est donc dans l'Over-Yssel, le comté de Zutphen, et le Weluwe ou Welaw, dont la ville principale est Arnhem, qu'il faut placer les Saliens, qui, de ces contrées s'avancèrent dans l'île des Bataves, dont la partie orientale a conservé le nom de Betuwe ou Betaw.

Voilà donc les trois principales tribus des Francs, les Sicambres, les Chamaves et les Saliens. Mais quelle est celle qui doit avoir la prééminence? C'est ce qu'il serait difficile de décider. Les Sicambres et les Chamaves sont désignés dans la table de Peutinger sous la dénomination de *Franci*, et c'est ce qui ferait croire que, si l'on a donné le nom du tout aux parties, il est à présumer que ces deux parties sont les plus éminentes et les plus distinguées. D'un autre côté, Ammien donne aux Saliens le titre de premiers Francs. Voilà donc ces trois tribus placées à peu près sur la même ligne. Ainsi, sans disputer sur la prééminence, il faut se borner à voir ce que ces peuples sont devenus. Les Sicambres furent anéantis : il n'en restait que le nom et le souvenir. Les Chamaves avec les autres peuples désignés sous le nom général de Francs, ayant été chassés de leur pays par les Saxons, qui s'étaient avancés jusqu'au Rhin, reprirent peu à peu une étendue équivalente de terrain sur les Allemands, dont le pays s'étendait au delà de la rive droite du Mein jusqu'à la rivière de Lohn dans la Hesse; et les ayant forcés à se retirer jusqu'au Necker, ils s'emparèrent de tout ce pays, qui, du nom des nouveaux possesseurs, fut appelé *Francia* et enfin *Franconie*.

Les Bructères avaient d'abord habité le pays qui correspond en grande partie à la Westphalie; car Tacite rapporte (1) que

(1) Annal. lib. 1, c. 60.

l'armée romaine traversa le pays des Bructères, qui, pour l'arrêter dans sa marche, saccagèrent et brûlèrent leur propre pays. Mais les Romains, leur ayant donné la chasse, continuèrent leur route jusqu'aux extrémités de ce pays, et dévastèrent toute la partie qui se trouvait entre l'Ems et la Lippe. *Bructeros sua urentes. . . . Stertinius. . . . . fudit. Ductum inde agmen ad ultimos Bructerorum, quantumque Amisiam et Luppiam omnes inter, vastatum.* Or cette position ne convient qu'à la Westphalie. Les Bructères, toujours au rapport de Tacite (1), furent exterminés et entièrement anéantis par les Chamaves et les Angrivariens, d'accord avec les nations voisines. *Chamavos et Angrivarios immigrasse narratur, pulsis Bructeris ac penitus excisis, vicinarum consensu nationum.* Ce pays touchait à la Forêt Hercinie (2), qui, du temps de César, couvrait toute la Germanie. Elle avait (c'est César lui-même qui en donne cette idée) une si vaste étendue qu'il fallait neuf jours pour en traverser la largeur, et ceux qui l'avaient suivie dans sa longueur pendant soixante jours, n'ont pu dire qu'ils en avaient trouvé le commencement. *Herciniæ Silvæ latitudo IX dierum iter expedito patet. . . . . . . Neque quisquam est hujus Germaniæ qui se aut adisse ad initium ejus silvæ dicat, cum dierum iter LX processerit, aut quo ex loco oriatur.* Lib. 6, c. 25. Le Schwarts-Wald, Forêt Noire, et le Wester-Wald sont des restes de la Forêt Hercinie. C'est à cette dernière que les Bructères confinaient. Elle a 7 lieues d'étendue, près de Herbon, dans la Vettéravie, contrée de l'Allemagne,

---

(1) German., c. 33.

(2) . . . . *Venit accola Silvæ Bructerus Herciniæ.* Claud. de 4 Honor. cons.

divisée, comme on sait, par la rivière de Lohn où Lahn, qui l'a traverse d'orient en occident. Il était couvert de marécages, *broek*, d'où ce peuple a très-probablement pris son nom (1), comme plusieurs villages du nom de *Bruch*, *Bruck*, *Bruckten*, dans ce pays, paraissent encore le retracer. La carte de Peutinger indique la situation des Bructères au delà de Cologne, où l'on voit en gros caractères BRUCTURI. Ils reprirent, comme les Sicambres et les Chamaves, leur ancien nom dans la ligue des Francs.

Les Attuaires, voisins des Bructères, habitaient primitivement au delà du Rhin, ce canton montueux, d'où prennent leurs sources, aux environs de Borken, Borkolt, Groll, ces petites rivières, qui, après avoir arrosé le comté de Zutphen, se jettent dans l'Yssel; et ayant dans la suite passé le Rhin, ils s'étendirent dans le pays situé entre le Rhin et la Meuse, vers la rivière de Neerse, qui se jette dans ce dernier fleuve à Gennep, dans le duché de Clèves.

C'est vers le milieu du troisième siècle, c'est-à-dire, vers l'an 240, que les Francs firent les premiers efforts pour pénétrer dans les Gaules. Depuis la conquête de la Belgique par César, le Rhin avait servi de barrière entre les Romains et les Germains qui habitaient la rive droite de ce fleuve. Mais ces peuples, qui, à cette époque, n'étaient encore connus que sous le nom générique de Germains, commencèrent à former des entreprises sérieuses contre l'empire, et parvinrent à passer le Rhin. Aurélien, qui commandait la sixième légion des Gaules

(1) Bucher. Belg. Rom., lib. 6, c. 13, n. 9. Mém. cour. par l'Académie de Bruxelles, en 1771, p. 8.

près de Mayence, les défit complètement (1) : il en tua sept cents et en prit trois cents, qu'il vendit comme des esclaves, *sub corona,* c'est-à-dire, en leur mettant, selon la coutume, une couronne de fleurs sur la tête. C'est à l'occasion de cette fameuse victoire que fut faite cette chanson rapportée par Vopiscus : *Mille Francos, mille Sarmatas semel et semel occidimus : mille, mille, mille, mille, mille Persas quærimus.* C'est le plus ancien monument historique où l'on trouve le nom de Francs. Or cette chanson ayant été composée à l'époque de l'expédition contre les Perses, c'est-à-dire, en 241, prouve que les Francs étaient déjà connus dès ce temps.

Aurélien, parvenu à l'empire, sut contenir les Francs sous son règne. Un déluge de ces barbares, suivis de plusieurs autres nations germaniques ayant passé le Rhin, pénétrèrent, sous le règne de Tacite et Florien, par les confins de la Belgique dans les Gaules, où ils surprirent des villes fortes, riches et puissantes. C'est ce qu'atteste le rapport adressé au sénat le 25 septembre 275 par le consul Gordien. Mais il ne donne pas le nombre de ces villes.

Probus, qui venait d'être élevé à l'empire, s'étant mis à la tête d'une puissante armée (2), défit ces barbares dans différens combats, leur reprit les villes dont ils s'étaient emparés, leur tua quatre cent mille hommes, et leur enleva plus de butin qu'ils n'en avaient fait, força neuf de leurs rois à lui demander grâce à ses genoux, bâtit des forts et plaça des garnisons dans leurs terres, en tira des otages, qu'il dispersa dans

(1) Vopisc. in Aurel.
(2) Vopisc. in Probo.

les différentes provinces pour servir contre les ennemis de l'empire. Probus, dans une lettre emphatique, adressée au sénat et rapportée par Vopiscus (1), fait le détail de ces différens exploits. Il y porte le nombre des villes qu'il a reprises à soixante et dix : Vopiscus n'en compte que soixante; c'est déjà bien assez. Qu'il nous soit donc permis de croire que ce nombre est singulièrement exagéré. Celui de quatre cent mille hommes l'est-il moins? Quant aux villes, il est d'autant plus raisonnable d'en douter, qu'il n'y avait alors dans tout le pays borné par le Rhin que des bourgades sans murs, défendues seulement par de mauvaises palissades et entourées de fossés. Ce n'est guère que sous Henri l'Oiseleur, comme on sait, vers l'an 920, que la Germanie eut des villes murées et fortifiées. Il faut donc reléguer ces exagérations ridicules au rang des mensonges grossiers et des extravagantes hyperboles dont les écrivains de ces temps, amateurs du merveilleux, ont rempli leurs histoires; et on peut le dire surtout de Vopiscus et de Zozime, qui ont écrit l'histoire de Probus. Ce dernier ne dit-il pas qu'au moment où les vivres manquaient, il tomba du ciel une pluie abondante mêlée de grains de froment, dont il se forma en plusieurs endroits des tas considérables, que les soldats recueillirent? Quand un historien raconte sérieusement de pareilles absurdités, on est, je crois, autorisé à révoquer le reste en doute. Selon le récit de Zozime, il transféra les prisonniers au delà de l'Océan, dans l'Ile Britannique, et selon le rapport de Vopiscus, au delà du Necker et de l'Elbe. Les rapports qui, au premier aspect, paraissent contradictoires, peuvent cependant très-aisément se concilier. Le vainqueur aura

(1) Vopisc. in Probo, c. 15.

probablement dispersé ces barbares, composés de différentes nations. Les Allemands, par exemple, auront été transportés au delà des fleuves, et les Vandales, au delà de l'Océan. C'est la conjecture très-probable de Boucher, qui explique de cette manière les deux passages de Vopiscus et de Zozime, relatifs à cet événement (1). Les Francs furent en grande partie envoyés sur les bords du Pont-Euxin, comme le dit positivement l'orateur Eumenius (2), d'où ces nouveaux colons, dont la plupart étaient Belges, s'étant emparés de tous les vaisseaux de cette mer, portèrent la désolation sur toutes les côtes de l'Asie mineure, de la Thrace et de la Macédoine; pénétrèrent dans la Grèce dont ils dévastèrent les différentes provinces; abordèrent dans la Sicile, dont ils pillèrent la capitale; entrèrent dans l'Afrique, dont ils ravagèrent les côtes, et revinrent par le détroit de Gibraltar, chargés d'un immense butin, sur les côtes des provinces belgiques (circonstance qui concourt à faire présumer qu'ils étaient Belges), sans avoir été arrêtés dans leurs courses ni inquiétés dans leurs brigandages.

Zozime et Eumène font le récit de cette étonnante expédition, qui retrace en quelque sorte l'idée de celle des Argonautes. Les légères variations qui se rencontrent dans le récit de ces deux écrivains, ont porté quelques historiens à croire qu'ils parlaient de deux expéditions différentes. Ceux qui adoptent cette opinion, croient que ce fut sur les bords du Rhin que Probus transporta cette colonie de Francs, qui y établirent une marine très-formidable, avec laquelle ils parcoururent et

(1) Belg. Rom., lib. 7, c. 1.
(2) Eumen. in Panegyr.

infestèrent les mers. Cependant je ne pense pas qu'on puisse douter qu'ils ne parlent de la même expédition.

Depuis cette époque, les Francs étendirent insensiblement leurs établissemens sur la rive gauche du Rhin, se mêlant aux différens peuples de la Belgique et de la seconde Germanique (1) et se contentant de s'y fixer comme alliés ou comme tributaires des Romains. Un grand nombre même qui, s'étant enrôlés dans les légions romaines, étaient parvenus aux premières dignités de la milice et du palais, amenèrent même des corps de troupes de leur nation au service de l'empire. Ceux à qui était confiée la garde de la Belgique et de la seconde Germanique, sous le nom de *milites limitanœi et riparii,* ont été composés depuis ce temps de Belges et de Francs, à qui les empereurs accordaient des terres à cultiver ou à défricher.

Les peuplades de Francs, qui n'avaient point été soumises à la domination romaine, s'étaient réunies aux Saxons, et ne cessaient d'infester les côtes de la Belgique. Ils avaient cependant été contenus sous le règne de Constance; mais, après la mort de ce prince, ces barbares (c'est ainsi que les Romains les appelaient), méprisant la jeunesse de Constantin, son fils, se répandirent de rechef dans la Belgique. Constantin irrité fond à l'improviste sur cette horde, dont il fait un vaste carnage. Tous ceux qui tombèrent dans ses mains, les enfans

(1) Qu'on se rappelle que la Belgique, troisième partie des Gaules fut divisée par Auguste en trois provinces, la Belgique et les deux Germaniques, première ou supérieure, seconde ou inférieure, de sorte que la province dite Belgique n'était qu'une partie de la Gaule-Belgique, comme l'une et l'autre Germanique.

mêmes, furent indistinctement livrés aux plus affreux supplices (1) : il donna à Trèves un spectacle horrible, où les prisonniers, avec deux de leurs rois, Ascaric et Gaïze, furent exposés aux bêtes féroces (2). Cette vengeance terrible, quoi qu'en ait dit avec plus d'esprit que de vérité, le flatteur Eumenius, ne servit, comme il était aisé de le prévoir, qu'à irriter leur haine contre les Romains, et à perpétuer la guerre.

Les Francs, en effet, profitant de l'éloignement de l'empereur, qui était retourné à Rome, repassèrent le Rhin, et renouvelèrent leurs ravages dans la seconde Germanique. Constantin, accourant des rives du Tibre à celles du Rhin, contint et arrêta les barbares par sa seule présence, et il usa d'une feinte afin de les attirer sur les terres de l'empire et de pouvoir ainsi, avec plus de facilité et d'avantage, déployer ses moyens contre ces éternels ennemis du nom romain : il fit circuler le bruit qu'un mouvement plus dangereux l'appelait avec toutes ses forces dans la première Germanique, et il dirigea en effet sa route de ce côté; mais il eut soin de laisser en embuscade des troupes cachées qui empêchassent les Francs de revenir dans leurs retraites, après qu'ils se seraient avancés, comme il le prévoyait, sur le territoire romain. L'événement répondit à son opinion, et le succès à ses désirs. Dès que les Francs eurent franchi le passage, il fit débarquer une partie de son monde sur leurs terres, qu'il livra à la plus effroyable dévastation; et la horde des Francs qui était passée, surprise et attaquée des deux côtés, c'est-à-dire, par ceux qui s'étaient re-

(1) Eutrop. Eumen.
(2) Eumen.

tirés pour les attendre, et par ceux qui s'étaient cachés pour les poursuivre, essuya une si terrible défaite, qu'on croyait que le nom et la nation des Francs étaient anéantis.

Mais ces peuples indomptables étaient toujours repoussés, et jamais réduits. Leurs désastres ranimaient, pour ainsi dire, leurs forces (1), et ils n'attendaient, après avoir été battus, que le moment favorable pour se relever et se venger de leurs défaites. Ils profitèrent des troubles causés par les querelles des fils de Constantin, que la soif de régner arma l'un contre l'autre, et ils saisirent la circonstance où Constantin, qui avait voulu envahir les états de son frère Constant, venait d'être assassiné à Aquilée par ordre de ce frère. Ils se répandirent donc sur les terres de l'empire; c'est dans la deuxième Germanique qu'ils exercèrent les plus grands ravages, c'est-à-dire, dans les provinces belgiques actuelles (2). Constant, accouru de l'Italie dans les Gaules, livra deux grandes batailles à ces barbares, qui furent battus, mais pas domptés, et tout le fruit que Constant retira de cette victoire, fut de forcer les Francs à souscrire un traité de paix et d'alliance avec les Romains.

Cette paix ne fut pas plus durable qu'elle n'était sincère. La haine invétérée des Francs n'était que concentrée, leur audace

(1) *Duris ut ilex tonsa bipennibus,*
Nigrœ feraci frondis in Algido,
Per damna, per cœdes, ab ipso
Ducit opes animumque ferro.
Hor. lib. 4, ode 4.

(1) Bucher. Belg. Rom., lib. 9, c. 3, n. 5. Socrat. lib. 1, c. 7.

n'était que comprimée. Ils attirèrent donc de nouveau les Saxons et les Allemands à leur parti, et ils vinrent infester toutes les Gaules : ils prirent et détruisirent Cologne, ruinèrent quarante-cinq villes sur le Rhin, massacrèrent une partie des habitans, en enlevèrent une autre, et emportèrent un immense butin (1). Des bords du Rhin aux rives de l'Océan, les barbares exerçaient leurs horribles brigandages, et les malheureux habitans gémissaient sur les débris fumans de leurs remparts. Julien les arrêta et les défit, et tous ces barbares, frappés de terreur, repassèrent le Rhin. Julien, que les soldats venaient d'élever à l'empire, conçut le hardi projet d'aller les chercher dans leurs habitations. Les Germains effrayés envoyèrent des députés à Julien pour lui demander humblement la paix, et il leur accorda une trève de dix mois.

Mais ils n'attendaient qu'un moment favorable pour renouveler leurs hostilités ou plutôt leurs brigandages. Julien, qui le soupçonnait, profita de l'intervalle de repos que la paix lui laissait, pour s'occuper des moyens de prévenir leurs entreprises ; et sans attendre la saison, il tomba à l'improviste sur ces barbares. Le mois de juillet était, au rapport d'Ammien Marcellin (2), le temps où les opérations militaires commençaient dans les Gaules. Cette circonstance prouve combien la température de nos climats est changée. Or on ne peut attribuer la longueur des hivers dans ce temps-là qu'aux grandes forêts qui couvraient la surface des Gaules, et surtout de la Belgique.

---

(2) Juliani ep. ad S. P. Q. Atheniens.

(1) Lib. 17, cap. 8.

Déjà Julien était arrivé à Tongres, où une députation de Saliens vint lui demander la paix, qu'il leur accorda. Ayant passé le Rhin et la Meuse, il entra dans le pays des Chamaves, qui se soumirent volontairement à ses lois. Mais la mort de Julien ranima toutes les espérances des barbares, qui recommencèrent leurs incursions.

Le temps approchait où l'Europe, menacée d'une invasion générale, devait être la proie des barbares qu'avait vomis l'Asie. Déjà ils avaient poussé sur mer leurs incursions jusqu'à l'embouchure du Rhin, et sur terre jusqu'aux environs de Cologne. Ces barbares, devenus plus forts par leur réunion avec les Alains, pénétrèrent dans la seconde Germanique, qui comprenait la plus grande partie de la Belgique actuelle, où ils dévastèrent entr'autres la ville de Tongres, qui, dès ce temps, était, au rapport d'Ammien, une cité vaste et populeuse.

Les Francs, profitant de ces circonstances où les embarras que les barbares suscitaient à l'empire, rendaient leurs services nécessaires, prirent insensiblement une grande influence et un puissant ascendant dans cet empire chancelant. Parvenus aux premières dignités civiles et militaires, ils prêtèrent leurs secours aux Romains contre leurs ennemis; mais ce secours même devint funeste aux premiers. Les Francs, en effet, en combattant pour les Romains, se formèrent à leur tactique et à leur discipline, qui furent comme les instrumens dont ils se servirent pour renverser le colosse, dont ils avaient été les soutiens et les appuis. Les rapports intimes qu'ils avaient avec les Romains leur avaient découvert d'ailleurs l'état d'affaiblissement où était l'empire, sourdement miné par ses discordes intestines et entraîné par son propre poids. Les empereurs se

trouvant, par cette fatale nécessité, comme asservis à leurs turbulens protecteurs, se virent réduits à la déplorable alternative d'être ou leurs jouets ou leurs victimes, et ils étaient ainsi forcés ou à plier sous leurs lois, ou à tomber sous leurs coups.

L'intérêt, ou pour mieux dire, le danger commun réunit les Francs et les Belges. Les Vandales, les Alains, les Marcomans, les Hérules, les Suèves, les Saxons, les Bourguignons, se précipitèrent comme un torrent dans la première Germanique et la seconde Belgique. La ville de Mayence fut détruite, et les territoires de Worms, Spire, Strasbourg, Reims, Arras, Boulogne et Tournai furent livrés à la dévastation et au pillage, et les malheureux habitans de ces cantons, arrachés à leurs foyers, furent traînés dans la Germanie. Les Francs et les Belges se joignirent aux Romains pour combattre ces ennemis communs des nations. Ces barbares furent complètement défaits dans une grande bataille, qui se donna sur les limites du pays des Nerviens.

Ce n'était pas par attachement pour les Romains (car leur soumission n'était que forcée ou apparente) que les Belges avaient pris leur parti; c'était pour leur propre sûreté, et ils ne cherchaient que les moyens de se soustraire à une domination, qui leur était devenue insupportable. Ils resserrèrent donc plus étroitement les nœuds de l'alliance qu'ils avaient contractée avec les Francs, qui, comme eux, supportaient impatiemment le joug des Romains.

Les Francs et les Belges, liés par leur origine commune, et plus encore peut-être par leur malheur commun, se liguèrent donc contre les Romains pour envahir la Gaule.

Cette association, qu'on fixe à l'an 409 environ, commença par les Bataves, les Sicambres, les Ménapiens, les Taxandres, les Pémaniens et les Tongrois. Les Arboriches, les Atuatiques et les Condrusiens renforcèrent cette union, tellement que tous ces peuples ne formèrent plus qu'une même nation.

Les barbares de la Germanie, suivant cette tendance qu'avaient tous les peuples à secouer le joug de la puissance romaine, secondèrent leurs efforts et parvinrent à en affranchir une partie des Gaules, dans lesquelles étaient compris les Arboriches, les Taxandres, les Tongrois et les Belges voisins.

Les Francs devenus plus forts tant par l'alliance des Belges que par la faiblesse des Romains, se maintinrent dans leurs conquêtes, qu'ils avaient étendues dans la grande partie de la seconde Germanique, c'est-à-dire, dans les principales provinces de la Belgique moderne, où ils établirent le gouvernement monarchique. Les Francs, dit Grégoire de Tours, ayant passé le Rhin, se fixèrent dans la Tongrie (ou Thoringie) où ils créèrent par cantons et par cités, des rois chevelus, de la famille la plus distinguée de leur nation (1). On sait que ces rois sont appelés *chevelus*, parce que c'était un usage établi chez les rois francs de laisser dès leur enfance croître leurs cheveux. C'était comme une prérogative attachée à la famille royale.

---

(1) *Tradunt multi Francos de Pannonia fuisse digressos, et primùm quidem littora Rheni amnis coluisse; dehinc transacto Rheno Thoringiam remeasse; ibique juxta pagos vel civitates reges crinitos supra se creavisse, de prima, et ut ita dicam, nobiliore suorum familia.* Greg. Tur. lib. 2, cap. 9.

Les différentes éditions de Grégoire de Tours portent *Thoringiam.* Cette dénomination a embarrassé les savans pour déterminer la situation de ce pays. Mais un ancien manuscrit, qui a été dans les mains de Morel, directeur de l'imprimerie royale de Paris, porte les deux versions *Thoringiam* et *Tongriam*, écrites de la même main, dit ce savant imprimeur, que citent à ce sujet Boucher et Miræus (1). L'édition de Badius de 1512 porte même dans un passage, souvent rapporté, de Grégoire de Tours, *Tongrorum*, au lieu de *Thoringorum.* Les commentateurs et les dissertateurs qui ont adopté la leçon de *Thoringia* et *Thoringi*, ont entendu par ce pays la Thuringe, dans la Saxe. Mais je m'appuie sur deux raisons, qui me paraissent décisives, pour prouver que cette opinion est une erreur grossière. Je dis d'abord qu'il est certain que jamais les Francs n'ont établi des rois dans ce pays, et j'ajoute qu'il est évident que les Francs, qui, comme le dit Grégoire de Tours, venaient de la Pannonie, qui est la Hongrie, ne devaient point passer le Rhin pour venir de ce pays dans la Thuringe. Je conclus donc avec Boucher (2), qu'il est très-clair que quand même le nom de *Tongria* et de *Tongri* ne se trouverait dans aucun manuscrit, il n'en serait pas moins vrai qu'il faut entendre par ce pays la partie de la Belgique habitée par les anciens Tongrois. Je crois même que les Thoringiens ou Tongriens, ne formaient dans l'origine qu'une nation, dont la seconde dénomination n'est que la contraction de la première, comme il arrive presque toujours dans les noms de pays. Je trouve une nouvelle preuve de ce que j'avance dans l'autorité

(1) Bucher. Belg. Rom. lib. 15, cap. 10, n. 3. Miræi Ann. Belg.

(2) Bucher. ibid.

des anciens historiens liégeois, tels que Harigère et Gilles d'Orval, qui désignent la ville connue dans l'ancienne géographie sous le nom d'*Atuatuca Tongrorum*, sous la dénomination de *Thoringorum metropolis*. Cette expression prouve évidemment que les noms de *Thoringi* et *Tongri* ont été souvent confondus, parce que, très-vraisemblablement, comme je viens de le dire, c'était une même nation. Ces peuples, en effet, qui, dans l'antiquité, habitaient la partie de l'Allemagne arrosée par le *Tanger*, qui se jette dans l'Elbe à Tangermund, dans la Basse-Saxe, ont probablement pris le nom de Thoringiens, et par contraction Tongriens, de celui de cette rivière de *Tanger*, que Dithmar, évêque de Mersbourg, auteur d'une chronique estimée, et qui était de ce pays, appelle *Tonger*; ce qui donne pour cette ressemblance de nom, à l'étymologie de *Tongriens*, une probabilité toujours plus fondée (1). Ces peuples, qui auront, comme toutes les nations du Nord, abandonné leur ancienne patrie, où ils étaient trop resserrés, seront venus fixer leur demeure dans une partie de la Belgique, où ils ont été dans le principe désignés sous le titre de Germains, qui, ayant d'abord été restreint, comme le dit César (2), aux Éburons, aux Condrusiens, aux Cérésiens, aux Pémaniens et aux Ségniens, fut appliqué dans la suite, comme le dit très-positivement Tacite (3), à toutes les nations germaniques qui avaient passé le Rhin pour venir habiter la Belgi-

(1) Bucher. Belg. Rom. lib. 15, cap. 10, n. 1.

(2) *Condrusos, Eburones, Cœresos, Pœmanos, qui uno nomine* Germani *appellantur*. Lib. 2, cap. 4.

(3) *Qui primi Rhenum transgressi Gallos expulerint, ac nunc* Tongri, *tum* Germani, *vocati sunt*. German.

que. Ces nations, dont les Tongriens devaient être une des principales, abandonnèrent, dès qu'elles en eurent la liberté, ce nom de *Germains* pour prendre celui de *Tongriens*, parce que, très-probablement, il leur retraçait celui de leur ancienne origine et de leur première patrie. Le nom de Tongrie resta donc à ces contrées. C'est le Brabant et le pays de Liége, dit le marquis de Sainte-Foix (1), qui, par le Brabant, entend certainement la Belgique, comme en général les écrivains français, qui, prenant la plus grande partie pour le tout, donnent très-souvent à la Belgique le nom de Brabant ou de Flandre. Je n'hésite donc pas de conclure de toutes les raisons que je viens d'exposer, que c'est la Belgique qu'il faut entendre par la Tongrie, où les Francs établirent leur domicile et leur gouvernement.

Les Francs s'étant donc définitivement établis dans ce pays, se constituèrent comme en assemblée nationale pour délibérer sur la forme du gouvernement que la nation voudrait adopter, et elle se décida pour le monarchique. Pharamond, fils de Marcomir, fut élevé sur le pavois, selon l'antique usage des Germains, qui élevaient sur le bouclier et soutenaient sur leurs épaules celui qu'ils appelaient au commandement. Cependant l'existence de ce Pharamond a quelquefois été contestée. Grégoire de Tours, qui nomme Marcomir, qui nomme Clodion, dont l'un, selon les autres écrivains, était le père, et l'autre, le successeur de Pharamond, ne parle pas de ce dernier. Ce n'est que sur le silence de cet historien qu'est fondée l'opinion de ceux qui nient l'existence de ce dernier, et cette existence

(1) Essais hist. sur Paris, tom. 3.

est en effet encore un problême. Ce serait donc, au lieu de Pharamond, Clodion qui serait le premier roi des Francs. Mais quel qu'il soit, Pharamond ou Clodion (car ce n'est point le personnage qui doit ici nous occuper, c'est le fait), il reste à peu près démontré que le berceau de la monarchie française est la Belgique. Le savant Wendelin en désigne même l'endroit, qu'il place le long de la Démer entre Herck et Haelen, province de Limbourg, district de Hasselt. On le nomme en effet *Vrankryck*, c'est-à-dire, royaume des Francs. Une étymologie sans doute n'est pas toujours, pas souvent même une preuve solide; mais celle-ci paraît si juste, qu'elle est du moins bien propre à appuyer cette opinion, déjà si bien établie par les autres preuves. Je rapporterai le texte même de Wendelin. *Ego quidem Faramundum levatum crediderim in campo* Vrankrijch, *Haelen inter et Hercam, inque illo admodum prædiolo regni* het Konincryck *dicto, ubi anno MDCXXII effossæ sunt urnæ cinerum et ossium ex adverso sacelli Donkani* (1), *haud procul a pratis halensibus.* On voit que ce savant suit ici l'opinion commune, qui regarde Pharamond comme le premier roi des Francs. Mais c'est le cas de dire que le nom ne fait rien à la chose. Il s'agit du chef, quel qu'il soit, qui le premier a été mis à la tête des Francs. Il ne faut, en tout cas, comme l'observe l'abbé Ghesquière sur ce passage, que substituer le nom de Clodion à celui de Pharamond; le fait subsistera toujours (2), indépendamment du nom, et le prince qui a été élevé sur le pavois et placé sur le trône dans la Taxandrie, doit être con-

(1) C'est le village de Donck près de Haelen, à une lieue et demie de Diest.

(2) *Acta SS. Belg. sel.*, tom. 1, p. 308, n. f.

sidéré autant comme le roi des Belges que comme celui des Francs.

Clodion, devenu maître de la plus grande partie de la seconde Germanique, établit le siége de son empire dans le lieu appelé *Castrum Dispargum* par Grégoire de Tours (1); *Castellum Disbargum*, par Aimoin (2); *Castrum Dispartum*, par Trithémius (3). Cette ville, qui, selon Ortelius et Pontanus, est *Duisbourg*, entre Wesel et Dusseldorf, sur le Rhin (4); selon Du Bos, *Duysbourg*, entre Bruxelles et Louvain, à deux lieues et demie de la première de ces villes; selon Eccard, *Disborg*, près de Smalkald, dans la principauté de Henneberg en Franconie, est, selon Chifflet, Henschenius, Vredius, Boucher, Mantelius et Wendelin, *Diest*. Ce dernier surtout a prodigué son immense érudition pour prouver que le *Dispargum* de Grégoire de Tours est cette dernière ville (5).

Quelle que soit la déférence que l'on doive à l'opinion d'un savant aussi profond que Wendelin, qu'il me soit cependant permis de la discuter. Le texte de Grégoire porte que Clodion avait fixé sa résidence dans le château appelé *Dispargum*, sur les limites du pays des Tongriens (6), et ceux qui placent *Dispargum* à Diest, s'appuient sur ce texte, parce que *Dispargum* est placé dans la Tongrie, qui est la Belgique. Le passage

(1) Lib. 2, cap. 9.

(2) Lib. 1, cap. 4.

(3) *De orig. Franc.* cap. 4.

(4) Ou pour parler plus exactement sur la Roer, à 5 lieues de Dusseldorf. Elle était autrefois sur le Rhin, qui s'en est écarté d'une demi-lieue.

(5) *Acta SS. Belg. sel.*, tom. 1, p. 296.

(6) Ferunt Chlogionem regum Francorum fuisse qui apud *Dispargum* castrum habitabat, quod est in termino Tongrorum. Greg. Tur. loco cit.

d'Aimoin porte que Clodion, voulant étendre les limites de son empire, envoya des espions de *Disbargum* au delà du Rhin, et que les ayant suivis à la tête de son armée, il s'empara de Cambrai (1); et ceux qui mettent *Disbargum* à Duisbourg, se fondent sur ce passage, parce que Duisbourg est au delà du Rhin, et qu'il ne faut pas passer le Rhin pour aller de Diest à Cambrai. Voilà donc une contradiction apparente entre ces deux historiens. Voyons s'il n'est pas possible de les concilier. Une seule réflexion suffit peut-être pour cela. Les limites de l'ancienne Tongrie s'étendaient au delà du Rhin, où est Duisbourg. Grégoire qui place son *Dispargum* sur les limites de la Tongrie, *in termino Tongrorum*, a fort bien pu entendre Duisbourg, qui est en effet sur la limite de la Tongrie de ce côté. Aimoin, qui écrivait plus de trois cents ans après Grégoire, a suivi le récit de cet historien, qu'il comprenait probablement; et si, en fixant, comme celui-ci, la résidence de Clodion à Duisbourg, il a ajouté que ce lieu était au delà du Rhin, c'est qu'il était convaincu que Grégoire ne voulait parler que de Duisbourg. Sigebert de Gembloux, en rapportant le même fait, dit que Clodion, pour venir de *Dispargum* à Tournai et à Cambrai, passa le Rhin (2). Il était donc également convaincu que

(1) Rex Clodio angustos regni fines dilatare cupiens exploratores a *Disbargo* trans Rhenum dirigit, et ipse cum exercitu subsecutus Cameracum civitatem obsidens expugnavit. Aimoin. loco cit.

(2) Clodius rex Francorum missis exploratoribus de *Disbargo* castello ad urbem Cameracum, transit Rhenum et protrito multo Romanorum populo circa Rhenum usque Ligerim (*) fluvium habitantium, Carbonariam Silvam ingressus Tornacum urbem obtinuit, et inde usque ad urbem Cameracum properavit. Sigeb. ad an. 445.

(*) Il faut peut-être lire *Schaldim*.

Dispargum était *Duisbourg*. Mais, dira-t-on, Grégoire, dans le même endroit de son histoire, dit que les Francs, après avoir passé le Rhin, vinrent dans la Tongrie. Cette contrée était donc au delà du Rhin. Oui, la très-grande partie; mais est-ce à dire qu'elle ne s'étendait pas un peu en deçà, et que les bords du Rhin, dans la partie où est *Duisbourg*, n'en formait pas à peu près la limite? et Clodion, en y réunissant cette partie, n'y aura-t-il pas fixé sa résidence, par la raison même qu'elle formait la limite du pays? Conjectures pour conjectures, celles-ci ne paraissent pas au moins dépourvues de fondement, et la ressemblance de nom entre *Dispargum* et *Duisbourg* lui donne un nouveau degré de probabité. La ville de Diest, d'ailleurs, dès le sixème siècle, portait le nom, non de *Dispargum*, mais de *Diosta*, et dans le neuvième, elle avait son district sous la dénomination de *pagus Diestensis*. Cette dénomination se trouve pour la première fois dans un acte de l'an 838 (1). Or, après que Diest fut connu sous ce nom, on trouve encore en 986 celui de *Dispargum* (2), qui paraît toujours être *Duisbourg*. C'est la plus forte preuve (et elle est comme le complément des autres) contre l'opinion de ceux qui prétendent que *Dispargum* est Diest.

Clodion donc, établi à *Dispargum*, ne tarda pas à envoyer des espions à Cambrai pour connaître l'état des villes et des forces du pays. Les avis favorables qu'il reçut, le déterminèrent à poursuivre le cours de ses conquêtes : il entra à la tête d'une puissante armée dans la Forêt Charbonnière, qui couvrait la

(1) In pago Hasbaniensi sive Diestensi. Mir. op. Dipl., tom. 1, p. 499.
(2) Marlot, Metrop. Rhem. hist., tom 2, p. 32.

plus grande partie du Hainaut, défit et dissipa les légions qui s'opposaient à son passage, prit Tournai, emporta Cambrai, détruisit Bavai et Famars, et borna l'empire des Francs aux rives de la Somme.

Les Francs sont donc, à dater de cette époque, décidément établis dans les Gaules. Cet établissement, qui avait commencé en 280 sous Probus, qui avait été consolidé par Julien en 358, fut fixé en 445 par Clodion, qui établit le siége de son empire à Cambrai.

La première race des rois Francs est donc véritablement originaire de la Belgique. C'est dans la Belgique en effet que le premier roi des Francs a été proclamé; c'est dans la Belgique que les rois ses successeurs ont été établis. C'est donc la Belgique qui est réellement le berceau de la monarchie française.

Mérovée prince du sang royal des Francs, qui avait accompagné et secondé Clodion dans la fameuse expédition qui assura aux Francs l'empire des Gaules, avait obtenu pour prix de sa valeur et de ses service la ville de Tournai. C'est pour cette raison que St.-Ouen, qui écrivait au septième siècle, appelle Tournai, ville royale, *regalem civitatem* (1).

Mérovée, affermi par ses conquêtes sur le trône qu'il avait usurpé, profita de la faiblesse des empereurs pour pousser ses conquêtes dans les Gaules, où il eut tant de succès, qu'il paraît certain qu'il réunit la *première Germanique* à l'empire des Francs (2).

---

(1) Audoen. in vita Elig., lib. 2, cap. 3.

(2) Bucher., ibid, lib. 17, cap. 5, n. 2; et cap. 8, n. 6, et in anac., cap. 7, n. 42.

Childéric, son successeur, après avoir perdu et repris ses états, s'empara de Cologne, qui était la capitale de l'une des deux cités qui formaient la *seconde Germanique*, emporta Trèves et Metz, et soumit à ses lois toute la *première Belgique*. Il mourut à Tournai, et y fut enterré. Son tombeau y a été découvert en 1653.

Clovis, fils de Childéric, conquit le reste des Gaules; il s'empara, dans la *seconde Belgique* des cités de Reims, de Soissons et de Châlons, et transféra le siége de la monarchie à Soissons. Il prit Tongres, qui était la capitale de l'autre des deux cités qui composaient la *seconde Germanique*, et soumit par la prise de cette ville le reste de cette grande cité. Il ajouta à ces importantes conquêtes celles de Senlis et de Beauvais, et acheva ainsi la conquête de la *seconde Belgique*.

Tout ce qui formait la Gaule Belgique, divisée par Auguste en quatre grandes provinces, est donc désormais soumis à l'empire des Francs. La première Belgique fut conquise par Childéric, la seconde par Clovis, la première Germanique par Mérovée, la seconde par Childéric et Clovis. La domination des Romains est ainsi entièrement abolie dans toute l'étendue de la Belgique.

Tandis que les descendans de Clodion établissaient ainsi leur empire dans les Gaules, Cléodébald, un de ses fils (du moins c'est à lui que l'opinion commune l'attribue), fondait vers l'an 463, entre la Meuse et le Rhin, un royaume particulier sous le nom de *Francs Ripuaires*. L'esprit guerrier des souverains qui les portait toujours à étendre les limites de leurs états, en empiétant sur ceux de leurs voisins, a empêché que les bornes des Ripuaires aient jamais été justement déterminées. Cepen-

dant il paraît que ce pays, qui s'étendait tant du côté gauche ou français du Rhin, que du côté droit ou germain, était borné du premier côté par la Meuse et la Moselle, et de l'autre par la forêt nommée *Buschwald*, près de Fulde (1). Cette forêt était même très-probablement comprise dans les Ripuaires, puisque Sigebert, roi de ce pays, fut tué à la chasse dans cette forêt par ordre de Clovis en 510. La capitale de ce royaume était Cologne, qu'Eginhart appelle pour cette raison *Ripuariæ metropolis*. Childéric, comme on l'a vu, s'empara de cette capitale, et c'est ainsi que les Ripuaires ont successivement appartenu, sans interruption et sans division, aux rois d'Austrasie, et dans la suite, aux rois de Lotharingie et de Germanie, tellement que la partie des Ripuaires qui était à la gauche du Rhin, fut attribuée à la Lotharingie, et celle qui était à la droite, à la Germanie.

Après la mort de Clovis, ses états furent partagés entre ses fils. Thiéri eut pour partage le royaume de Metz, Clodomir celui d'Orléans, Childebert celui de Paris, et Clotaire celui de Soissons. La Belgique est donc ainsi partagée entre Thiéri et Clotaire, de sorte que le premier eut la partie qui était comprise entre le Rhin et l'Escaut, et le second celle qui était renfermée entre l'Escaut et l'Océan.

Clotaire, ayant survécu à ses frères et à ses neveux, devint roi de toute la monarchie.

Les quatre fils de Clotaire, après la mort de leur père, partagèrent, comme ceux de Clovis, ses états en quatre royaumes,

---

(1) Mém. hist. de l'acad. Théod.-Palatine des sciences et belles-lettres, tome 4.

qui n'eurent point d'autre nom que celui de leur roi ou de leur capitale. Le crapuleux Caribert régna à Paris, le faible Gontrand à Orléans, le brave Sigebert à Metz, et le féroce Chilpéric à Soissons.

Clotaire II, fils de Chilpéric, ayant réuni, comme son aïeul Clotaire I, toute la monarchie, affermit sa domination par le massacre de tous les princes de son sang. Dès ce moment, il abandonna le gouvernement de l'Austrasie à ces espèces de vice-rois, si connus sous le nom de maires du palais, auxquels il conféra le titre de duc pour exercer l'autorité souveraine en son nom. Ces officiers, profitant de la faiblesse des rois, augmentèrent insensiblement leur pouvoir, en affaiblissant, en enchaînant, en absorbant, s'il est permis de parler ainsi, l'autorité royale, avilie par l'imbécillité et les vices des rois, qui n'étaient plus que des fantômes décorés, dont la dénomination de *fainéans* exprime assez la nullité et la stupide inertie. La dignité de maire, en devenant héréditaire, devint illimitée, et ces officiers suprêmes prirent un titre propre à exprimer toute l'étendue de leur autorité, celui de *dux Francorum.*

La France, qui, après Clotaire II, passa à son fils Dagobert I, fut partagée, après la mort de ce dernier, à ses deux fils, Sigebert II, qui eut l'Austrasie ou France orientale, et Clovis II, qui eut la Neustrasie ou France occidentale. Le nom d'Austrasie était inconnu dans les Gaules avant l'an 532, et celui de Neustrie avant l'an 562. C'est dans le partage qui fut fait, cette année, entre les quatre fils de Clotaire I, que le nom de Neustrie fut donné, par contraction de *Nova Westria*, à la France occidentale. Mais cette division si célèbre, de la France en deux portions, ne commença proprement qu'après la mort de Cari-

bert, roi de Paris, en 566. Ces deux royaumes furent dans la suite appelés en langue teutonne *Oosterryck* et *Westerryck*, nommés, l'un, par corruption, *Auster*, *Austria*, *Austrasia*, et l'autre, par contraction, *Neustria*.

Les limites de ces deux grandes contrées, qui avaient toujours été indéterminées sous les princes qui y avaient régné depuis l'an 562, furent fixées, positivement en 638, après la mort de Dagobert I, dans le partage qu'il fit du royaume à ses fils, Sigebert II, qui eut l'Austrasie, et Clovis II, qui eut la Neustrie. Le pays situé entre l'Escaut et la Scarpe formait la limite de l'Austrasie, comme paraît l'indiquer l'étymologie du nom de ce pays, qui était appelé *Austerban*, *d'Austrasia*, et de *ban*, qui, en langue flamande, signifie limite. Ce pays fut dans la suite appelé par corruption *Ostrevan*, avec le titre de comté, dont Bouchain était la capitale.

L'Austrasie comprenait dans sa vaste étendue les quatre provinces qui formaient la division de la Belgique ancienne, c'est-à-dire, la première et la seconde Belgique, la première et la seconde Germanique. C'est ce qui est très-clairement traité dans une très-savante dissertation, insérée au tome 3 des *Acta SS. Belg. Sel.*, page 34, dans laquelle l'auteur démontre par des passages extraits des annales et des diplômes du temps que ces diverses provinces étaient du ressort de l'Austrasie. Les anciens diocèses d'Arras, de Terouanne et de Tournai, qui comprenaient l'Artois et la Flandre, étaient seulement restés à la Neustrie.

La Belgique fut, comme le reste de l'Austrasie, gouvernée par les maires du palais, à commencer en 613 par Pépin de Landen, qui possédait, tant dans le pays qui depuis fut appelé

Brabant que dans les contrées voisines, des terres et des seigneuries considérables. Il prit le nom de Landen, de la petite ville de ce nom dans la Hesbaie, parce qu'elle était le lieu de sa naissance ou de sa résidence ordinaire. Il avait à Nivelles une vaste maison, qu'après sa mort, Itte, sa femme, et Gertrude, sa fille, convertirent en monastère. C'est l'origine du chapitre noble de Nivelles.

Le roi Clotaire II, devenu en 613 maître de toute la France, se déchargea d'une partie du fardeau de l'administration, en confiant le gouvernement de la Basse-Austrasie à Pépin. La seconde Germanique, dans laquelle il ne faut pas oublier qu'était comprise la plus grande partie de la Belgique moderne, dépendait de ce gouvernement. C'est pour cette raison qu'un ancien historien, cité par Bollandus (1), donne à Pépin la dénomination de *prince de la seconde Germanique ;* dénomination plus exacte que celle de duc d'Austrasie, qu'on lui donne communément. Il mourut à Landen le 21 février de l'an 639 ou 640, selon les uns, de 646 ou 647, selon les autres, et il y fut enterré. Ce ne fut que quelques siècles après, sans que l'on puisse en déterminer le temps précis, que son corps fut transporté à Nivelles.

Grimoald, son fils, et Begge, sa fille, lui succédèrent l'un après l'autre. Cette dernière fonda le chapitre noble d'Andenne, à trois lieues de Namur.

Pépin, fils de Begge et d'Anségise, succéda à sa mère. Il mourut le 16 décembre 714. Avant sa mort, il avait nommé pour succéder aux vastes états dont il avait l'administration,

(1) *Acta SS. Belg. sel.,* tom. 2, p. 341, n. 10.

son fils Charles, qu'il avait eu de la belle Alpaïde, et que son courage et sa force firent surnommer *Martel,* c'est-à-dire, *marteau; car,* dit la Chronique de St.-Denis, *comme le marteau débrise et froisse le fer, aussi froissoit-il et brisoit par la bataille tous ses ennemis.*

Ses fils Carloman et Pépin partagèrent ses états. Le premier eut l'Austrasie, et le second la Neustrie, la Bourgogne et la Provence. Carloman, dégoûté des agitations du monde et des embarras du trône, abdiqua la royauté et embrassa l'état monastique au Mont-Cassin. La retraite de Carloman facilita à Pépin le moyen de réaliser le projet qu'il méditait depuis longtemps. Ses prédécesseurs lui avaient frayé la route au trône; mais ils n'avaient osé franchir le pas. Pépin, plus hardi ou plus heureux, consomma cette révolution, en renversant Childéric, troisième du nom, du trône chancelant des Mérovingiens. La nation solennellement assemblée à Soissons le 1er mars 751, déclara et proclama Pépin roi de France, et il fut sacré en cette qualité par St.-Boniface, archevêque de Mayence et légat du pape. Cette cérémonie sanctionna l'usurpation, et Pépin, dit le Bref, commença une nouvelle race de rois légitimes.

Cette deuxième dynastie des rois Francs, dite des Carlovingiens, est donc, comme la première, originaire de la Belgique, puisqu'à remonter à la source de la famille des Pépins, tous les princes de cette illustre race ont vu le jour ou fixé leur résidence dans la province de Brabant ou le Pays de Liége, à Landen, à Nivelles, à Herstal. Ils ont exercé la souveraineté sous le titre de maires du palais pendant 138 ans, à commencer en 613 par Pépin de Landen et à finir en 751, date de l'avénement de Pépin, dit *Bref*, père de Charlemagne, au trône de France.

MÉMOIRE

SUR

LE GOUVERNEMENT ET LA CONSTITUTION

DES BELGES,

AVANT L'INVASION DES ROMAINS.

PAR M. DEWEZ, SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

LU DANS LA SÉANCE DU 30 OCTOBRE 1824.

MÉMOIRE

SUR

LE GOUVERNEMENT ET LA CONSTITUTION

DES BELGES

AVANT L'INVASION DES ROMAINS.

Les Belges doivent être divisés en septentrionaux et en méridionaux. C'est la distinction que la nature indique. Les premiers étaient issus des Germains, les seconds des Gaulois, et ils avaient conservé les uns et les autres les mœurs, les usages, les arts, le langage et les institutions de leurs ancêtres. Ainsi tout ce que Tacite et César, Pline, Strabon et Diodore ont dit des Germains et des Gaulois, appartient aux Belges, du moins en partie; car on risquerait beaucoup de se tromper, si l'on croyait que tous les traits que rapportent ces écrivains, conviennent indistinctement à ces derniers. Les peintures générales qu'ils en tracent, renferment des nuances qu'on peut leur appliquer; mais il faut les saisir avec discernement, c'est-à-dire, qu'il ne faut leur attribuer que celles dont on trouve des traces visibles soit dans l'histoire, soit dans les lois, soit dans les usages.

Pour se former une idée du gouvernement des anciens Belges, il faut donc examiner d'abord quel était le gouvernement des Gaulois et des Germains.

Si l'on remonte à la plus haute antiquité, la multitude, chez les Gaulois, choisissait tous les ans, un prince, c'est-à-dire, un premier magistrat pour veiller aux intérêts de la république, et un directeur de la guerre (1). Voilà, sinon une démocratie, du moins une monarchie tempérée, si toutefois on peut donner le nom de monarchie à un état dont le chef était changé tous les ans. C'étaient plutôt des consuls que des rois. Ce gouvernement était donc dans un sens aristocratique. Le peuple, à la vérité, choisissait ses chefs; mais il ne pouvait les prendre que dans la classe des nobles.

Les Germains avaient une organisation politique qui ressemblait assez à celle des Gaulois. Ils choisissaient également leurs rois et leurs généraux; c'était la noblesse qui déterminait le choix des premiers, comme c'était la valeur qui fixait celui des seconds (2). Les rois avaient cependant très souvent le commandement des armées, et les généraux leur étaient subordonnés. Le roi ou le chef, quel que fût son titre, était élevé sur un bouclier, que les principaux de la nation portaient sur leurs épaules, à la vue de tout le peuple, qui témoignait son consentement par des acclamations. C'était la manière

(1) *Pleræque eorum respublicæ ab optimalibus gubernabantur. Antiquitus unum quotannis principem, itemque unum belli ducem multitudo deligebat.* Strabo, lib. 4.

(2) *Reges ex nobilitate, duces ex virtute sumunt. Nec regibus infinita aut libera potestas.* Tac. Germ., cap. 7.

de l'installer (1). C'est ainsi que les Bataves proclamèrent leur chef le Caninéfate Brinno, auquel Tacite donne le titre de *dux*. Mais je ne crois pas qu'il faille entendre par cette dénomination un simple général, tel que les Germains en choisissaient parmi ceux qui s'étaient signalés par leur valeur, uniquement pour commander les armées. Le titre de *dux* signifie ici plus que général; c'est le chef de la nation, c'est le roi enfin; et ce qui le prouve, c'est que ce Brinno était distingué par son illustre naissance (2). Or c'était dans la classe des nobles que les Germains choisissaient leurs rois.

L'autorité de ces rois était circonscrite dans des bornes si étroites qu'à peine peut-on dire que les Germains étaient soumis au pouvoir monarchique (3). Les chefs que Tacite appelle *principes* ne réglaient que les affaires ordinaires; mais les affaires majeures devaient se traiter et se décider par l'assemblée générale de la nation. Les affaires dont la décision appartenait au peuple, étaient portées de même devant les chefs on princes (4). La manière concise dont Tacite s'explique (5), laisse

---

(1) *Impositusque scuto, more gentis, et sustinentium humeris vibratus, dux deligitur.* Tac. Hist. lib. 4, cap. 15.

(2) *Claritate natalium insigni.* Ibid.

(3) *In quantum Germani regnantur.* Tac. Ann. lib. 13, c. 54.

(4) On conçoit qu'il ne faut pas prendre ici ce mot de prince dans l'acception française, mais dans le sens de Tacite, qui entend les chefs ou les magistrats supérieurs.

(5) *De minoribus rebus principes consultant, de majoribus omnes, ita tamen ut ea quoque quorum penes plebem arbitrium est, apud principes pertractentur..... Considunt armati. Silentium per sacerdotes, quibus tum et coercendi jus est, imperatur. Mox rex vel princeps, prout cuique ætas,*

sur ce point une obscurité qui résulte d'abord d'une simple difficulté grammaticale. Est-ce avant ou après la délibération du peuple que les affaires étaient portées à celle des chefs? La solution de cette question dépend d'un seul mot, diversement adopté par les différens éditeurs de Tacite. Les uns lisent *prœtractentur;* ce qui, d'après le sens de la préposition *prœ,* signifierait que c'était avant; les autres lisent *pertractentur;* ce qui, d'après la force de la particule *per,* qui exprime la perfection de l'objet ou de la qualité, dans les noms, ainsi que le complément de l'action dans les verbes, indiquerait que c'était après. Ainsi, selon que l'on admettra l'une ou l'autre leçon, on aura un sens diamétralement opposé. Dans cette incertitude, c'est d'après l'ordre qui paraît le plus naturel et le plus généralement adopté dans les temps postérieurs, qu'il faut tâcher d'interpréter la pensée de l'auteur. Quelle est-elle? C'était la nation entière, *omnes,* dit-il, qui délibérait sur les affaires majeures, et il ajoute, par manière d'explication, que cependant les affaires dont le peuple était l'arbitre, se traitaient aussi devant les chefs. Je pense donc que c'était le peuple qui avait, comme on dit maintenant, l'initiative, et que la délibération était portée à la connaissance des chefs. C'était, pour expliquer la chose par les institutions modernes, comme aux Pays-Bas, la première et la seconde chambre. C'était donc, alors, comme aujourd'hui, les chefs ou princes qui mettaient la dernière main à l'œuvre. J'adopte conséquemment la leçon qui porte *pertractentur,* et je pense que c'est l'idée la plus juste

---

prout nobilitas, prout decus bellorum, prout facundia est, audiuntur, auctoritate suadendi magis, quàm jubendi potestate. Id. Germ., cap. 11.

que l'on puisse se faire de la forme des anciennes assemblées des Germains. Voilà à peu près la démocratie.

Ils s'assemblaient à des jours déterminés, à la nouvelle ou à la pleine lune, à moins qu'il ne survînt des cas urgens. Ils ne comptaient pas par jours, mais par nuits (1).

Les membres de l'assemblée ne pouvaient y siéger qu'en armes. Le droit de commander le silence et de maintenir l'ordre était réservé aux prêtres. C'était le roi ou le prince qui prenait la parole. Ceux qui étaient recommandables par l'âge, par la naissance, par les services militaires, par les talens oratoires, avaient également le droit de s'y faire entendre. Mais les uns et les autres avaient la faculté de conseiller et d'inviter, plutôt que d'ordonner et de contraindre. Ils employaient donc plutôt l'ascendant de la persuasion que la puissance du commandement, parce que l'autorité était plus dans la raison que dans la personne. Si la proposition déplaisait, ils la rejetaient par des murmures; si elle était accueillie, ils agitaient leurs

---

(1) *Coeunt, nisi quid fortuitum et subitum inciderit, cum inchoatur luna, aut impletur..... Nec dierum numerum, sed noctium computant.* Tac. ib. Je pense comme M. Raepsaet, *Mémoire sur l'origine des Belges*, qu'il ne faut entendre les assemblées mensuelles que de celles des peuplades entre elles; car il n'est pas naturel de croire que toute la nation s'assemblait deux fois par mois; c'eût été en effet une véritable cohue. Il est plus probable qu'elle s'assemblait seulement deux fois par an, au printemps et en automne, comme l'ont fait les Francs depuis, d'où, selon Van Loon, sont venus les *herft-en-lente-beden*, de *herft*, printemps, *lente*, automne, et *bidden*, prière, demande; ce qui s'entend des demandes de subsides que les souverains faisaient deux fois par an aux états des provinces, au printemps et en automne.

framées. Le plus honorable témoignage d'assentiment était d'applaudir avec les armes (1).

Telle était la constitution des Germains, plus démocratique qu'aristocratique. Chez les Gaulois, au contraire, l'autorité du peuple, au temps de César, était tellement déchue, tellement avilie, qu'il était relégué dans la classe des esclaves. Ce n'est pas à dire, je pense, qu'il fût réduit à la servitude absolue. Le peuple conservait la liberté individuelle; mais il n'était point admis aux assemblées nationales ou aux délibérations publiques, comme en Germanie. Cette exclusion des assemblées n'était toutefois relative qu'à l'exercice des droits politiques, et non à celui des droits civils. Les Gaulois qui appartenaient à la classe du peuple, n'avaient pas perdu leur qualité d'homme, mais seulement celle de citoyen. Le plus grand nombre, accablé sous le poids des dettes, l'énormité des impôts et les injustes vexations des nobles, vendait sa liberté à ceux-ci, qui traitaient ceux-là comme leurs esclaves. Ces malheureux étaient en effet réduits au véritable état de servitude. Je crois du moins que c'est ainsi qu'il faut entendre le texte de César (2); car en parlant de la masse du peuple, il ne dit pas précisément qu'elle était condamnée à la condition servile : il emploie une

---

(1) *Si displicuit sententia, fremitu aspernantur; sin placuit, frameas concutiunt. Honoratissimum assensus genus est armis laudare*, Id.

(2) *In omni Gallia eorum hominum qui aliquo sunt numero atque honore, genera sunt duo; nam plebs* pene *servorum habetur loco, quæ per se nihil audet, et nulli adhibetur concilio. Plerique, cum aut œre alieno, aut magnitudine tributorum, aut injuriâ potentiorum premuntur, sese in servitatem dicant nobilibus : in hos eadem omnia sunt jura, quæ dominis in servos.* Cæs. lib. 6, cap. 13.

expression restrictive ; il dit que la multitude était *presque* considérée comme au rang des esclaves. Mais pour ceux qui étaient réduits à la triste nécessité de se vendre, il dit positivement que les nobles avaient à leur égard les mêmes droits que les maîtres sur leurs esclaves.

Le peuple était donc nul dans l'ordre politique. C'étaient les druides et les chevaliers, c'est-à-dire, les prêtres et les nobles qui exerçaient toute l'autorité. Voilà bien l'aristocratie.

L'autorité royale était par conséquent très-peu prépondérante dans ce gouvernement. La dénomination de roi, qui existait, à la vérité, n'était qu'un titre qui ne donnait à celui qui le portait, que le premier rang parmi ses égaux.

La royauté dans les Gaules, rigoureusement parlant, n'était pas héréditaire. Après la mort de Caramentalède, qui avait long-temps régné sur les Séquanais (habitans de la Franche-Comté), la royauté était restée vacante. Il avait cependant un fils, nommé Casticus. L'Helvétien Orgétorix lui conseille de *s'emparer* du pouvoir souverain, que son père avait exercé (1). L'expression paraît indiquer assez que ce n'était pas le droit qu'il fallait faire valoir, mais la force qu'il fallait faire agir.

Après la mort d'Induciomare, l'un des deux rois des Tréviriens, l'autorité suprême fut déférée à ses parens par la nation (1). Est-ce à dire que la royauté était héréditaire dans sa

---

(1) *Orgetorix persuadet Castino, Caramantaledis filio, Sequano, cujus pater regnum multos annos obtinuerat, ut regnum in civitate sua* occuparet *quod pater ante habuerat.* Id., lib. 1, cap. 3.

(2) *Interfecto Induciomaro, ad ejus propinquos a Treviris imperium defertur.* Id. lib. 6, cap. 2.

famille? Je ne le crois pas; car dans un royaume héréditaire, la royauté n'est jamais vacante : l'héritier naturel prend sans formalité la place du prince qui vient de mourir. Mais chez les Tréviriens, c'est la nation qui défère le pouvoir au parens du roi défunt. Si la royauté avait été héréditaire, qu'était-il besoin de l'intervention de la nation? L'héritier légitime eût succédé de droit. Si donc la nation a appelé cette famille à la royauté, n'est-il pas clair que c'était dans la nation que résidait la souveraineté, qu'elle déférait au mandataire de son choix? Et dans cette occasion, elle l'aura fixé de préférence sur celle du brave Induciomare, qui avait si justement mérité la confiance et la reconnaissance de la nation par la valeur qu'il avait déployée pour défendre l'indépendance de son pays. La conduite opposée que tinrent les Tréviriens à l'égard de Cingétorix, leur autre roi, qui avait lâchement abandonné la cause de la patrie, en se jetant dans le parti des Romains, prouve bien que le droit de souveraineté résidait dans la nation, puisque dans une assemblée générale, le traître Cingétorix fut unanimement proscrit et déclaré ennemi de la patrie (1). Ainsi, la nation avait le droit non-seulement de nommer ses chefs, mais de les déposer. Voilà bien la souveraineté du peuple dans toute sa force et toute son étendue.

On peut avancer, je crois, qu'en général la royauté, j'entends la royauté absolue, était odieuse aux Gaulois. Orgétorix, chez les Helvétiens, est accusé par ses concitoyens d'aspirer à la royauté; il est arrêté, poursuivi; il se sauve et se donne la mort (2). Chez les Éduens (habitans de la Bourgogne), Dum-

(1) Id. lib. 5, cap. 56.
(2) Id. lib. 1, cap. 3, 4.

dominé par la même ambition, s'était publiquement vanté que César voulait le faire roi. Ce propos imprudent lui aliéna entièrement l'esprit de ses concitoyens (1). Chez les Arverniens (peuples de l'Auvergne), la royauté existait soixante ans avant César, et c'était Bituitus qui y était roi. A l'arrivée du conquérant, Celtillus avait été mis à mort par ses concitoyens, parce qu'il aspirait à la royauté (2). Si je sors de la Belgique, c'est que je veux prouver que le même esprit régnait dans toute l'étendue de la Gaule.

« Que conclure de là, demande M. Berlier, dans son excel-
» lent *Précis historique sur les Gaules?* Qu'il n'était peut-être
» en Gaule aucun état qui fût *essentiellement* et *perpétuellement*
» monarchique ; mais que plusieurs le devenaient *temporai-*
» *rement*, selon le besoin des circonstances ou l'influence des
» personnes. »

Cependant, quelque restreinte que paraisse être l'autorité royale chez toutes les nations gauloises, l'histoire montre quelques rois qui semblent avoir été revêtus d'une assez grande puissance. Tel avait été ce Bituitus, roi des Arverniens, qui s'était rendu célèbre dans la guerre des Allobroges. Tel fut ce Galba à qui les Gaulois confédérés déférèrent la direction de la guerre à cause de sa prudence et de sa justice (3). Mais était-ce bien leur titre de roi qui leur avait valu cette grande considération dans leur pays? Je crois bien plutôt (et c'est aussi la pensée de l'auteur que je viens de citer) qu'ils ne la devaient

(3) Id. lib. 5, cap. 6.
(4) Id. lib. 7, cap. 4.
(1) Id. lib. 2, cap. 4.

qu'à leurs éminentes qualités personnelles et à leurs actions éclatantes.

Il n'est pas étonnant au reste que le pouvoir des rois fût si borné dans la Gaule. J'en trouve plus d'une cause. Dans un pays aussi divisé, ou pour mieux dire, aussi morcelé, composé de tant de petits états qui ne formaient, chacun, qu'une peuplade aussi peu importante par sa population que par son influence politique, voisine d'ailleurs très-souvent d'une autre peuplade qui n'admettait pas la même forme de gouvernement, il était impossible qu'un chef, dans un tel état, eût une autorité très-imposante. Les grandes prérogatives des prêtres et des nobles balançaient d'ailleurs, et éclipsaient, pour ainsi dire, l'autorité royale, qui, d'un autre côté, ne pouvait être que bien précaire et bien chancelante, n'étant ni héréditaire dans la famille, ni perpétuelle dans l'état. Les Romains ne jugeaient pas même ces chefs dignes du titre de rois; ils les appelaient le plus ordinairement *reguli,* comme nous disons par dérision *roitelets.* César en faisait et en défaisait selon ses intérêts ou sa volonté. Cicéron avait recommandé Orfius aux faveurs du général, qui lui répondit qu'il le ferait roi de la Gaule (1).

Si l'on veut donc se former une juste idée de ce qu'était ce qu'on appelait un roi dans les Gaules, que l'on regarde l'homme revêtu de ce titre comme un chef de la nation, pris dans l'une des familles les plus nobles, occupant le premier rang dans les conseils et dans les armées.

---

(1) *M. Orfium quem mihi commendas, regem Galliæ faciam.* Cic. ep. ad fam. lib. 7, ep. 5.

Toutes ces républiques gauloises étaient partagées en deux factions (1), à la tête desquelles étaient deux chefs, auxquels on renvoyait toutes les affaires et toutes les délibérations pour y statuer définitivement, comme Induciomare et Cingétorix chez les Tréviriens (2), comme Ambiorix et Cativulcus chez les Éburons (3). Ces factions n'étaient point l'effet de l'ambition ou de la rivalité des grands; c'était une espèce d'institution politique très-ancienne, qui tenait en quelque sorte à la nature et à l'essence du gouvernement. Le but de cette institution était de prévenir les excès et d'arrêter les entreprises du pouvoir arbitraire. Le chef d'une faction avait intérêt de ménager et de protéger ses partisans pour les retenir dans son parti, afin de balancer par une force égale, le pouvoir du chef de la faction opposée, et il n'aurait osé par conséquent les molester ni les opprimer, parce qu'il aurait craint qu'ils n'embrassassent et qu'ils ne renforçassent le parti contraire.

Je reviens à la classe du peuple, et je crois devoir répéter ici qu'il ne faut jamais perdre de vue que les Belges sont originaires des Germains et des Gaulois, et que pour se faire une juste idée de la constitution des premiers, il faut chercher ce qui peut leur être commun avec les deux autres. Tacite ne dit dans aucun endroit que le peuple était considéré comme nul. On voit au contraire qu'il avait conservé toute son influence dans la Germanie, surtout dans l'intérieur, dont les immenses forêts étaient encore l'asile de la liberté; et quoique, d'un autre

(1) Cæs. lib. 6, cap. 11.
(2) Id. lib. 5, cap. 3.
(3) Id. ibid., cap. 24.

côté, César dise que l'autorité de la multitude était tout-à-fait anéantie dans la Gaule, il paraît qu'il en parle en termes trop génériques, ou plutôt il avait principalement en vue la Celtique et l'Aquitaine, de sorte que ce que ces deux historiens disent, l'un de la Germanie, l'autre de la Gaule, ne peut convenir précisément aux Belges. Si donc le peuple était réduit à l'esclavage, ce n'était probablement pas dans la partie belgique où les Germains s'étaient anciennement établis. Ce n'était pas, par exemple, chez les Éburons; car Ambiorix, l'un des rois de cette nation, dit positivement à César, qui le rapporte (1), que la constitution de son pays était telle que le peuple n'avait pas moins de pouvoir sur le roi, que le roi n'en avait sur le peuple; que ce n'était point par un effet de son propre mouvement ou de sa libre volonté qu'il avait pris les armes contre les Romains, mais parce que sa nation l'y avait forcé.

Le peuple était si turbulent (et s'il avait été contenu par le frein de l'esclavage, il eût été moins remuant), que la noblesse était obligée de le dominer et de le contenir par son influence, comme on le voit dans différentes circonstances, dans celle, entr'autres, où Induciomare, l'un des rois tréviriens, allègue, pour s'excuser de ce qu'il ne s'était point rendu auprès de César, qu'il n'avait osé s'éloigner, parce qu'il craignait que, dans l'absence de toute la noblesse, qui aurait dû l'accompa-

---

(1) *Neque id quod fecerat, de oppugnatione castrorum, aut judicio aut voluntate suâ fecisse, sed coactu civitatis; suaque esse ejusmodi imperia, ut non minùs haberet in se juris multitudo, quàm ipse in multitudinem: civitati porro hanc fuisse belli causam quòd repentinæ Gallorum conjurationi resistere non potuerit.* Id. ibid., cap. 27.

gner, le peuple ne se fût livré à quelques excès ou à quelque démarche imprudente (1).

Je pense donc que, dans cette espèce de confusion, tout ce que l'on peut dire de plus juste à l'égard de la constitution des anciens Belges, c'est que l'on y reconnaît un mélange de celles des Germains et des Gaulois, c'est-à-dire, les principes et les formes de la constitution primitive des premiers, modifiés et tempérés par les institutions des seconds. Cette constitution laissait au peuple moins de liberté et d'influence que dans la Germanie, et lui donnait plus de considération et de dignité que dans la Gaule.

De même que chez les Germains, les chefs ou magistrats supérieurs étaient aidés par des *comtes* ou *compagnons*, ainsi chez les Gaulois, ils l'étaient par leurs *cliens* ou *ambactes* (c'est ainsi que César les appelle). Le nombre des cliens n'était pas plus limité dans la Gaule que celui des comtes dans la Germanie. Il était proportionné aux richesses et à la naissance des patrons ou chefs (2).

Chez les Germains, le chef et les compagnons étaient animés et stimulés par un mutuel sentiment d'émulation. Les compagnons tâchaient d'avoir un grade plus éminent (car cette place de comte avait divers grades à la disposition du chef),

(1) *Induciomarus legatos ad Cæsarem mittit, sese idcirco à suis discedere atque ad eum venire noluisse, quò faciliùs civitatem in officio contineret, ne omnis nobilitatis discessu plebs propter imprudentiam laberetur.* Id. ibid., cap. 3.

(2) *Ut quisque est genere copiisque amplissimus, ita plurimos circum se ambactos clientesque habent.* Id. lib. 6, cap. 15.

et celui-ci ambitionnait d'avoir un plus imposant et plus nombreux cortége, qui, en temps de paix, formât autour de lui une cour brillante, et en temps de guerre, un rempart redoutable. Le nombre des comtes n'était donc pas limité, et ils attachaient une grande importance à tenir le premier rang auprès de leur chef. Dans les combats, c'eût été une honte pour celui-ci de montrer moins de bravoure que ses compagnons, comme c'eût été un affront pour eux de ne pas montrer autant de valeur que leur chef. C'eût été une infamie et un opprobre pour toute leur vie de sortir du combat en lui survivant. Le but de l'un était de remporter la victoire, celui des autres de défendre leur chef (1).

Chez les Gaulois, c'étaient les plus faibles qui se mettaient sous la protection des plus puissans. Voilà ce qu'il faut entendre par les chefs et les cliens. Cette dénomination de *cliens* ou *ambactes* était celle qui généralement était adoptée dans toute la Gaule. Mais chez les Sotiates, habitans du pays de Soz en Gascogne, c'étaient des *solduriens*, espèces de cliens qui s'attachaient d'une manière si intime au sort de ceux auxquels ils étaient associés, qu'ils partageaient avec eux les commodités,

---

(1) *Gradus quin etiam et ipse comitatus habet, judicio ejus quem sectantur; magnaque et comitum æmulatio, quibus primus apud principem suum locus, et principum, cui plurimi et acerrimi comites. Hæc dignitas, hæ vires, magno semper electorum juvenum globo circumdari, in pace decus, in bello præsidium.* Tac. Germ., cap. 13. *Cum ventum in aciem, turpe principi virtute vinci, turpe comitatui virtutem principis non adæquare. Jam verò infame in omnem vitam ac probrosum superstitem principi suo ex acie recessisse. Principes pro victoria pugnant, comites pro principe.* Id. cap. 14.

comme les maux de la vie (1). Adiatonus, roi de cette nation, avait auprès de lui, une élite de six cents hommes (ici, comme on voit, le nombre est déterminé), qui partageaient en quelque sorte les honneurs de la royauté (2), et étaient résolus de vivre et de mourir avec lui, soit qu'il mourût de mort violente ou de mort naturelle. C'est Athénée qui rapporte le fait, et il porte, comme César, le nombre des solduriens à six cents. Ce que dit César d'Adcantuannus, roi des mêmes Sotiates, est à peu près conforme avec ce que l'écrivain grec rapporte d'Adiatomus. On ne trouve entre les deux récits qu'une légère différence; c'est que, selon César, ce n'était que dans le cas où le chef périssait de mort violente, que les solduriens faisaient le sacrifice de leur vie, et suivant Athénée, ils se dévouaient à la mort de quelque espèce que fût celle du chef.

Ces mœurs se conservèrent long-temps; car Ammien Marcellin (3) rapporte que, lorsqu'après la fameuse bataille de Strasbourg, le roi franc Cnodomaire fut forcé de se rendre aux Romains, sa suite, qui était composée de deux cents hommes et

---

(1) *Adcantuannus, qui summam imperii tenebat, cum DC devotis* (*quos illi* soldurios *appellant, quorum hæc est conditio, ut omnibus in vita commodis unà cum his fruantur quorum se amicitiæ dediderint : si quid iis per vim accidat, aut eumdem casum unà ferant, aut sibi mortem consciscant; neque adhuc hominum memorià repertus est quisquam qui, eo interfecto, cujus se amicitiæ devovisset, mori recusaret*). Id. lib. 3, cap. 22.

(2) *Quodammodo participes regni.* Athen. lib. 6, cap. 13. On peut voir sur les chevaliers le chap. 3, et sur les cliens et les solduriens le chap. 5 du *Préc. historiq.*

(3) Lib. 16, cap. 12.

de trois de ses intimes amis, regardant comme un opprobre de lui survivre ou de l'abandonner, voulurent imiter son exemple et subir son sort.

On voit donc que les principes et les élémens constitutifs de l'état politique de la Germanie et de la Gaule étaient les mêmes quant aux points fondamentaux, et que ces constitutions ne différaient que dans quelques dispositions spéciales. Mais il y avait dans les Gaules une institution particulière; c'étaient les sénats, corps composés de la réunion des notables habitans; car les mots nobles ou grands, *nobiles*, *optimates*, *proceres* et *senatores* étaient tellement synonymes, qu'au temps même de Grégoire de Tours, on les prenait encore dans la même acception (1). C'étaient donc les druides et les chevaliers qui entraient essentiellement dans ces corps, existait dans tous les principaux pays de la Gaule. Le sénat était le conseil général de la nation, que César appelle *concilium*, dont il dit que le peuple était exclus. Le nombre des membres n'était pas fixé; mais il paraît certain qu'il était d'un sur cent, comme on le voit clairement chez les Nerviens, d'après César, qui rapporte que, dans le tableau que les députés de ce peuple lui exposèrent du déplorable état de leur cité après leur défaite, ils portent le nombre d'hommes dont leur nation était composée avant la bataille, à soixante mille, et celui des sénateurs à six cents (2).

Le sénat formait donc le gouvernement général de la con-

---

(1) *Nobiles ipsi senatores appellantur apud eumdem Gregorium Turonensem*. Du Cange, V° Senator.

(2) Cæs. lib. 2, cap. 28.

trée. Mais il y avait en outre des administrations locales, c'est-à-dire, des magistrats préposés par cantons ou districts au maintien de l'ordre et à l'administration de la justice, réunissant ainsi les fonctions administratives et judiciaires. C'était dans les assemblées générales de la nation qu'on choisissait ces magistrats, que Tacite appelle *principes*. L'assemblée adjoignait à ce juge ou magistrat du canton cent hommes qu'il appelle *comites*, qui formaient son conseil et faisaient respecter ses décisions, c'est-à-dire, qui avaient la voix consultative et le pouvoir exécutif (1). Ces adjoints étaient élus dans la classe du peuple. En temps de guerre, ils marchaient à la tête de cent hommes (c'était le contingent déterminé par chaque bourgade), et on les appelait pour cette raison *centeni*, *centeniers*, dénomination qui, dans l'origine, n'était qu'une désignation de nombre, et devint un nom de grade et un titre d'honneur (2). Les fonctions de ces compagnons ou adjoints étaient donc civiles et militaires (3).

(1) *Eliguntur in iisdem conciliis et principes, qui jura per pagos vicosque reddunt. Centeni singulis ex plebe comites, consilium simul et auctoritas, adsunt.* Tac. Germ., cap. 12.

(2) *Definitur et numerus. Centeni ex singulis pagis sunt : idipsum inter suos vocantur : et quod primò numerus fuit, jam nomen et honor est.* Id., cap. 6.

(3) Desroches observe que cette dénomination de centenaire s'est conservée dans les temps postérieurs, et qu'on retrouve cette institution dans la loi salique, dans les lois des Allemands et des Visigoths, dans les capitulaires, etc. On y voit qu'un officier, subordonné au comte, et appelé *centenier*, était chargé de la double fonction d'intervenir dans l'administration de la justice et le commandement des armées. Cette institution, ajoute-t-il, fut connue, dès les temps les plus reculés, dans la Suède sous le nom de *hundari*,

Ces administrations du second ordre existaient aussi très-probablement dans la Gaule; car César dit qu'il y était ordonné par une loi formelle que tout citoyen, qui apprendrait par le bruit public un événement qui pourrait intéresser l'état, était tenu d'en informer le magistrat (1). Quel était ce magistrat? Ce ne pouvait être le sénat; car d'abord, que l'on fasse attention que César emploie le nombre singulier. Or, je doute que le mot *magistratus* se prenne collectivement pour désigner un corps de magistrature. Si je ne me trompe, il ne se dit que d'un individu. Si donc César avait entendu la magistrature composée de la réunion des individus qui formaient le sénat,

---

et en Angleterre dans le moyen âge sous celui de *hondreda*, qui ressemble si visiblement au mot flamand *honderd*, qu'on ne peut méconnaître sa dérivation. Ces titres se sont conservés en Flandre sous les noms de *honderdmanschap* et *honderdman*, et en France, sous ceux de *centenie* et *centenier*. Le *honderdmanschap* était composé de dix dizaines de maisons; car, comme le dit M. *Raepsaet, Mémoire sur l'Origine des Belges*, p. 71, toutes les anciennes chartes des villes de la Flandre prouvent que la division politique et militaire de cette province était organisée par dizaine. Chaque dizaine formait ce qu'on appelait un voisinage, *gebuerte*, dont le chef était appelé *thiendeman*, dizainier, ou *deken*, doyen. Cette organisation existait également en Brabant, comme on le voit entr'autres par une charte de Bruxelles, du 11 février 1420, insérée dans le recueil intitulé *Luyster van Brabant*, part. 2, p. 23, qui porte, art. 33, que, dans le cas de mouvement, de cris dans la ville, soit à cause du feu ou autrement, les dix chefs de famille demeurant dans un voisinage, *thien in eene gebuerte wonende*, devront avec le consentement des bourgmestres, échevins et conseillers, choisir un capitaine, et iront, marchant sous son commandement, se réunir à un autre voisinage, et ainsi successivement, pour former une réunion de cent hommes ou plus, *een getal van honderd of meer*.

(1) *Habent legibus sanctum si quis quid de republicâ rumore aut famâ acceperit, uti ad magistratum deferat*. Cæs. lib. 6, cap. 20.

je crois qu'il se serait exprimé au nombre pluriel. D'ailleurs, le sénat n'était pas permanent; il ne s'assemblait qu'à des temps déterminés et à des intervalles éloignés. Il ne peut donc être ici question que du magistrat du lieu.

J'oserai contredire ici l'opinion de Desroches, qui confond les centeniers avec le sénat, parce que, voyant dans la grande bataille où les Nerviens furent défaits, soixante mille combattans et six cents sénateurs, il suppose et il avance que ces derniers étaient des centeniers. Le mot sénateur, qu'il fait synonyme de centenier, était au contraire synonyme de noble. Le sénat, *concilium*, qui était l'administration supérieure, le conseil général, était pris dans la classe des prêtres et des nobles, et les centeniers, qui étaient la magistrature subalterne ou locale, étaient tirés de celle du peuple. Je crois donc que Desroches se trompe.

Ainsi, après avoir examiné la conformité et la différence qui existe entre les constitutions germanique et gauloise, je crois pouvoir conclure que les anciens Belges avaient une constitution qui tenait de l'une et de l'autre, de sorte qu'ils étaient soumis à des chefs qui avaient le titre de rois; que l'administration générale était confiée à un sénat chargé des grands intérêts de l'état, et qu'il y avait des administrations locales, établies dans les districts ou cantons, pour rendre la justice et régler les intérêts des particuliers (1).

---

(1) Le gouvernement qu'établit Constantin pour tout l'empire, était à peu près fondé sur ces bases. Les Gaules, l'Espagne, la Bretagne étaient gouvernées par le préfet du prétoire des Gaules, dont Trèves était la rési-

J'ai dit, d'après César, que les druides entraient dans le gouvernement général de la Gaule comme premier membre. Mais, dira-t-on, cela devait être différent dans la Germanie, où il n'y avait pas de druides, comme César le dit positivement (1). Sans s'attacher au mot, il faut voir la chose, c'est-à-dire, examiner si les prêtres, quels qu'ils fussent, y avaient part à l'administration. Il n'y a pas de doute à cet égard; car Tacite attribue aux prêtres germains, qu'il appelle simplement *sacerdotes*, une autorité qui paraît approcher de celle des druides gaulois. Dans les assemblées, c'étaient les prêtres qui ordonnaient le silence, et qui exerçaient la police (2). Cette seule attribution prouve toute leur prépondérance. Je ne parle pas des autres fonctions ou prérogatives qui leur étaient attribuées,

---

dence. (Honorius transféra cette préfecture à Arles en 418.) Cette dignité était si éminente qu'Ammien l'appelle le faîte des honneurs, un second empire, *apicem honorum et secundum imperium.* Eunape en donne la même idée, quand il l'apelle une royauté à laquelle il ne manque que la pourpre, *regnum cui sola purpura deest.* Elle embrassait les finances, la justice et l'administration générale.

Le prétoire des Gaules était composé de trois régions ou districts, dans lesquels il y avait un vicaire sous les ordres du préfet. Celui qui était préposé à la Gaule, résidait à Trèves.

Il y avait pour chaque province un président qui siégeait dans la métropole, et dont la principale fonction était de rendre la justice. On appelait de ses jugemens au préfet.

Les villes avaient un sénat, un président et un grand nombre d'officiers. Le seul droit romain y était en usage.

(1) *Germani multùm ab hac consuetudine differunt; nam neque druides habent qui rebus divinis præsint.* Cæs. lib. 6, cap. 21.

(2) Tac. Germ., cap. 7 et 10.

et que Tacite rapporte. Je pense donc qu'on peut en inférer que les prêtres partageaient l'autorité publique chez les Belges, originaires soit de la Germanie, soit de la Gaule, puisque dans l'un et l'autre pays, les prêtres, sous des dénominations différentes, intervenaient dans les affaires générales.

FIN.

DISSERTATION

HISTORIQUE

SUR L'ORIGINE DU NOM DE BELGES, ET SUR L'ANCIEN *BELGIUM*;

Par M. RAOUX.

LUE DANS LES SÉANCES DES 2 FÉVRIER ET 28 MARS 1825.

DISSERTATION

HISTORIQUE

SUR L'ORIGINE DU NOM DE BELGES, ET SUR L'ANCIEN *BELGIUM*.

1°. Le nom de Belges fut-il apporté dans la Gaule septentrionale par les peuples de la Germanie qui vinrent s'y établir, ou ce nom était-il déjà porté par les habitans indigènes avant l'invasion des Germains ?

2°. Quelle est la position et l'étendue du *Belgium* de César ? Comprenait-il quelques-uns de ces peuples germaniques qui ont passé le Rhin ?

3°. Observations sur un passage remarquable de la chronique de Cambrai et d'Arras, par Balderic, écrite vers la fin du onzième siècle, relativement à l'origine du nom de la Belgique.

Jules-César, qui a conquis notre pays et célébré la valeur de ses habitans, a écrit que la troisième partie des Gaules était habitée par les Belges. *Gallia est omnis divisa in partes tres quarum unam incolunt Belgæ.* La Seine et la Marne étaient nos limites au midi. Le Rhin nous séparait de la Germanie

vers l'orient : *Proximi sunt Germanis qui trans Rhenum incolunt.* Comment. Lib. 1, c. 1.

Les historiens et géographes anciens qui ont écrit après César, ont donné la même étendue à la contrée occupée par les Belges.

L'origine du nom de *Belges* et de *Belgique* a beaucoup occupé les auteurs des derniers siècles qui ont écrit sur l'histoire ou la géographie des Pays-Bas.

Plusieurs ont pensé que la nation des Belges et leur pays avaient tiré leur nom d'une ancienne ville nommée *Belgis*, sur la situation de laquelle ils ne sont pas d'accord.

Des auteurs plus instruits ont cru que l'ancien *Belgium*, le *Belgium* proprement dit, dont parle César, était le pays des Bellovaques, aujourd'hui le Beauvoisis en Picardie, dont la ville de Beauvais est le chef-lieu; ils ont tiré de là l'origine du nom de Belges.

Une troisième opinion est que le nom de Belges nous a été apporté de la Germanie par ces peuplades teutoniques, qui, déjà long-temps avant Jules César, ont envahi une partie de notre pays, et qu'ils lui ont imposé leur nom. C'est le système favori de Desroches.

Je me propose de prouver dans cette Dissertation que les deux premières opinions ne sont pas exactes, et que la troisième n'est qu'un faux système contraire aux monumens de l'histoire.

Je me propose de prouver que les noms de *Belgium* et de Belges, ne nous viennent pas des peuples germaniques, dont parle César; que l'ancien *Belgium* n'était pas une ville, mais

une contrée ; que cette contrée ne se réduisait pas au pays des Bellovaques, mais contenait plusieurs peuples ; que le *Belgium* n'a pas été envahi par les Germains, et n'a pas cessé d'être occupé par les Gaulois indigènes ; que si les Tréviriens, les Éburons, les Nerviens et autres peuples germaniques qui se sont emparés d'une partie de la Gaule septentrionale, ont été comptés parmi les Belges, c'est qu'ils auront pris spontanément, ou qu'on leur aura attribué le nom général de la nation à laquelle ils s'étaient aggrégés.

Examen de la première opinion.

Isidore, évêque de Séville, en Espagne, décédé en 638, a dit dans son livre *des Origines*, liv. 14, chap. 4 : *Belgis civitas est Galliæ a quâ provincia Belgica dicta est.*

Dans les écrits du moyen âge, le mot *civitas* signifiait toujours une ville, et ordinairement une ville épiscopale. (Debast, *Introduct. au Recueil des Antiquités*, p. 28.)

Plusieurs auteurs modernes se sont emparés de ce texte, et ont cherché à découvrir quelle était cette ville fameuse dont tout notre pays aurait emprunté son nom.

Jacques de Guyse, né à Mons, qui a écrit ses annales et chroniques du Hainaut dans le quatorzieme siècle, a employé deux chapitres du premier livre de son ouvrage, pour prouver que cette ville était Bavai, en Hainaut, et pour réfuter l'opinion, déjà alors accréditée, qui attribue cet honneur à la ville de Beauvais, en Picardie, ancienne capitale des Bellovaques.

Jacques de Guyse, religieux Franciscain, a été long-temps professeur de philosophie et de théologie dans les couvens de

son ordre, et il est assez curieux de voir la méthode scholastique d'alors, qu'il emploie dans ses raisonnemens pour parvenir à sa preuve. Mais comme il est aujourd'hui reconnu que le premier livre de de Guyse est rempli de contes fabuleux, je n'en transcrirai rien ici.

Cependant, il a été suivi dans cette opinion en faveur de la ville de Bavai par quantité d'autres auteurs, qu'Abraham Ortelius appelle avec raison *vulgus scriptorum* dans son *Thesaurus Geographicus*, au mot *Belgis*.

Il y a lieu de regretter qu'un géographe aussi savant, dont notre patrie s'enorgueillit à juste titre, ajoute au même endroit que s'il avait quelqu'ancienne autorité à citer, il serait porté à croire que le village de *Veltsig* en Flandre, entre Audenarde et Alost a été cette ville de *Belgis* dont parle Isidore de Séville; car, dit-il, outre qu'on y a découvert beaucoup d'antiquités romaines, il n'y a qu'à changer le V en B et la lettre S en G, et il y aura peu de différence entre *Veltsig* et *Belgis*.

Quelques auteurs ont pris le *Belgium* de César pour une ville et l'ont confondu avec Beauvais. Un peu de critique dans l'examen des commentaires de César nous servira à prouver que le *Belgium* dont il parle, n'est pas une ville, mais une contrée dont les Nerviens et les Morins sont positivement exclus, et par conséquent Bavai et Veltsig.

Quant au passage d'Isidore mentionné ci-dessus, il ne mérite pas beaucoup d'attention. Cet auteur était un homme savant pour son siècle, comme le prouve ce même livre des Origines qui est une sorte d'encyclopédie ou de sommaire des connaissances littéraires de son temps, mais il s'y trouve beaucoup

d'étymologies et d'opinions hasardées, sans critique et sans jugement.

Isidore vivait à Séville dans le midi de l'Espagne, et n'était guère à portée de connaître exactement le nord de la Gaule.

Grégoire de Tours et Frédegaire, les seuls historiens français qui aient écrit dans le même temps qu'Isidore, ne font aucune mention de la ville de Belgis. Le témoignage de cet évêque espagnol ne pourrait donc être admis que pour autant qu'il serait conforme à quelqu'autre autorité plus ancienne. Or, les historiens et les géographes de l'époque romaine ne parlent pas de la ville de Belgis dont la Belgique aurait tiré son nom.

Examen de la seconde opinion.

Des écrivains notables, tels que Marlianus, Guichardin dans la description des Pays-Bas, à l'article Bavai en Hainaut, Cluvier dans sa géographie universelle, L. 2, chap. 12, Divæus, *de antiquitatibus galliæ Belgicæ*, c. 1 et 8, ont très-bien observé que le *Belgium* de César, n'était pas une ville, que c'était un pays; mais ils l'ont borné à celui qu'occupait le peuple des Bellovaques.

Nous allons examiner ce que c'est que cet ancien *Belgium*, et nous verrons qu'outre les Bellovaques, il comprenait aussi le territoire des Amiénois et des Atrebates et probablement encore un autre plus voisin de la Seine.

Après son expédition d'Angleterre, César ramena son armée dans la Gaule pour y passer ses quartiers d'hiver, et la contenir dans la soumission. Il convoqua à Amiens une assemblée

générale des députés de la nation gauloise, et comme cette année il y avait disette de grains, par suite d'une grande sécheresse, il fut obligé de placer ses quartiers d'hiver autrement que de coutume, et de distribuer ses légions entre plusieurs cités, c'est-à-dire entre plusieurs peuples. Il en envoya une chez les Morins, (ancien diocèse de Terouane) sous le commandement de Fabius, une seconde chez les Nerviens (ancien diocèse de Cambrai), sous la conduite de Quintus Cicéron frère de l'orateur, une troisième chez les Essuens (qu'on croit être un peuple maritime de la Normandie actuelle), une quatrième chez les Rémois, sur les confins des Treviriens, commandée par Labienus, une cinquième légion et cinq cohortes chez les Éburons, sous les ordres de Sabinus et de Cotta.

Enfin il plaça trois légions dans le *Belgium*, et leur donna à chacune un chef, savoir : Crassus, Plancus et Trebonius. *Tres in Belgio collocavit.* C'est lui-même qui nous a transmis tous ces détails et les suivans dans le cinquième livre de ses commentaires, chap. 24.

De ce texte il résulte déjà deux conséquences. La première que les Morins, les Nerviens, les Essuens, les Rémois et les Éburons n'étaient pas dans le *Belgium*.

La seconde que ce *Belgium* n'était pas une ville, mais une contrée, car Jules César, qui parlait bien sa langue, n'aurait pas écrit *tres collocavit in Belgio*, mais il eut dit *collocavit Belgii:* c'était même une contrée assez étendue comprenant plusieurs cités ou peuples, comme nous le verrons positivement tout-à-l'heure, et comme l'indique déjà le placement de trois légions, car lorsque la disette de vivres obligeait ce général à disper-

ser cinq de ses légions dans cinq pays différens pour qu'elles pussent subsister plus facilement, comme il le dit lui-même, il n'en aurait pas fait hyverner trois dans le territoire d'une seule cité, encore moins dans une ville. Une légion contenait alors cinq à six mille hommes, *ad hunc modum distributis legionibus, facillimè inopiæ frumentariæ sese mederi posse existimavit.* Ibid. c. 24.

Il avait cependant eu la précaution de les placer de manière qu'elles étaient toutes contenues dans un espace de cent mille pas; ce qui veut dire, je pense, que les légions les plus éloignées les unes des autres, ne l'étaient pas de plus de cent mille pas, pour qu'elles fussent à portée de se secourir mutuellement.

A peine les légions étaient-elles séparées et campées dans leurs quartiers d'hiver, qu'il se manifesta un esprit de révolte chez la plupart des peuples gaulois, qui souffraient impatiemment le joug de Rome et la perte de leur liberté.

Sabinus et Cotta, trompés par les artifices d'Ambiorix chef ou roi des Éburons, abandonnèrent leur camp retranché, sans prendre des mesures de sûreté et tombèrent dans une embuscade où ils périrent avec leurs quinze cohortes. Les Nerviens enhardis par ce succès de leurs voisins assiégèrent Cicéron dans son camp, mais ne purent le déterminer à se rendre ni à en sortir.

Nous lisons dans les Commentaires comment après plusieurs tentatives infructueuses, il eut enfin le bonheur de faire parvenir une lettre à César pour l'informer du péril de sa position. César était alors à Amiens, (Samarobriva) où il avait

placé le quartier-général de son armée, les magasins de blé, les archives et les otages des cités. L. 5, c. 45.

Il se trouvait là dans un endroit intermédiaire entre les Nerviens et les Bellovaques, et, ayant reçu la lettre de Cicéron vers la onzième heure du jour, il dépêcha sur le champ un courrier à Crassus, chez les Bellovaques, dont le quartier d'hiver était éloigné de 25 milles romains, et lui ordonna de venir promptement le trouver avec sa légion et de la faire partir à minuit. Ibid. c. 45. *Cæsar, acceptis litteris circiter horâ undecimâ diei, statim nuncium in Bellovacos ad M. Crassum quæstorem mittit, cujus hiberna aberant ab eo millia passuum viginti quinque, jubet mediâ nocte legionem proficisci, celeriterque ad se venire.* Puisque la légion de Crassus avait pris son quartier d'hiver dans le *Belgium*, il est prouvé par là que ce pays comprenait la cité des Bellovaques.

Mais où étaient les deux autres légions placées aussi en quartier d'hiver dans le Belgium. Il me paraît certain que l'une était à Amiens, car César n'aurait pas laissé sans défense une ville, où il avait réuni les bagages de son armée et tant d'autres objets importans. Par conséquent la cité d'Amiens faisait aussi partie du *Belgium*. Après avoir reçu avis de l'arrivée de Crassus, il fit ce jour-là même vingt mille pas de chemin allant au secours de Cicéron avec une légion, et ordonna à Crassus de rester avec la sienne à Amiens, pour la garde de tout ce que contenait cette ville. *Eo die millia passuum viginti progreditur, Crassum Samarobrivæ præficit, legionemque ei attribuit, quod ibi impedimenta exercitûs relinquebat?* Ibid.

César continua sa route avec une seule légion jusqu'aux fron-

tières des Atrebates, où il avait ordonné à Fabius de venir le joindre avec la sienne; il attendait aussi sur les frontières des Nerviens la légion de Labienus campée chez les Rémois, mais celui-ci n'ayant pas pu venir, César fut réduit à deux légions, *Cæsar consilio Labieni probato, etsi opinione trium legionum dejectus, ad duas redierat.* Ibid. c. 46, et n'en marcha pas moins à grandes journées vers le camp de Cicéron qu'il délivra. L. 5, c. 26.

Puisque César laissa Crassus à Amiens avec une légion, et qu'il en partit aussi avec une autre légion, il en résulte que l'une de ces deux légions y était en quartier d'hiver, et comme c'était une des trois placées dans le *Belgium*, j'en tire encore la conséquence que la cité des Amiénois était comprise dans le *Belgium*. Si César avait fait venir cette légion d'un autre endroit que d'Amiens, il n'aurait pas manqué de le dire, comme pour celles placées chez les Bellovaques, les Morins, et les Rémois.

Nous donnerons encore ci-après une autre raison pour laquelle la cité d'Amiens doit être comprise dans le *Belgium*.

Il reste une troisième légion à laquelle César avait aussi assigné son quartier d'hiver dans la même contrée. L'usage qu'il en fit ne nous indique pas précisément la cité où elle se trouvait, mais on peut en conclure qu'elle était dans la partie du *Belgium* la plus méridionale, la plus rapprochée de la Seine, puisque dans l'ordre de sa narration, il l'avait déplacée la première pour l'envoyer promptement du *Belgium* à Chartres, où il craignait aussi une rébellion, à cause que les habitans avaient assassiné le roi, nommé Tasget, que César leur avait donné.

Cæsar veritus ne civitas deficeret, L. Plancum cum legione ex Belgio celeriter in Carnutes proficisci jubet, ibique hiemare. L. 5, c. 25. Ce récit et l'urgence des circonstances indiquent assez que cette légion de Plancus se trouvait dans le midi du *Belgium*, et la plus à portée d'arriver promptement dans le pays des Carnutes, en passant la Seine à Paris. L'on peut donc conjecturer que si elle n'était pas dans la cité des Bellovaques, où se trouvait déjà celle de Crassus, elle était chez les Sylvanectes, c'est-à-dire à Senlis.

Il est encore dans le même livre cinquième des Commentaires de César un autre passage, qui, combiné avec ceux que nous venons d'examiner, indique la situation et la circonscription de la contrée qu'il appelle *Belgium*. C'est dans le récit qu'il fait de sa seconde expédition d'Angleterre. L'intérieur du pays, dit-il, est habité par des indigènes, mais la côte maritime est occupée par des habitans qui y sont passés du *Belgium*, *qui ex Belgio transierant*, et qui ont presque tous retenu les noms des peuples dont ils sont sortis. *Britanniæ pars maritima ab iis incolitur qui prœdæ ac belli inferendi causâ ex Belgio transierant, qui omnes fere iis nominibus civitatum appellantur quibus orti ex civitatibus eo pervenerunt.* L. 5, c. 12.

En effet, Ptolémée et autres géographes qui ont donné des descriptions de la Grande-Bretagne peu après César, présentent ses côtes méridionales, en face de la Picardie et de la Normandie, comme habitées par des peuples nommés *Belges* et *Atrebates*. Voilà donc des *Atrebates* qui sont passés du *Belgium* en Bretagne et qui ont conservé le nom de leur ancienne patrie; donc les Atrebates du continent faisaient aussi partie du *Belgium* de César. Cela résulte encore d'un passage du

8e liv. des Comment. c. 46 et 47, où il est dit que César, dans la distribution des quartiers d'hiver, mit quatre légions dans le *Belgium*... et qu'après avoir passé quelques jours dans la province Narbonnaise, il revint dans le *Belgium* et passa l'hiver à Nemetocenna. *Ad legiones in Belgium se recepit, hibernavit que Nemetocennæ.* Or, la ville de Nemetocenna, aujourd'hui Arras, était la capitale des Atrebates. Et comme le *Belgium* formait un tout continu, car les enclavemens n'etaient pas alors connus, il en résulte un nouvel argument que le pays des Amiénois, qui est entre les Bellovaques et les Atrebates était compris dans le *Belgium*.

Comme d'un autre côté César en exclut les Rémois à l'orient, les Éburons, les Nerviens, et les Morins au nord, nous voyons que le *Belgium* proprement dit ne contenait avec certitude que les pays qui ont été ensuite représentés par les diocèses de Beauvais, d'Amiens et d'Arras, et probablement aussi une partie de l'Isle de France et de la Normandie à la droite de la Seine.

Tous les auteurs tant soit peu exacts ont fait la remarque qu'il ne faut pas confondre le *Belgium* avec la Gaule belgique, ni même avec la province que l'empereur Auguste a fait nommer *Belgique*, et que ses successeurs ont divisée en deux, *Belgique première* et *Belgique seconde*. Mais il est bien étonnant qu'en reconnaissant cette distinction, des auteurs savans et respectables tels qu'Abraham Ortelius, aient pu écrire que par *Belgium* César avait entendu la partie septentrionale de la Belgique, composée de la Hollande, de la Zélande, de la Flandre, du Brabant et de la Gueldre.

Cette opinion singulièrement erronée est émise en toutes lettres, quoiqu'avec quelque doute, dans le *Thesaurus geographicus* au mot *Belgium* : *Belgium in quo scribit Cæsar se tres legiones collocasse.... Nec etiam sub Belgio totam Belgicam intelligit. A Belgio enim Nervios, Morinos et Essuos distinguit. Partem Belgicæ itaque Belgium videtur vocare eam forte quæ versus septentrionem est, quo hodie Hollandiam, Zelandiam, Flandriam, Brabantiam, Geldriam et Cliviam habemus.*

Si les Belges de la Bretagne, dont parle César, étaient partis de la Hollande et de la Zélande, ils se seraient établis sur les côtes occidentales de cette île, à la gauche de la Tamise; mais Ptolémée et les autres géographes les placent tous sur la droite de ce fleuve, sur la côte qui est en face de la Picardie, où sout aujourd'hui le Somersetshire, Wilshire et Hamshire, selon Camden et Cluvier, et comme le dit Ortelius lui-même au mot *Belgæ*.

Dans les temps antérieurs à César où l'art de la navigation était encore dans l'enfance chez des peuples peu civilisés, le passage des Gaules en Bretagne a dû se faire par le trajet le plus court et le plus facile en partant des embouchures de la Somme, et de la Canche et du port de Boulogne, d'où l'on aperçoit les côtes d'Angleterre, tandis que la mer qui sépare la Hollande de cette île, est beaucoup plus large et présente une navigation plus difficile par les bancs de sable dont elle est parsemée.

Examen de la troisième opinion.

Les véritables et anciens Belges étaient certainement les

peuples du *Belgium*. Mais comment s'est-il fait que ce nom se soit communiqué aux peuples des contrées voisines, et même à ceux qui étaient venus de la Germanie en passant le Rhin? C'est ce que les écrivains de l'antiquité ne nous ont pas appris, mais dont nous avons plusieurs exemples dans l'histoire moderne.

Il est très-apparent que les Tréviriens, les Éburons, les Atuatiques et les Nerviens, qui étaient fiers de leur origine germanique, ne se sont pas appellés eux-mêmes *Belges*, et n'ont pas été appellés de ce nom par les anciens habitans du pays qui le portaient. Il me semble qu'il résulte assez clairement de quelques passages de César et de son continuateur, que ces peuples germaniques ne se donnaient pas le nom de *Belges*, et que ce nom ne leur était pas donné par les anciens Belges qui les appellaient *Germains*, *Germani*; c'était aussi ce dernier nom que ces peuples portaient en général, indépendamment d'une dénomination particulière à chacun d'eux, telle que *Tréviriens*, *Nerviens*, etc.

Voici ces textes qui jettent sur ce point historique une lumière qui ne paraît pas avoir été bien apperçue jusqu'ici.

Lorsque César, dès sa seconde campagne, vint pour subjuguer la Gaule-Belgique, les Rémois se soumirent d'abord sans se défendre, et offrirent de lui donner des otages et des vivres. Ils lui dirent aussi que tous les autres Belges étaient sous les armes pour se défendre, et que les Germains qui habitaient en deçà des rives du Rhin s'étaient joints avec eux. *Reliquos*

omnes Belgas in armis esse, Germanosque *qui ripas Rheni incolunt sese cum his conjunxisse.* Lib. 2, c. 3.

J'entends ces derniéres expressions des seuls Germains qui habitaient en deçà du Rhin, et qui avaient conquis ci-devant une partie de la Gaule-Belgique.

Je le prouve par la suite du discours de Rémois, et le dénombrement qu'ils font des peuples belges et germains, qui se préparent à combattre César. Ils n'y comprennent que des peuples tous connus pour habiter en deçà du Rhin; et les opérations de cette campagne mémorable, qui a immortalisé le courage de nos ancêtres, prouvent aussi qu'il n'y a aucun peuple d'au delà du Rhin qui y ait pris part, ni proposé de le faire. D'où il résulte que les Rémois, qui connaissaient parfaitement comment s'appelaient leurs voisins, ont distingué la dénomination des *Belges* d'avec celle des *Germains* établis en deçà du Rhin. *Reliquos omnes Belgas Germanosque qui ripas Rheni incolunt.*

Cette différence de dénomination nationale se retrouve encore dans la suite du récit des Rémois qui, dans le dénombrement des peuples armés, désignent sous le nom commun de Germains, quatre ou cinq des peuples germaniques établis en deçà du Rhin; car, après avoir fait passer en revue les Bellovaques, les Suessoniens, les Nerviens, les Amiénois, les Atrebates, etc., ils finissent par cette phrase : *Atuaticos* 29 *millia, Condrusos, Eburones, Cœresos, Pœmanos, qui uno nomine Germani appellantur, arbitrari ad* 40 *millia* Ibid. L. 2, c. 4.

Ainsi les Éburons, les Condrosiens et leurs voisins ou cliens

étaient appellés du nom général de Germains; et les Rémois ne leur donnaient pas celui de Belges.

Nous trouvons des passages non moins convaincans dans le continuateur de César. Ce grand capitaine a consacré un livre de ses Commentaires à chacune de ses sept premières campagnes de la guerre des Gaules; la huitième a été décrite par un de ses compagnons d'armes, témoin oculaire de tout ce qui s'y est passé, dont le nom importe peu; mais qu'on croit assez généralement être Hirtius.

Dans cette huitième année de son gouvernement, César chercha à pacifier les Gaules, et à traiter les habitans avec plus de modération, pour se les attacher et les faire servir à ses vues d'ambition sur Rome. C'est pour cela que cette huitième année offre peu d'événemens militaires, et qu'il ne les jugea pas dignes d'un huitième livre de sa main.

Cependant Corveus, chef des Bellovaques, était un ennemi mortel du nom romain, et parvint à faire révolter son peuple et ceux des cités voisines, les Amiénois, les Aulergues, les Caletes, les Vélocasses et les Atrebates. C'étaient presque tous des habitans du *Belgium* proprement dit, et conséquemment d'anciens et véritables Belges.

Les combattans s'étaient retirés sur une montagne entourée de marécages et adossée à une grande forêt. Il était resté peu d'habitans dans le pays ouvert aux Romains. Ceux-ci s'étant informés de ce qui s'était passé, apprirent de ces habitans que Commius, chef des Atrebates, était parti depuis peu de jours du camp pour chercher et amener les secours des *Germains* du voisinage. *Paucis ante diebus ex his castris Commium*

discessisse ad auxilia Germanorum *adducenda*, *quorum et vicinitas propinqua et multitudo esset infinita.* Commen. lib. 8, cap. 7.

L'on ne peut pas douter qu'il ne s'agisse ici des Germains établis dans la Gaule belgique, à cause des mots *vicinitas propinqua,* car les Germains d'au delà du Rhin, n'étaient pas dans le *voisinage* des Bellovaques ni des Atrebates, encore moins dans un voisinage *prochain.* Ainsi voilà encore des Belges qui, en parlant des Germains établis en deça du Rhin, ne les appellent pas Belges, mais Germains.

Peu de lignes après, l'auteur ajoute que les coureurs de César apprirent que Commius était déjà revenu, avec un secours de cinq cents cavaliers *germains,* et que ce secours avait enflé le courage des barbares, c'est-à-dire des Belges gaulois. *Commius quem profectum ad auxilia Germanorum accersenda dixeram cum equitibus venerat, qui tametsi numero non amplius erant quingentis, tamen Germanorum adventu barbari inflabantur.* Ibid. Lib. 8, c. 10.

Corveus, chef de la révolte combattit vaillamment, mais il fut vaincu et il périt dans la mêlée. César pardonna aux Bellovaques et aux autres insurgés. Commius s'enfuit chez les *Germains* d'où il avait amené quelques secours. *Commius Atrebas ad eos profugit Germanos a quibus ad id bellum auxilia mutuatus erat.* Ibid. L. 8, c. 21.

La suite de la narration prouve que Commius n'était pas sorti de la Gaule, et qu'après avoir blessé et tué dans une rencontre particulière un officier romain nommé Volusenus, qui

avait cherché ci-devant à lui ôter la vie par trahison, il obtint néanmoins son pardon en donnant des ôtages.

Ainsi l'on voit dans César et dans son continuateur, que lorsque les Belges avaient à parler des peuples germaniques établis en deçà du Rhin, ils ne les appelaient pas *Belges* mais *Germains*.

Si notre preuve avait besoin d'un dernier complément, nous le trouverions dans l'ouvrage de Tacite sur la Germanie, où il dit, chap. 2, que ce nom de Germanie est récent, que ce sont les peuplades qui les premières ont passé le Rhin et chassé les Gaulois, qui ont pris alors le nom de Germains et l'ont ajouté au leur. *Cæterum Germaniæ vocabulum recens et nuper additum : quoniam qui primi Rhenum transgressi Gallos expulerint, ac nunc Tungri, tunc Germani vocati sunt.*

Tacite, par une phrase dont le texte est un peu obscur et entortillé, ajoute qu'ils avaient pris ce nom pour inspirer la terreur et qu'insensiblement il a été adopté par tous leurs compatriotes d'au delà du Rhin. *Ita nationis nomen, non gentis, evaluisse paulatim ut omnes primum a victore ob metum, mox a se ipsis invento nomine Germani vocarentur.*

Nous croyons donc avoir démontré que les peuples Germaniques, qui après avoir passé le Rhin, ont conquis une partie de la Gaule belgique, ne se donnèrent pas le nom de Belges, et que les anciens Belges ne leur donnaient pas non plus ce nom, mais celui de Germains.

Cependant les Romains qui ont soumis les uns et les autres à leur empire, leur auront donné le nom commun de Belges, parce qu'ils formaient ensemble une même confédération, et

parce qu'ils habitaient tous le pays qui était occupé, pour la plus grande partie, par d'anciens Belges, et que les Romains ont appellé *Gallia Belgica.*

C'est ainsi que les peuples de l'Alsace, de la Lorraine et d'une partie de la Flandre, réunis au royaume de France, sont aujourd'hui appelés *Français*, et confondus avec les anciens sujets de ce royaume, quoique pendant une longue suite de siècles ils aient formé des nations séparées et parlant des langues différentes.

Nos Pays-Bas espagnols et autrichiens ont offert un exemple semblable. Quoique les Brabançons, les Hainuyers, les Namurois ne s'appelassent pas Flamands et ne le fussent réellement pas, cependant les étrangers et nommément les Italiens et les Français nous confondaient tous sous le nom de *Flamands* et désignaient tout notre pays par le mot *Flandre.* Bentivoglio a intitulé son ouvrage : *Histoire des guerres de Flandre.*

Les officiers et soldats français disaient avoir fait la guerre en *Flandre*, les campagnes *de Flandre*, ce qui était synonime des Pays-Bas. C'est une remarque que Guichardin a faite dans sa Description générale des Pays-Bas, p. 4, imprimée pour la première fois en 1567, et que Bucherius a renouvelée dans son *Belgium Romanum.* Lib. 1, cap. 4.

On a vu également que les habitans de la république des Sept Provinces-Unies des Pays-Bas étaient généralement connus et désignés sous le nom de *Hollandais*, quoiqu'ils ne fussent pas de la province de Hollande. Tous les historiens ne

disent-ils pas les *colonies hollandaises, l'armée, la flotte hollandaise?*

Nous avons un autre exemple plus singulier chez les *Suisses* qui ont pris en Europe cette dénomination d'un des plus petits et des plus chétifs cantons de leur confédération, de celui de Schwitz, en allemand Swittser, dont les Français ont fait le mot *Suisses.*

Desroches a donc commis et soutenu une erreur grave dans les deux premiers chapitres de ses *Recherches sur l'ancienne Belgique,* où il a voulu prouver que le nom de Belges avait été imposé à notre nation par ces Germains que César dit avoir passé le Rhin et s'être établis dans quelques cantons de la Belgique; et ces Germains, Desroches les fait venir des terres situées au delà de la mer Baltique, dans la Scandinavie.

« Les Celtes, dit-il, chap. 1, p. 2, furent les premiers habi-
» tans des contrées belgiques, avant qu'elles fussent connues
» sous ce nom, avant que les Belges issus des peuples Scythi-
» ques, qui remplissaient la Germanie, eussent passé le Rhin
» qui barrait l'entrée des Gaules.

« Nous ignorons en quel siècle les descendans des Scythes,
» sous le nom de *Belges*, sortirent de la Germanie, chassèrent
» la postérité des Celtes et s'établirent dans les champs fertiles
» que ces derniers avaient cultivés.

« P. 12. Ce qu'il importe d'observer, c'est que si les Belges
» repoussèrent les Cimbres et les Teutons 112 ans avant J.-C.,
» ils habitaient donc notre patrie avant cette époque, *ils lui*
» *avaient imposé leur nom.* »

Là et ailleurs, Desroches suppose, mais ne prouve pas que ces Germains qui se sont emparés d'une partie de la Belgique, s'appelaient Belges et ont imposé leur nom au pays, comme si ce nom lui avait été étranger auparavant.

Il commence son chapitre second par de pareilles suppositions, en ces termes : *Tous les écrivains de l'antiquité s'accordent à dire que les Belges étaient sortis de la Germanie.* Mais il n'en cite aucun, excepté César et Tacite qui disent au contraire, que quelques-uns des Belges seulement étaient sortis de la Germanie.

L'assertion de Desroches ne serait soutenable que pour autant qu'il n'eût entendu parler que des Belges des Pays-Bas autrichiens dont il a entrepris l'histoire. En ce sens il est vrai que les différens peuples qui, du temps de César, occupaient les contrées qui forment les provinces méridionales du royaume actuel des Pays-Bas, étaient originaires de la Germanie, mais il n'en était pas de même des autres Belges, qui occupaient tout l'espace entre les frontières méridionales de notre royaume et les rivières de Seine et de Marne : ces Belges étaient Gaulois d'origine.

Nous avons démontré ci-dessus que le *Belgium* proprement dit, dont parle César, ne comprenait aucune partie des provinces de notre royaume actuel, ni des peuples connus alors pour être issus des Germains. Il n'est donc pas vrai que ce soient eux qui aient imposé leur nom au *Belgium*, ni aux Belges, puisque ces noms existaient dans la Gaule septentrionale indépendamment d'eux, et avant leur invasion.

Desroches, forcé par le texte de César de convenir qu'il y avait des Belges d'origine celtique, tâche de les réduire à peu de chose; encore une fois, il aurait raison, si l'on n'envisageait que la Belgique de nos jours; mais ce système choque toutes les autorités anciennes, si l'on considère les Belges comme s'étendant jusqu'à la Seine et à la mer, et formant la troisième partie des Gaules.

Après avoir hasardé de dire que selon tous les auteurs de l'antiquité, les Belges étaient sortis de la Germanie, il ajoute, p. 28: « Cependant le plus ancien, celui dont l'autorité est la plus » grande, semble restreindre un peu cette assertion. La plu- » part des Belges, dit-il, descendaient des Germains, *plerosque* » *Belgas esse ortos à Germanis.* Cette origine n'était donc pas » commune à tous. Il est très-possible que lorsque ce peuple » étranger eut envahi la terre *qui porte son nom*, une petite » partie des anciens habitans issus des Celtes ou Gaulois ait » conservé sa demeure dans quelque canton, après l'expulsion » de ses compatriotes. Mais où chercher les restes des pre- » miers Celtes? Seraient-ce les Velocasses et les Caletes, qui » cantonnés dans le voisinage de la mer, entre les embouchures » de la Seine et de la Somme, échappèrent à la poursuite des » vainqueurs? »

Je réponds à cette interrogation qu'il faut les chercher chez tous les peuples Belges que César et les auteurs anciens ne disent pas être descendus des Germains; car, puisqu'ils ont désisigné les noms de ceux qui ont cette origine, tels que les Tréviriens, les Atuatiques, les Éburons, les Nerviens, les Ménapiens, etc., il s'ensuit que tous les autres sont des Celtes ou Gaulois indigènes, non-seulement les Velocasses et les Caletes,

mais aussi les Médiomatriques, les Leucois, les Véroduniens, les Catalauniens, les Rémois, les Suessonniens, les Sylvanectes, les Bellovaques, les Amiénois, les Véromanduens, les Atrébates et les Morins, tous peuples considérables, dont les chefs-lieux ont été érigés dans la suite en siéges épiscopaux.

Desroches, en passant sous silence tous ces peuples Belges si connus, et qu'il connaissait lui-même si bien, continue ainsi : « S'il faut joindre aux Vélocasses et aux Calètes une petite par-» tie des Celtes qui occupaient nos provinces, je ne vois que » les Atrébates et les Morins, c'est-à-dire, les habitans de l'Ar-» tois et de la Flandre française, à qui la restriction puisse » convenir, puisque *toutes les autres nations*, les Nerviens et » leurs alliés, les Tréviriens et leurs cliens, les Atuatiques, les » Éburons et les Ménapiens, se vantaient de leur origine ger-» manique, et sont appelés distinctement les descendans des » Germains. Ainsi, à l'exception peut-être des Morins et des » Atrébates, *tous les autres Belges* sortirent de la Germanie. »

Je combats Desroches par lui-même, et sans sortir de son texte. Car en énumérant toutes les nations Belges d'origine germanique, il n'en nomme que cinq que je ne lui conteste pas, mais qui étaient entièrement distinctes des quatorze que j'ai nommées ci-dessus. Il a donc avancé un fait absolument contraire à la vérité de l'histoire, en disant qu'à l'exception des Vélocasses, des Calètes, et peut-être des Morins et des Atrébates, *tous les autres Belges* sortirent de la Germanie.

Dira-t-on, pour l'excuser, qu'il n'a voulu parler que des Pays-Bas autrichiens et français? Mais, dans ce cas, pourquoi s'exprimait-il généralement *de tous les Belges?* Pourquoi surtout

a-t-il mentionné les Velocasses et les Calètes comme étant des Belges non issus des Germains? Assurément le Vexin et le pays de Caux, en Normandie, qu'habitent ces deux peuples, n'ont jamais fait partie des Pays-Bas autrichiens ni français : ainsi, puisqu'il les a exclus de l'origine germanique, il aurait dû, au moins, s'expliquer sur les dix autres peuples bien plus considérables que j'ai nommés ci-dessus, et qui remplissent aujourdhui la Picardie, la Champagne, la Lorraine et les trois évêchés de Metz, Toul et Verdun.

En supposant gratuitement que les Belges d'origine germanique eussent été en plus grand nombre que les Belges d'origine gauloise, la question principale est de savoir si ce sont eux qui ont apporté ce nom dans la Gaule, et qui l'ont imposé à tous les peuples depuis l'embouchure de la Meuse jusqu'à la Seine et à la Marne.

Nous avons déjà d'avance démontré le contraire par la corrélation nécessaire entre *Belgium* et *Belgæ*, par l'usage où étaient les Belges de ne pas donner ce nom aux Germains établis dans la Gaule-Belgique, et par l'affectation de ceux-ci de ne pas prendre le nom de Belges, mais celui de Germains. Malgré toutes ses savantes recherches, Desroches n'a cité aucun auteur ancien ni moderne qui ai dit que les Trévıriens, les Nerviens, les Éburons, ni les Ménapiens, s'appelassent Belges, en Germanie, avant d'avoir passé le Rhin. Quant aux Atuatiques qui étaient très-puissans, lors de l'arrivée de César, puisque les Éburons étaient devenus leurs tributaires, leur origine est connue, ils faisaient partie des Cimbres et des Teutons que Marius avait vaincus dans les célèbres batailles d'Aix et Verceil. C'est ainsi que les Rémois l'ont rapporté à César, et cet

événement était alors assez récent pour être bien connu, puisqu'il ne remontait guère qu'à un demi-siècle. Ce ne sont donc pas les Atuatiques qui nous ont donné le nom de Belges. Quant aux quatre autres nations germaniques, le moment de leur invasion a échappé à l'histoire, Desroches en convient. L'on ignore donc complètement s'ils sont arrivés ensemble, ou successivement les uns après les autres; s'ils sont venus de la même contrée ou de contrées différentes de la Germanie, sous laquelle on comprenait alors le nord de l'Europe à la rive gauche du Danube, et à la droite du Rhin. S'ils sont venus de contrées différentes, ils ne portaient pas le même nom commun de *Belges*, qui n'était pas le nom générique des Teutons ni des Scythes.

Mais y avait-il même une tribu ou une peuplade, dans la Germanie ou dans le nord de l'Europe qui fût connue sous le nom de *Belgæ?* Aucun auteur ne nous l'a transmis. Seulement l'érudit M. Desroches a fait la découverte d'un passage dans un auteur latin du premier siècle de notre ère, nommé Pomponius Mela, qui a écrit que les terres septentrionales de l'Europe, depuis la région des Sarmates jusqu'à la mer qui baigne les côtes de la Norwége, étaient habitées par des peuples Scythiques connus sous le nom de *Belcæ. Scythici populi incolunt, ferè omnes in unum Belcæ appellati.* p. 30.

Je n'ai pas vérifié la citation, mais je la suppose juste. Desroches s'est emparé de ce texte unique et en a conclu que nos Tréviriens et nos Nerviens étaient de cette nation scythique, nommée *Belcæ*, et étaient venus jusqu'au Rhin qu'ils avaient traversé pour chasser les Celtes, s'emparer d'une partie de leur contrée, et imposer leur nom à la nation et au pays, en changeant *Belcæ* en *Belgæ*. Il faut avouer que voilà une singulière

manière d'écrire l'histoire, et de chercher, sans la moindre preuve, l'origine de notre nom, aux extrémités de la terre habitée, chez un peuple inconnu, dont Pomponius Mela est le premier et le seul auteur qui ait parlé plus de cent ans après César; tandis que cette origine est chez nous-mêmes, dans notre propre pays, attestée par tous les auteurs, dont aucun n'a contredit le récit de César; attestée par le nom d'une contrée qu'il a connue et dans laquelle il a séjourné plusieurs années avec ses légions. Desroches avait aussi connaissance de cette contrée et de sa situation à notre porte, mais il n'en a rien dit dans ses recherches sur l'ancienne Belgique; il n'en a parlé que très-laconiquement, mais pourtant avec assez de justesse, dans le cinquième chapitre de son histoire, p. 357, en ces termes : « Trois autres légions furent placées dans le *Belgium* proprement dit, qu'il ne faut point confondre avec la Belgique dont il » différait comme la partie diffère du tout, puisque le *Belgium* » était renfermé dans la Picardie et dans cette partie de l'Isle- » de-France que la Seine borne au sud. »

Ce peu de mots pouvait suffire à l'auteur pour découvrir l'origine du nom de Belges, sans l'aller chercher au fond de la Scandinavie, sur une conjecture très-hasardée.

Si l'on voulait imiter Desroches et tirer parti du mot *Belcœ* rencontré fortuitement dans un auteur ancien, l'on pourrait prétendre avec plus d'apparence de fondement que les Belges qui remplissaient le nord des Gaules étaient descendus des *Tectosages,* peuples gaulois des environs de Toulouse, très-célèbres dans l'antiquité, car Ausonius, poète latin du quatrième siècle qui était de leur pays, nous a laissé un vers où il est dit que leur nom primitif était *Belcœ : Usque in Tec-*

tosages, primœvo nomine Belcas. Ce qui est probablement une faute de copiste pour *Volcas.*

Ortelius, dans son *Thesaurus geographicus* a cité les *Belcæ* d'Ausonius, mais il ne fait pas mention de ceux que Pomponius Mela place dans la Norwége. Cluvier n'a parlé ni des uns ni des autres.

Dernier point.

Observations sur un passage de la chronique de Cambrai par Balderic.

J'ai fait récemment une découverte, qui m'a d'abord surpris, sur l'origine des noms de Belges et de Belgique. En parcourant le *Chronicon Cameracense et Atrebatense* par Balderic, décédé en 1095, j ai trouvé le passage suivant, Livre 2, c. 24. *Item in territorio Atrebatensi, in vico videlicet qui Belgicus ab incolis nuncupatur, extat Basilica canonicorum sancti Remigii. Notandum vero quod locus iste antiquitus adeo præeminebat, ut ab eo omnis nostra regio etiam usque in præsens, Belgica diceretur.*

Ce passage a été inséré dans le dixième volume du Recueil des historiens de France, par Dom Bouquet, et a attiré l'attention des savans éditeurs de ce Recueil, qui y ont fait la note suivante : *Quod hic offert Baldericus ingens disputandi et dubitandi argumentum peritioribus aliis discutiendum relinquimus.*

Cette Chronique a été imprimée pour la première fois en 1615, à Douai, avec des annotations de Colvenaire docteur et professeur en théologie. Il dit qu'il a pris plusieurs informa-

tions sur la situation de ce lieu, mais qu'elles ne présentent rien de certain. Voici les indications les plus ressemblantes au texte de Balderic, et que j'ai vérifiées sur une carte très-nette de la province d'Artois, qui se trouve dans la description géographique des 17 provinces des Pays-Bas imprimée à Amsterdam par Kerius en 1617, ainsi deux ans après l'édition de la chronique de Balderic. Il existe un village nommé *Belge* sur la rive droite de la rivière de Ternois; mais Colvenaire observe que ce village n'est pas du diocèse d'Arras, mais de celui de Boulogne qui a été formé d'un démembrement du diocèse de Térouane, après la terrible destruction de cette ville antique par l'effet de la vengeance de l'empereur Charles-Quint, et il ajoute que les limites du diocèse d'Arras n'ont pas été changées par l'érection des nouveaux évêchés.

Dans le territoire du diocèse d'Arras, il existe un autre village nommé *Beauvois*, *Bellovacum in Artesia*, et enfin un autre village voisin nommé *Belle*. Mais, dans aucun de ces trois endroits, il ne restait ni vestige ni souvenir d'un chapitre de chanoines ou d'un autre monastère.

Comme cependant Balderic devait bien connaître les églises collégiales du diocèse d'Arras, alors encore uni à celui de Cambrai, dont il fait la description, et dans lequel il avait été élevé et secrétaire de deux évêques successifs, (car c'est par erreur qu'on a attribué cette chronique à Balderic, évêque de Noyon, comme l'ont prouvé les auteurs de l'Histoire littéraire de France, t. 8, p. 400, et comme l'ont reconnu les continuateurs de Dom Bouquet, t. XI, p. 122, et à la préface, p. 30.) l'on doit supposer que cette collégiale a été détruite et ruinée ou réunie

à une autre, dans l'intervalle de plus de cinq cents ans qui s'est écoulé entre le décès de Balderic et l'impression de son livre.

Mais que doit-on penser de l'observation du chroniqueur, que ce bourg ou village, nommé *Belge* ou *Belgique*, avait été autrefois si considérable que toute la Belgique en aurait tiré son nom?

C'était sans doute une tradition populaire dans ce pays-là, que Balderic aura recueillie, sans la discuter, comme faisaient les historiens de ce temps qui manquaient de critique. Cette tradition parvenue jusqu'au temps de Balderic, dans le diocèse d'Arras, s'était égarée dans sa marche à travers tant de siècles; mais elle n'était pas sans quelque mélange de vrai.

Le pays des Atrébates forme le diocèse d'Arras. Or, ce pays avait fait partie de l'ancien *Belgium*, cela est prouvé ci-dessus. Les Belges tirent leur dénomination du *Belgium*, ou si l'on veut, et ce qui revient au même résultat, les premiers et les plus anciens des Belges ont donné leur nom au *Belgium* qu'ils ont habité. Ainsi, le territoire d'Arras est pour quelque chose dans la source du nom de Belge et de Belgique. La remarque de Balderic, quoique inexacte, n'est pas entièrement fausse. Ce n'est pas le *vicus Belgicus* dans le territoire d'Arras qui a communiqué son nom à toute la Belgique, mais du moins cet endroit a tiré et conservé son nom du *Belgium* dont il a fait partie, et d'où notre dénomination de *Belges* tire sa véritable origine.

La tradition, que nous a transmise Balderic, a quelque chose de national, et quoique défigurée par le laps des siècles, elle se rattache à la vérité historique que nous puisons dans les

Commentaires de César, et que nous voulons faire triompher sur les fictions de Jacques de Guyse et de Desroches, dont le premier fait venir les Belges et leur nom des rivages et des ruines de Troie, et le second des frimats glacés de la Scandinavie.

Ne faisons pas de romans pour chercher si loin l'origine de notre antique et honorable nom; l'histoire nous l'indique avec certitude dans le *Belgium* qui existait déjà dans nos contrées long-temps avant César, et elle ne ne remonte pas plus haut sur cet objet.

M. Raepsaet a fait imprimer en 1811 un *Mémoire sur l'origine des Belges;* mais, dès la première page, il annonce qu'il entend par là les habitans des ci-devant Provinces-Unies et des Pays-Bas autrichiens, c'est-à-dire de ceux que, dans le langage de nos jours, l'on appelle Belges. Personne ne doute, d'après César et Tacite, que les ancêtres de ces peuples ne soient originaires de la Germanie.

M. Raepsaet ne s'occupe pas des autres peuples, qui formaient la Gaule belgique avant et sous la domination des Romains. Il ne traite pas non plus la question si les peuples germaniques qui ont conquis une partie de la Gaule belgique avant César, s'appelaient Belges, avant leur conquête, et si ce sont eux qui ont imposé le nom de Belges à la nation qui occupait la troisième partie des Gaules. Mais dans plusieurs passages de son Mémoire, il suppose et admet la négative de ces deux propositions.

C'est ainsi que, p. 117, en parlant de la première époque où les Germains ont passé le Rhin et se sont établis dans la Belgique, il s'exprime ainsi : « Comme les Ménapiens, les Advati-

» ques, les Éburons et les Nerviens étaient du nombre de ces » nations sorties de la Germanie, on ne peut rapporter qu'à » cette époque l'établissement de ces quatre peuples dans la » Belgique, *et qui depuis ont été comptés parmi les Belges.* »

Page 119, il pose une seconde époque au temps de César, « qui, dit il, tant qu'il a regné, n'a pas souffert de nouveaux » établissemens de Germains, en deçà du Rhin. Ainsi à la fin » de la seconde période, il n'y avait pas encore de Germains » établis sur la rive gauche du Rhin, excepté ceux qui, y » étant venus sous la première période, *étaient devenus Bel-* » *ges de fait et de droit.* »

S'ils sont devenus Belges après leur invasion, ils ne l'étaient donc pas auparavant. C'est ainsi, en effet, que César les confond souvent avec les anciens Belges, comme habitant tous la Gaule Belgique.

Le Mémoire de M. Raepsaet a pour objet de prouver que les peuplades germaniques, qui se sont emparées d'une partie de la Gaule Belgique, étaient venues de la petite Tartarie, et non de la Scandinavie, comme l'a dit M. Desroches.

Voici comme il annonce lui-même le plan de son ouvrage, pag. 1.

Après avoir énuméré les nations germaniques qui occupaient, du temps de César, le royaume actuel des Pays-Bas, il dit : « M. Desroches, dans son Histoire ancienne des Pays Bas, in- » cline à donner pour patrie à toutes ces nations les îles de la » Scandinavie. Je ne partage pas son opinion, etc. »

Page 12, il ajoute : « J'aurai résolu le problême si je par- » viens à établir 1° que toutes ces nations ont, anciennement

» et à une époque d'antiquité indéterminée, demeuré dans la
» Pannonie ou grande Hongrie, qu'arrose le Wolga, dans la
» petite Tartarie ou Palus-Méotides, et sur les côtes du Pont-
» Euxin.

» 2°. Que celles de ces transmigrations qui concernent principalement notre objet, se sont faites par le Nieper et la Dwina vers la mer Baltique.

» 3°. Qu'à l'embouchure de la Dwina dans la mer Baltique, elles se sont répandues les unes au nord dans la Livonie, et les autres en longeant les côtes occidentales de la mer Baltique, et sans s'en écarter, sont venues jusqu'à l'Oder; que de là elles se sont répandues sous le nom commun de Suéves jusqu'au Danube d'un côté, et de l'autre sur toutes les côtes de la Baltique en Danemarck, jusqu'au Rhin, et enfin dans la Belgique, la Hollande et la Frise. »

L'ouvrage de M. Raepsaet est une description du voyage conjectural qu'il fait faire à nos ancêtres, depuis les Palus Méotides jusqu'en deçà du Rhin par la longue route qu'il leur trace.

Je n'entends pas me rendre juge entre MM. Desroches et Raepsaet. Comme l'un et l'autre ne s'appuient que sur des conjectures, ils pourraient bien se tromper tous deux. Tout ce que nous savons sur ce point avec une certitude historique, c'est que César nous apprend, et qu'il avait appris lui-même des Rémois, que plusieurs des Belges étaient issus des Germains qui avaient anciennement passé le Rhin pour s'établir dans nos contrées. Du reste, il me paraît assez peu important de se perdre dans les conjectures, pour savoir si ces peuples à

demi sauvages étaient venus de près ou de loin, et notamment si leur point de départ était la Scandinavie ou la petite Tartarie.

FIN.

MÉMOIRE

SUR L'ORIGINE

DE LA DIFFÉRENCE RELATIVE A L'USAGE DE LA LANGUE

FLAMANDE OU WALLONNE

DANS LES PAYS-BAS;

PAR M. J. D. MEYER.

LU DANS LA SÉANCE DU 8 MAI 1825.

MÉMOIRE

SUR L'ORIGINE

DE LA DIFFÉRENCE RELATIVE A L'USAGE DE LA LANGUE

FLAMANDE OU WALLONNE

DANS LES PAYS-BAS.

IL est dans l'état des peuples des différences très-marquées; les unes sont le résultat des circonstances locales, de la nature du terrain qu'ils occupent, des moyens de leur existence, des relations sociales; d'autres proviennent de causes étrangères, qu'on peut tracer historiquement et dont l'origine se rapporte à des guerres, des conquêtes, des invasions, des émigrations, attestées par les annales; mais il en est aussi qui, quoique d'une singularité ou d'une bizarrerie frappante, ne peuvent être expliquées, et au sujet desquelles il faut dire avec le jurisconsulte: *non omnium quœ à majoribus accepimus ratio reddi potest.*

Entre ces phénomènes dont l'origine se perd dans la nuit des temps, mais que le flambeau de l'histoire pourrait éclaircir, l'Académie avait cru pouvoir placer la différence qui existe entre les langues usitées dans les provinces des Pays-Bas, différence particulièrement remarquable, sous ce rapport, que des

provinces qui n'ont jamais appartenu à la France, mais soit à l'empire germanique, soit à des souverains indépendans, comme le comté de Hainaut, le comté de Namur, l'évêché de Liége, le duché de Limbourg et une partie des duchés de Brabant et de Luxembourg, ont de tout temps parlé un dialecte français, tandis que le comté de Flandre, qui a été long-temps un des fiefs de la France, et dont une partie est incorporée à ce royaume depuis des siècles, n'a jamais abandonné l'usage d'un dialecte tudesque. Ce sujet ayant été mis au concours, le prix a été adjugé à un mémoire, rempli d'érudition et de mérite, qui reproduit l'opinion énoncée par le célèbre abbé Dubos, dans son histoire critique de l'établissement de la monarchie française dans les Gaules, et attribue cette différence aux colonies des Germains établies dans la Belgique avant l'occupation des Gaules par Jules César, et à la transplantation des Saxons par Charlemagne. En décernant le prix, l'Académie a rendu justice à l'auteur du mémoire; mais elle n'a point déclaré adopter son système; il peut encore être permis d'examiner ce problème historique, et cette recherche peut donner lieu à quelques observations, peut-être nouvelles, sur la grande influence de la France sur les usages et la littérature des Pays-Bas en général, dans des temps où l'on pouvait facilement la méconnaître.

Il n'est point aisé d'obtenir des notions sûres ni même très-probables sur la langue des peuples que les Romains désignaient sous le nom de barbares : le peu de connaissances que nous ont transmis un nombre très-borné d'auteurs qui se sont occupés de décrire l'état de ces peuples, prouve à l'évidence qu'ils ne s'étaient point donné la peine d'en apprendre la langue, et les bévues les plus singulières attestent cette ignorance. C'est ainsi

que nous voyons des désignations changées en noms de peuples, des titres en noms de personnes ou de famille, des dénominations identiques de la même peuplade reçues comme indiquant des nations différentes. On a fait un nom de peuple des Germains (1), des Alamans (2), des Saxons (3), des Suèves (4), des Lombards (5); on a donné à des chefs les noms d'Arioviste (6), d'Arminius (7); on a distingué comme peuple séparé les Francs (8); on a regardé comme différens les Décumates, les Marcomans, les Bourguignons, (9), et mille autres pareilles inconséquences qu'on pourrait relever facile-

---

(1) *Germani* n'est autre chose que *Hermenni*, *Hermanni*, *Arimanni*, en tudesque *Heermannen*, c'est-à-dire, hommes de guerre ou d'armée.

(2) *Alimanni* est une autre dérivation de *Heermannen*, de même que *hallebarde* s'est formé de *heerberte*, hache de guerre.

(3) *Sasses* sont ceux qui habitent à demeure fixe : *Einsaisen* sont encore les régnicoles en allemand.

(4) *Suèves* sont les Nomades. *Zweeven* en hollandais, *Schwaben* en allemand, signifie encore planer sur la terre, n'avoir aucun lieu fixe soit pour se reposer ou pour fixer sa demeure. V. Cæsar de bell. gall., lib. 4, cap. 1.

(5) *Longoberdi* sont les guerriers armés de longues haches, *lange berten*, comme on a dit depuis des hallebardiers, lanciers, mousquetaires, etc.

(6) *Arioviste*, heerverter, celui qui fortifie ou commande l'armée.

(7) *Arminius* est encore connu en Allemagne sous le nom de *hermann*, homme de guerre, ainsi dit par excellence.

(8) *Francs*, c'est-à-dire, libres de la domination romaine.

(9) *Decumates* étaient chez les Romains des militaires établis sur les frontières pour les garder; cette frontière s'appelait en allemand *mark* (d'où dérive le titre de *markgraaf*, margrave ou marquis), et les soldats qui la gardaient, *marcomanni*; lorsqu'elle était fortifiée par des châteaux (*bergen*) c'étaient des *burgundiones*. Ces mêmes soldats étaient dans un autre sens *hermunduri*.

ment. Probablement la langue peu cultivée, dure et gutturale de ces peuples n'offrait aucun attrait à celui qui était habitué aux idiômes plus formés et plus harmonieux de la Grèce et de l'Italie : les premiers Romains, qui parlèrent des Gaules et de la Germanie, s'efforçaient de rendre en latin la signification des mots qu'ils entendaient, et que leur expliquaient les natifs; plus tard des Romains, nés ou établis dans ces contrées, ayant perdu la grande habitude du latin, et s'étant familiarisés avec le jargon du pays, ou des barbares qui se servaient avec peine de la langue universelle, reprirent les noms originaires avec une inflexion latinisée (1), et corrompaient la langue qu'ils employaient. Dans la profonde obscurité où étaient plongés ces peuples, lors des conquêtes des Romains et long-temps après, dans une ignorance absolue et presque totale de l'art d'écrire, s'ils avaient des ouvrages de sciences, d'histoire, de mythologie, de littérature; si leurs bardes étaient autres que des rhapsodes, dont les chants se transmettaient de mémoire des générations précédentes à celles qui les suivaient, rien du moins n'est parvenu jusqu'à nous, rien ne peut nous donner une connaissance exacte de la langue qu'on parlait dans les Gaules et la Germanie avant et même depuis Jules César.

Lorsque les Romains entrèrent dans les Gaules proprement dites ou Transalpines, qui composent le royaume actuel de la

(1) Tacite en parlant des révoltes des Germains, fait dire à un de leurs chefs : LIBERI *inter* LIBEROS *eritis*, lib. 4, Hist. cap. 64 : plus tard on dit *Franci*. César parle des *ambacti*, *clientes*, des chefs gaulois (de bell. gall. lib. 6, cap. 15), Tacite des *comites*, des chefs germains (de morib. Germ. cap. 13) : plus tard on les a nommés *geselles* (ce qui signifie encore compagnon en allemand et en hollandais), et l'on en a formé le nom de *guasalli* et *vasalli*. Les fidèles sont devenus des *antrustiones*, et ainsi de suite.

France et quelques pays adjacens, cette importante région était bornée au midi par les Pyrénées, à l'orient par les Alpes et le Rhin, qui en était également la limite septentrionale; elle s'étendait à l'occident jusqu'à la mer. Les Gaules étaient divisées en trois parties; la Gaule aquitaine ou aquitanique, qui était la plus proche des Alpes et des Pyrénées; la Gaule Celtique, qui s'étendait jusqu'à la Seine et la Marne (1); la Gaule Belgique, qui comprenait le pays entre la Seine, la Marne et le Rhin. Chacun de ces peuples avait non-seulement des lois et des formes de gouvernement différentes, mais ils ne parlaient pas la même langue (2). L'idiome des Germains était encore tout autre; et si un de leurs chefs, connu sous le nom d'Arioviste, savait se faire comprendre des Gaulois, c'était parce qu'une longue habitude, un long séjour dans les Gaules lui avaient rendu familière la langue du pays (3). Il n'entre point dans notre projet de rechercher à quelle époque appartient le nom de Germain, que Tacite regarde comme récent (4), et qui cepen-

(1) Les Gaulois celtiques étaient ceux que les Romains nommaient Gaulois par excellence et par opposition à tous les autres; César dit que ces peuples qui s'appelaient *Celtes* dans leur propre langue, étaient appelés Gaulois par les Romains. De bell. gall., lib. 1, cap. 1. Cependant le nom de Gaules était générique et comprenait non-seulement l'Aquitaine et la Belgique (*Gallia est omnis divisa in partes tres*), mais encore le nord de l'Italie.

(2) « Hi omnes lingua, institutis, legibus inter se differunt. » Cæsar de bell. gall. lib. 1, cap. 1.

(3) « Et propter linguæ gallicæ scientiam, qua multa jam Ariovistus » longinqua consuetudine utebatur. » Cæsar de bell. gall. lib. 1, cap. 47.

(4) « Cæterum Germaniæ vocabulum recens et nuper additum : quo» niam qui primi Rhenum transgressi Gallos expulerunt, nunc Tungri, » nunc Germani vocati sunt : ita nationis nomen non gentis evaluisse pau-

dant était très-connu du temps de César, environ un siècle et demi avant que Tacite ait écrit son fameux ouvrage, ni comment il se fait que le nom de Germains leur ait été donné d'abord par les vainqueurs, et ensuite par eux-mêmes, qui étaient les vainqueurs (1) : il suffit d'observer la différence de langage qui existait entr'eux et les Aquitaniens, les Celtes et les Belges.

Indépendamment des trois langues différentes, celle de l'Aquitaine qui paraît s'être conservée dans les montagnes des Basques, celle des Celtes qu'on prétend être l'origine du bas-breton, du langage du pays de Galles, et de l'Irlande, comme des montagnards de l'Écosse et de la Cornouaille, et celle des Belges, sur laquelle nous n'avons aucune notion, cette partie septentrionale des Gaules devait présenter une autre bigarrure. Plusieurs peuplades germaniques, originaires de la rive droite du Rhin, s'étaient fixées dans la Belgique (2); ces nations tiraient gloire de leur origine (3), et il est probable qu'elles n'auront point abandonné leur langue nationale (4). Cette langue était la même

---

» latim, ut omnes primum a victore ob metum, mox a se ipsis invento no-
» mine Germani nomine vocarentur. » Tacitus de mor. Germ. cap. 2.

(1) Les traducteurs de Tacite ont été singulièrement embarrassés de ce passage. V. la Germanie de Tacite trad. par C. L. Panckoucke, Introd. pag. 69.

(2) Plerosque Belgas esse ortos a Germanis, Rhenumque antiquitus transductos. Cæsar de bell. gall., lib. 2, cap. 4.

(3) Treveri et Nervii circa affectationem germanicæ originis ultro ambitiosi sunt. Tacitus de mor. Germ. c. 28.

(4) Il est cependant remarquable que St.-Jérôme observe l'identité de la langue que parlent les Galates ou Gaulois depuis long-temps fixés en Grèce et de celle qui était en usage à Trèves. Hieronymus in ep. ad Galatas lib. 2, proem.

que celle des peuplades indépendantes, qui après avoir secoué le joug des Romains et même leur avoir tenu tête vinrent fondre sur l'empire et principalement sur les Gaules; toutes ces peuplades Sicambres, Tongres et autres s'étaient donné le nom de libres ou *francs*, nom qui devint bientôt propre à celles qui se rendirent maîtresses de la principale partie des Gaules (1).

Non-seulement les Romains ne connaissaient pas et ne s'appliquaient guère à connaître la langue des vaincus; mais habitués à la douceur et à l'harmonie du grec et du latin, ils ne pouvaient même prononcer les sons durs et gutturaux qui distinguent en général les idiômes du nord de ceux du midi; le *w*, qui d'après toutes les apparences désignait un son aisé fortement aspiré, devait les embarrasser, et aucune lettre dans leur alphabet ne pouvait le rendre compréhensible : ils y substituèrent un *g* dur, ou légèrement aspiré *gu*, et cette substitution se rencontre également dans la basse latinité et dans tous les idiomes d'ori-

(1) On a beaucoup discuté sur le pays qu'occupaient originairement les Francs, dont Tacite ne fait aucune mention, et sur leur distinction en Francs Saliens ou Ripuaires. En admettant notre supposition que les Romains, ne connaissant pas la langue des Germains, prenaient des désignations pour des noms propres, ce problême est facile à résoudre. Toutes les peuplades indépendantes étaient *franques* ou libres; des hordes qui avaient occupé les frontières comme *decumates*, et qui avaient récupéré leur liberté, prirent le nom de *Ripuarii* (du mot RIPA, pris dans ce sens. Tacitus, Ann. lib. 13, cap. 54. Juste Lipse ad Tacit. de Mor. Germ. cap. 29 not. 82), comme les gardes des frontières entre peuples germains, celui de Marcomans, de Hermundures ou de Bourguignons. On chercherait aussi vainement la patrie des Francs que celle des *Lansquenets* (Lanz-knechter, lanciers allemands) ou des *Reiters* (Reuter, cavaliers allemands), qui servaient en France au seizième siècle.

gine latine. Le glossaire de la basse latinité donne les mots *gacha*, *gachia*, *guacha* pour le mot allemand *wache*, garde; *garantire*, *garandiare*, du mot *waren*, garantir, dont les Anglais ont fait leur *warrant*; *guerra*, guerre, du mot *wehre* et *weere* défense; *guiderbora*, du mot *wiederboren*; *guimpa*, guimpe, du mot *wimpel*, pavillon; *gualdus*, forêt, du mot *wald*, etc. Plus tard les deux factions qui déchirèrent si longtemps l'Italie furent appelées l'une *Guelphe*, d'après le nom propre de *Welf*, duc de Bavière, l'autre *Ghibelline* ou *Gibeline*, d'après le nom de la terre ou comté de *Waiblengen*, qui faisait partie du patrimoine des empereurs de la maison de Souabe. C'est ainsi qu'il est très-probable que le nom de *Galli* n'était autre que celui de *Walles* ou *Wales*, que ces mêmes peuples prenaient dans leur propre langue, de même qu'en français on nomme jusqu'à ce jour la principauté de *Galles*, ce que les Anglais appellent *Wales*. Ce nom de Walles ou Wales s'applique d'ailleurs particulièrement tant au pays de Galles en Angleterre, (*Wales* (1), qu'au comté de Cornouaille (*Corn-Wallis*), où les anciens Gaulois et Bretons Celtes se sont refugiés dans les montagnes, ainsi qu'à la langue originaire des Irlandais et des montagnards Écossais, également descendans des Celtes, langue des poèmes vrais ou prétendus d'Ossian, fils de Fingal, connue sous le nom de *Gaëlic*.

Dans ce sens le mot de *Wallon* s'appliquerait plus proprement à tout ce qui tient à une origine celtique, à ce qui appartient à la partie de la France depuis le Rhône et la Garonne

(1) Dans les lois galloises de Hoell le Bon, publiées par Wotton, à Londres, en 1730, la principauté de Galles, qui est traitée de royaume, est nommée *Cymru*.

jusqu'à la Seine et la Marne, dans laquelle on parlait une langue différente, selon César, de celle des Belges, même de ceux qui n'étaient point d'origine germanique. C'est ainsi que les anciens auteurs ou poètes hollandais et flamands se servent du mot *waelen* pour désigner, non les Wallons des Pays-Bas, mais les Français en général, et de *walsch* pour la langue française (1), de même que les Allemands, étendant cette dénomination à la Gaule Cisalpine, entendent par *Walschland* l'Italie, et plus spécialement le nord de cette contrée, ou la Lombardie, l'ancienne Gaule Cisalpine des Romains.

Non-seulement le nom de Wallon ne peut pas se rapporter aux anciens Belges, d'après toutes les connaissances que nous ont laissées les anciens auteurs sur la géographie de cette partie des Gaule; mais c'est justement dans le pays actuellement wallon, qu'étaient fixés les peuples d'origine germanique qui habitaient la Belgique. César (2) dit en propres termes, que, sous le nom générique de Germains, dans cette partie des Gaules étaient compris les Condruses, les Éburons, les Cæræses et les

---

(1) L'auteur d'une ancienne traduction du conte du Renard, traduction qui remonte aux 13e et 14e siècles, imprimée à Gouda en 1479, dit:

Ende hise na den *walschen* boucken
In diekche den hevet begonnen. — Introd. v, 10, p. 11.

qu'il a commencé son récit en langue Tudesque d'après des livres *wallons*, c'est-à-dire français, probablement bretons ou normands. Ce passage prouve encore, pour le dire en passant, que les Allemands ont pris ce fameux conte du Renard d'un original français. La même signification est toujours attachée au mot *walsch* dans les ouvrages de Maerlant et autres écrivains contemporains.

(2) « Condrusos, Eburones, Cæræsos, Pæmanos, qui uno nomine Germani appellantur. » De bell. gall. L. 2, c. 4.

Pæmanes; on croit retrouver les Condruses dans le pays de Condroz, quoique l'analogie de nom ne puisse être considérée comme une preuve certaine; mais ils étaient limitrophes des Tréviriens et des Éburons, et ces Éburons occupaient en partie le terrain entre le Rhin et la Meuse, en partie ils étaient établis en deçà de la Meuse (1); leur pays est évidemment la province actuelle de Liége. Les Nerviens étaient également une colonie allemande ou germanique, et ils s'en faisaient gloire (2). Or, ces Nerviens demeurant à l'extrémité de la grande forêt des Ardennes, laquelle, selon César, s'étendait à une longueur de plus de cinq cent milles, depuis le Rhin jusqu'aux frontières des Nerviens (3), étaient les anciens habitans du Hainaut et du Tournaisis. S'il était vrai par conséquent que la différence de langue qui existe entre les provinces flamandes et wallonnes, dût être rapportée à l'origine germanique d'une partie des habitans de la Gaule Belgique, indiquée par Jules César, c'est chez les anciens Nerviens dans le Hainaut, chez les Éburons dans la province de Liége, qu'on devrait, comme chez les Tréviriens aux environs de Trèves, chercher la langue d'origine tudesque, tandis que le nom de Wallon et la langue wallonne conviendraient bien plutôt aux deux provinces de Flandre, dont les habitans étaient des Gaulois Belges.

---

(1) « Eburones, quorum pars maxima est inter Mosam et Rhenum. » De bell. gall., lib. 5, c. 24. Le Rhin étant la frontière orientale des Gaules, le reste des Éburons devait demeurer sur la rive gauche de la Meuse.

(2) Nervii circa affectationem germanicæ originis ultro ambitiosi sunt. Tacitus, de mor. Germ. cap. 28.

(1) « Arduennam silvam, quæ est totius Galliæ maxima, atque ab ripis » Rheni finibusque Trevirorum ad Nervios pertinet, millibusque amplius » 500 in longitudinem patet. » Cæsar de bell. gall. lib. 6, cap. 29.

En effet les Ménapiens, que César ne compte point au nombre des peuples Germains de la Belgique (1), voisins des Éburons (2), n'étaient pas les habitans de la Flandre, mais occupaient un pays couvert de forêts et de marécages (3) sur les bords du Rhin (4). Les véritables habitans de la Flandre étaient les Morins, que César et Tacite rangent avec les Ménapiens d'après leur origine Gauloise, mais qui demeuraient sur les bords de la mer (5). C'est de ce pays des Morins, comme dans ce temps, le plus proche de la Grande-Bretagne (6), que César partit pour la conquête de cette île; c'est là que ses vaisseaux retournèrent pour débarquer l'armée victorieuse et des troupes détachées (7). Les *Caleti*, peuple que César désigne comme faisant partie des Armoriques (8) et par conséquent Celtes, occupaient les côtes de Calais et de Boulogne, et il paraît que ce

---

(1) Cæsar, de bell. gall., lib. 2, c. 4. V. aussi Tacite, Hist. lib. 4, cap. 28.

(2) « Erant Menapii propinqui Eburonum finibus. » Cæsar, de bell. gall., lib. 6, cap. 5.

(3) « Perpetuis paludibus silvisque muniti » Cæsar, ibid. « Menapii se » omnes in densissimas silvas abdiderant. » Cæsar, de bell. gall., lib. 4, cap. 38.

(4) « Ad Rhenum pervenerunt, quas regiones Menapii incolebant, et ad » utramque ripam fluminis agros, ædificia vicosque habebant. » Cæsar, de bell. gall., lib. 4, cap. 4.

(5) Cæsar, de bell. gall., lib. 4, cap. 21 ad 37.

(6) « Quod inde erat brevissimus in Britanniam transjectus. » Cæsar, de bell. gall., lib. 4, cap. 21.

(7) Cæsar, de bell. gall., lib. 4, cap. 37.

(8) « Universis civitatibus quæ Oceanum attingunt, quæque eorum con» suetudine Armoricæ vocantur, quo sunt in numero Curosolites, Rhe» dones, Ambibari, *Caletes*, Osismii, Lemovices, Veneti, Unelli. » Cæsar, de bell. gall., lib. 7, cap. 75.

n'est que par suite de grands changemens topographiques, attestés encore aujourd'hui par les nombreux bas-fonds sur les côtes de la Flandre, que la distance du pays des Morins avec celui des Bretons est plus grande que le détroit de Calais. Les Morins étaient voisins des Nerviens, avec lesquels ils sont toujours réunis (1), et ces Morins étaient bien décidément Gaulois Belges (2). C'est donc en Flandre qu'on devrait rencontrer le langage wallon, s'il se rapportait à l'ancienne diversité des peuples d'origine gauloise et germanique, dans la partie la plus septentrionale des Gaules, dans la Belgique (3).

Il est indubitable que la langue wallonne est formée, ainsi que tous les dialectes ou patois français, du latin rustique, et depuis de la langue romane; mais cette dérivation elle-même

---

(1) « Nerviis, Morinis, Nictiobrigibus quina millia. » Cæsar, ibid.

(2) « At Civilem immensum universa Germania extollebat, societate » nobilissimis obsidum formata. Ille, ut cuique proximum, vastari Ubios » Trevirosque, et alia manu Mosam amnem transire jubet, ut Menapios et » Morinos et extrema Galliarum quateret. » Tacit., lib. 4, hist., cap. 28. V. aussi Cæsar, de bell. gall., lib. 2, cap. 4.

(3) M. Raepsaet a bien apprécié ce raisonnement dans son analyse historique et critique de l'origine des Belges et Gaulois, n° 8, et suppose que les Nerviens parlaient le tudesque comme les autres habitans, mais que le wallon du Hainaut doit son origine à la vengeance que César a tirée de ce peuple, qu'il aurait exterminé et remplacé par des colonies picardes et champenoises. Malheureusement pour ce système, César, de bell. gall., lib. 6, cap. 3, parle de la soumission des Nerviens, du pillage de leur pays, d'un enlèvement d'otages, mais il n'est pas question d'extermination ou de repeuplement; aussi Tacite parle-t-il souvent des Nerviens. Lib. 4, hist. cap. 15, 33 à 79; de mor. Germ. cap. 23. La notice des dignités de l'empire du 5[e] siècle parle du *Tractus Nervicanus*.

fait le nœud de la difficulté, et on se demande toujours pourquoi telle partie de la Gaule Belgique a adhéré plus fortement à la langue latine, tandis que d'autres l'ont entièrement abandonnée. En examinant la manière dont s'est formée cette langue rustique ou romane, on ne trouve rien qui puisse rendre raison de cette différence.

Lorsque les Romains étendirent leurs conquêtes, il était aussi naturel que la langue de leur pays devînt plus répandue; et cette universalité de la langue latine devait être d'autant plus marquée, que les Romains étant un peuple essentiellement guerrier, ils ne s'appliquaient point, surtout dans les premiers temps, à apprendre des langues étrangères. Le grec fit à la vérité, dans les derniers temps de la république et sous les premiers empereurs, partie d'une éducation soignée; mais elle n'était réservée qu'aux personnes les plus distinguées, et tous les jargons barbares étaient absolument négligés (1). Vainqueurs, ils n'avaient qu'à intimer des ordres, et les vaincus s'estimaient trop heureux de pouvoir les comprendre; les Ibères, les Gaulois, les Bretons, les Germains soumis n'avaient point d'autre moyen de communiquer avec le souverain et sa cour, avec la capitale, avec les principaux magistrats, avec les commandans militaires, avec les armées et les garnisons, qu'en latin. La politique entrait pour quelque chose dans cette manière d'être, et les Romains croyaient, non sans raison, consolider leur puissance en faisant adopter aux peuples soumis leurs usages,

(1) Lucien dans un de ses dialogues fait dire à Mercure qu'il ne sait comment s'y prendre pour inviter les dieux gaulois de venir à l'Olympe, attendu qu'il ne connaît pas leur langue.

leurs mœurs, leurs lois et surtout leur langue (1), quoique nous ne croyions pas que jamais il ait été porté une loi qui prescrivît l'usage exclusif du latin (2).

Cependant, et c'est ce que l'expérience de tous les siècles a démontré, on n'impose pas une langue à un peuple, quoique vaincu et asservi; ce n'est pas même le nombre de ceux qui la parlent dont dépend son adoption par la totalité de la nation; il faut encore dans la langue même un avantage réel, et c'est seulement la facilité, le nombre, l'harmonie, la précision, la clarté, l'énergie d'une langue qui peuvent la faire prévaloir : aussi malgré tous les efforts des Romains, malgré leur pouvoir long-temps maintenu en Grèce et en Orient, malgré la force de leurs armées stationnées régulièrement dans cette même Grèce, malgré la plus grande facilité des communications avec ce pays, ils n'ont jamais pu introduire le latin dans les provinces orientales de l'empire, où ils rencontrèrent des langues et des littératures formées : en Sicile la langue grecque s'est soutenue en concurrence avec le latin; dans la Grèce et l'Asie mineure elle a toujours été la langue du pays, et en moins de quatre siècles elle a remplacé le langage des conquérans. Les

(1) « Opera data est ut imperiosa civitas non solum jugum, verum etiam » linguam suam gentibus demissis imponeret. » Augustinus, de Civ. Dei, lib. 19, cap. 7.

(2) Une pareille loi aurait trop fait crier pour qu'on n'en trouvât pas une mention expresse; elle aurait d'ailleurs trop réveillé l'esprit national, que la politique romaine tâchait au contraire de gagner par la séduction : c'est aussi ce que suppose St.-Augustin; *data opera* ne s'appliquerait point à une loi pénale. C'est ce qui est encore confirmé par le récit de Tacite, vita Agricolæ, cap. 21, où on trouve les moyens employés à cette fin par le général romain.

peuplades germaines qui ont détruit l'empire romain, ont cédé à cette même influence ; l'infériorité de leur langue (1) les a empêchés de l'introduire en aucun pays, la seule Angleterre exceptée, où les anciens habitans, si ce n'est ceux qui se sont retirés dans les montagnes du pays de Galles, de la Cornouaille et de l'Écosse, ont été presqu'entièrement détruits; l'Allemagne a conservé son ancien langage d'origine teutonique ou tudesque; les Gaules, les Espagnes, l'Italie, quoiqu'assujéties par des nations originaires de la Germanie, ont repris une langue dérivée du latin ; l'Afrique avait également rejeté la langue dure et barbare des Goths, des Gépides et des Alains, pour le grec et le latin, lorsque l'invasion des Sarrazins y fit recevoir une nouvelle langue douce, harmonieuse et cultivée. Nous aurons bientôt l'occasion de faire la même observation à l'égard des Normands établis dans la Neustrie sous leur chef ou duc Rollon.

De tous les pays conquis, les Gaules offraient aux Romains le plus de facilité pour introduire leurs mœurs, leurs usages, leur langue. Les Gaulois, ceux surtout qui portaient plus spécialement ce nom, c'est-à-dire les Celtes, n'avaient point fait preuve de valeur, ni de patriotisme dans la guerre qui amena

---

(1) C'est ce que les peuples Germains reconnaissaient eux-mêmes à tel point, que depuis le quatrième siècle, auquel on attribue la loi des Francs Saliens, jusqu'au dixième, toutes leurs lois sont écrites en latin, soit que leur langue ne fût pas assez formée pour se prêter à un ouvrage de quelque étendue, soit que les législateurs n'y aient pas trouvé assez de précision. Les histoires, annales et chroniques sont également toutes en latin ; mais comme ces livres étaient écrits uniquement par des clercs, comme les laïques n'y recouraient que rarement, il se peut que les relations du clergé avec l'église de Rome seraient pour quelque chose dans cette prédilection.

leur soumission totale; ils n'inquiétaient guère leurs vainqueurs que par des conspirations ourdies dans des momens, où ils supposaient les Romains occupés ailleurs; encore étaient-ils aussi prompts à abandonner leur parti à l'instant qu'il fallait lever le masque, ou du moins aussitôt que la trame était découverte, qu'à capter les bonnes grâces des Romains en dénonçant, en trahissant, en livrant leurs alliés (1) : toute la relation de César ne présente aucune guerre ouverte, mais des machinations secrètes bientôt dévoilées, des entreprises partielles facilement déjouées, des jalousies, des trahisons, des complots qui ne pouvaient manquer d'assurer la suprématie aux Romains, quelque peu considérables que fussent leurs forces en comparaison de l'étendue et de la population des Gaules, ou du pouvoir que déployaient au besoin quelques nations gauloises. Toutes les Gaules étaient divisées (2); chaque nation appelait à son secours ou les Romains ou les Germains, soit pour se défendre, soit pour opprimer ses voisins ; dans chaque peuplade il se trouvait des factions qui imploraient également l'appui du premier venu, et l'on peut dire que les Gaulois eux-mêmes servirent bien plus César pour subjuguer ce pays, que les légions qu'il avait amenées d'Italie ou ses cavaliers numides. Aussi les

---

(1) Cette manœuvre était très-connue des Romains, qui en profitaient sans se fier aux traitres. Tacit., lib. 3, Ann. cap. 38. Les Germains n'étaient guère plus délicats. « Reperio apud scriptores senioresque eorumdem tem- » porum, Adgandestrii principis Cattorum lectas in senatu litteras, quibus » mortem Arminii promittebat, si patrandæ neci venenum mitteretur. » Tacit., lib. 2, Ann. cap. 88.

(2) Tacite dit la même chose des Bretons. « Nunc per principes factioni- » bus et studiis trahuntur : nec aliud adversus validissimas gentes pro » nobis utilius, quam quod in commune non consulunt. » Vita Agricolæ, cap. 12.

Gaulois ne sont-ils pas bien traités dans les Commentaires de César; s'il distingue les Helvétiens, c'est qu'ils avaient des relations continuelles avec les Germains (1); s'il mentionne les Belges comme les plus valeureux des Gaulois, il ne manque pas d'attribuer cette qualité à ce que la plupart sont d'origine germanique (2). La faiblesse des Gaulois leur est souvent reprochée par les Romains (3), et ce n'est qu'avec défiance que Tacite dit, d'après César, qu'anciennement les Gaulois avaient fait preuve de valeur contre les Germains (4).

---

(1) « Helvetii quoque reliquos Gallos virtute præcedunt, quod fere » quotidianis prœliis cum Germanis contendunt. » Cæsar, de bell. gall. lib. 1, cap. 1.

(2) « Horum omnium fortissimi Belgæ, quod....... proximi sunt Ger- » manis, qui trans Rhenum incolunt, quibuscum continenter bellum ge- » runt. » Cæsar, ibid. « Plerosque Belgas esse ortos ab Germanis, Rhenum- » que antiquitus transductos, propter loci fertilitatem ibi consedisse, » Gallosque qui ea loca incolerent expulisse : solosque esse qui patrum » nostrorum memoria, omni Gallia vexata, Teutonos Cimbrosque intra » fines suos ingredi prohibuerunt : qua ex re fieri uti earum rerum me- » moria magnam sibi auctoritatem magnosque spiritus in re militari sume- » rent. » Cæsar, de bell. gall. lib. 2, cap. 4.

(3) « Pudendum ipsis, quod Germaniarum victores adversus Gallos tan- » quam in hostem ducerentur : una nuper cohors rebellem Turonium, una » ala Treverum, paucæ hujus ipsius exercitus turmæ profligavere Sequa- » nos : quanto pecunia dites et voluptatibus opulentos, tanto magis imbelles » Æduos. » Tacitus, lib. 3, Ann. cap. 45.

(4) « Validiores olim Gallorum res fuisse, summus auctorum D. Julius » tradit; eoque credibile est, etiam Gallos in Germaniam transgressos. » Tacitus de mor. Germ., cap. 28. « Gallos quoque in bellis floruisse accepimus; » mox segnitia cum otio intravit, amissa virtute pariter ac libertate. » Id. in vita Agricolæ, cap. 11.

Si les Belges opposèrent plus de résistance aux Romains que les autres Gaulois, si les Germains inquiétèrent souvent César, il s'en faut de beaucoup que leurs faits et gestes dans la guerre des Gaules fassent honneur à leur courage ou à leur union; les éloges que leur prodiguent les relations ne sont fondés que comparativement au reste des Gaulois, qui jamais n'avaient osé attendre l'approche des Romains. Les Belges avaient promis de mettre sur pied une armée de près de deux cent cinquante mille hommes, au nombre desquels se trouvaient cinquante mille Nerviens et quarante mille Germains (1); toutes les troupes que Jules César avait sous ses ordres ne se montaient pas à la cinquième partie de cette force, et il n'est point probable qu'il se serait aventuré jusqu'en Champagne sans laisser derrière lui une partie de son armée pour contenir les provinces des Gaules à peine conquises, et dont les habitans ne pouvaient être des alliés sûrs; une seule campagne suffit pour réduire cette masse imposante, à laquelle s'étaient joints d'autres Germains, et avant l'hiver César put retourner à Rome, et laisser les Gaules pleinement pacifiées. Les Helvétiens, sortis de leur pays au nombre de trois cent soixante-huit mille hommes, furent contraints d'y rentrer par un nombre de troupes beaucoup inférieur; les prisonniers reconduits dans leurs foyers au nombre de cent et dix mille excédaient de plus du double

(1) Cæsar, de bell. gall., lib. 2, cap. 4. Il se peut qu'il y ait de l'exagération dans les Commentaires de César comme dans les bulletins d'une date plus récente; mais non-seulement la simplicité de la narration et les preuves extrinsèques de la vérité de son contenu, doivent donner beaucoup de poids à ce témoignage; il n'est pas même étonnant de voir des nations, qui déployaient toute leur énergie pour conserver leur existence, armer des forces pareilles, surtout lorsqu'elles se bornent à défendre leur territoire.

les forces romaines (1). Arioviste avait dans les Gaules une armée de cent quarante-quatre mille combattans (2); le jour de la bataille sa cavalerie se composait de six mille hommes, auxquels s'étaient joints six mille hommes d'infanterie légère d'élite; les Romains ne pouvaient compter que sur vingt mille hommes, dont à peine deux mille de cavalerie; cependant la bataille ne fut douteuse qu'un seul instant (3).

Des peuples aussi peu unis, presqu'entièrement dépourvus de patriotisme, ne pouvaient manquer de déployer après leur soumission une servilité peu commune; les Gaulois étudiaient les moyens de participer aux avantages des Romains, lesquels encourageaient de leur côté, autant qu'ils pouvaient, une fusion complète de la nation vaincue dans celle des vainqueurs; les peuples moins civilisés sont en général jaloux de titres et d'honneurs insignifians, et les Romains ne manquaient pas de les prodiguer aux Gaulois; ils leur accordaient même de véritables priviléges lorsqu'ils se modelaient sur eux; et les Gaulois, en imitant autant qu'ils le pouvaient, les mœurs, les habitudes, la langue des vainqueurs, reniaient leur origine (4). Les Germains qui vivaient sous la domination romaine, n'étaient pas plus attachés à leurs anciens usages; ils rivalisaient de zèle pour

---

(1) Cæsar de bell. gall., lib. 1, cap. 29.
(2) Cæsar de bell. gall., lib. 1, cap. 31.
(3) Cæsar de bell. gall., lib. 1, cap. 48 – 53.
(4) C'est ce qui est prouvé par une multitude de passages de César, de Suétone, de Dion, de Tacite. L'abbé Dubos, Hist. crit. de l'établissement de la monarchie française, liv. 1, chap. 1, a rassemblé plusieurs faits relatifs à ce que nous avançons. Lui-même n'a pu dissimuler cette tendance servile, quoiqu'il eût pris à tâche de justifier le caractère des Gaulois.

plaire aux vainqueurs et pour obtenir leurs faveurs; ils s'empressaient de faire disparaître tout ce qui aurait pu faire reconnaître leurs liaisons avec les peuples non soumis, et cette lâche complaisance leur était souvent reprochée par les Germains indépendans, libres et *francs* (1). Les nations moins asservies de la Germanie, celles mêmes qui n'appartenaient point à l'empire, mais qui, sous le nom plus honorable d'alliés, n'étaient pas moins soumises aux vexations les plus intolérables (2), comme les Bataves, présentaient le même spectacle; les personnes les plus distinguées, portaient des noms romains, occupaient des charges civiles ou militaires, et envoyaient leurs enfans à Rome pour y recevoir leur éducation; ils profitaient des connaissances acquises, de l'autorité que leur donnaient leurs places, pour les faire tourner contre les Romains mêmes lorsque l'occasion se présentait dans les révoltes assez fréquentes; Arminius s'était long-temps montré dévoué aux vainqueurs; il avait adopté les mœurs romaines et obtenu non-seulement le droit de cité, mais aussi le rang de chevalier romain (3); c'étaient même ces honneurs, joints à l'illustration de sa naissance, qui lui firent naître l'idée et l'occasion de tramer en secret une conspiration soutenue avec tant de gloire, qu'il mérita

(1) « Infestius in Ubiis, quos genus germanicæ originis, ejuratâ patriâ, » Romanorum nomine Agrippinenses vocarentur. » Tacit., lib. 4, Hist. cap. 28.

(2) Civilis se plaint que les Bataves sont traités comme des esclaves. « Non » enim societatem ut olim, sed tanquam mancipia haberi. » Tacit., lib. 4, Hist. cap. 14.

(3) « Assiduus militiæ nostræ prioris comes, et jam civitatis romanæ jus » equestremque consecutus gradum. » Vellejus Paterculus, éd. de Juste Lipse, pag. 73.

de transmettre son nom à la postérité la plus reculée, soit par le chant des Bardes, soit par l'éloge du plus célèbre des historiens (1). Claudius Civilis, le chef de l'insurrection qui éclata sous le règne de Vitellius et de Vespasien, Batave de nation, était à la tête d'un détachement de l'armée romaine, et avait assez d'autorité pour prendre parti dans la rivalité de Vitellius et de son concurrent au trône (2); Julius Paulus, Claudius Labeo, qui ont figurés dans cette même guerre, étaient des Bataves qui, élevés chez les Romains, avaient adopté leur langue, leurs noms et leurs usages et occupaient des charges militaires (3). Bien long-temps après, et lorsque l'empire romain n'était plus qu'un vain fantôme quant aux parties occidentales de l'Europe, un des plus fameux chefs des Germains indépendans, après avoir conquis presque toutes les Gaules, Clovis, roi des Francs, se glorifiait du titre de *patrice* ou *consul*, que lui avait accordé l'empereur de Constantinople (4) Anastase, bien moins puissant que lui. Tant était grande l'influence qu'exerçait encore sur les esprits l'ancien pouvoir des Romains!

Quelle que fût l'abnégation servile des Gaulois, ils ne purent

(1) Tacit., Ann., lib. 2, cap. 88.
(2) Tacit., Hist., lib. 4, cap. 13.
(3) Tacit., Hist., lib. 4, cap. 13 et 18.
(4) « Igitur Chlodovechus ab Anastasio imperatore codicillos de consu- » latu accepit ». Grégoire de Tours, liv. 2, chap. 38. « Rebus ergo cunctis » ex sententia compositis Turonis iter Clodoveus dirigit, ubi dum sta- » tivorum gratia aliquantisper moratus legationem suscepit Anastasii, » principis constantinopolitani, munera epistolasque mittentis in quibus » videlicet litteris hoc continebatur, quod complacuerit sibi et senatoribus » eum esse amicum imperatorum, patriciumque romanum. » Aimoin, liv. 1, chap. 22.

jamais se défaire de la contenance gênée de tous les imitateurs. Leurs efforts pour faire oublier leur origine étrangère n'empêchaient pas que la langue latine ne dégénérât dans leur bouche, et ne perdît de ce qu'elle avait été. Cette dépravation devint plus sensible à mesure que le pays fut plus exposé aux incursions des Barbares et que l'influence de la métropole diminua de jour en jour; elle fut à son comble lorsque le siége de l'empire fut transféré à Constantinople; que non-seulement les relations politiques cessèrent, mais que dans toutes les provinces la langue grecque succéda au latin, et devint la langue de la cour, des grands, de la législation et des correspondances officielles.

Il paraît que les Aquitaniens furent ceux qui parlèrent la langue latine avec le plus de pureté, et Sulpice Sévère introduit dans un de ses dialogues (1) un interlocuteur qui s'excuse, comme Gaulois, de parler latin devant des habitans de l'Aquitaine : la réponse de son interlocuteur, qu'il peut parler en celtique, ou s'il le préfère, en gaulois, prouve que le peuple avait conservé des restes de leur ancien idiome. Il est difficile de déterminer ce qu'il entend par *celtique* et *gaulois*, puisque ces deux noms désignaient la même chose; peut-être le gaulois était la langue que parlaient ceux qui affectaient de conserver la langue de leurs pères, ou les habitans des lieux peu fréquentés des Romains, qui n'avaient pas pris l'habitude du latin; le celtique, un jargon mêlé de latin et de gaulois, dont le bas peuple se servait habituellement, et que le même dialogue avait déja mentionné comme *sermo rusticus*. Une distinction à peu

(1) Dialog. 1. Cet auteur qui appartient au cinquième siècle, était lui-même Gaulois.

près semblable devait nécessairement se rencontrer dans toutes les provinces; partout la haute société, les fonctionnaires publics, ceux qui avaient reçu leur éducation à Rome ou en Italie, parlaient le latin plus ou moins pur; les campagnards isolés, les habitans des montagnes et des lieux écartés avaient conservé la langue nationale, telle à peu près qu'elle avait existé avant la conquête; le peuple des grandes villes, des places de garnison ou de commerce, des endroits les plus fréquentés avait mêlé le latin qu'on apprenait par la communication avec la classe la plus élevée, avec l'ancienne langue du pays, et à défaut de connaissance des deux langues il se formait un mélange, un idiome rustique, un latin barbare, qui devait varier d'un pays à l'autre. Dans l'Aquitaine le latin rustique devint langue d'oc, langue romane, provençale et catalane; dans la Gaule celtique il produisit la langue d'oil et par suite le français; l'histoire de la langue dans la Belgique est entièrement inconnue.

Ce n'était pas seulement dans les Gaules proprement dites, mais encore dans les provinces frontières, occupées par des peuples germains, que la langue latine était cultivée et en usage journalier. Trèves était la ville la plus considérable au nord des Alpes (1); elle était d'après la nouvelle division de l'empire, le siége du gouvernement de la seconde Germanique; désignée comme une seconde Rome (2), elle avait été pendant les guerres civiles qui déchiraient l'empire, la résidence, soit temporaire,

(1) Quæ urbs transalpinarum gentium maxima est. Zosimus, lib. 3, cap. 7.

(2) Jacques Godefroy ad. l. 11 Cod. Theodos. de medicis et professoribus, lib. 13, tit. 3.

soit permanente de plus d'un empereur (1). Non-seulement Trèves avait comme toutes les métropoles de la Gaule et de la Germanie, une école publique, mais celle de Trèves avait été élevée au dessus de toutes les autres par une constitution expresse des empereurs Valens, Gratien et Valentinien II, de l'année 376 (2); et on connaît une longue liste de rhéteurs, de poètes et d'auteurs d'ouvrages latins sortie de cette école. Les princes ou chefs germains abandonnèrent souvent leur langue nationale et peu harmonieuse, pour adopter la langue latine, et le poète Fortunat fait l'éloge de deux petits-fils de Clovis, nommés Charibert et Chilpéric, tous deux rois des Francs, qui s'exprimaient avec facilité et même avec élégance en latin (3).

Les Germains indépendans avaient leur langue tudesque, qu'ils ne quittaient que lorsqu'un séjour plus ou moins long dans les provinces romaines leur avait fait sentir les avantages de la civilisation et d'une langue qui se prêtait à rendre toutes les idées; ils avaient des lois et des usages, qui ne se conservaient probablement que par tradition aussi long-temps qu'elles régissaient des peuples entièrement dénués de toute communication avec les Romains, mais qui étaient rédigées par écrit en latin, aussitôt que la nation avait appris à connaître la nécessité d'une législation plus stable, et que les progrès des lumières leur eussent offert les moyens d'exprimer avec plus ou moins

(1) Constantin le Grand y résida en 313, 314 et 316; Constantin le jeune en 339; Constant en 345; Valentinien depuis l'an 367 jusqu'à 375; Gratien depuis 375 jusqu'à 380.

(2) C'est la loi 11 au Code Théodosien, de medicis et professoribus.

(3) Fortunatus, lib. 6, carm. 1, et lib. 9 carm. 1.

de clarté ce qu'ils n'avaient guère défini avant cette époque. La langue tudesque était générale au delà du Rhin, et les pays qui bordaient le côté gauche de ce fleuve durent se ressentir de cette proximité; le teuton pouvait devenir la langue générale des deux bords du Rhin; elle le devait être dans la Frise, où les Romains n'avaient jamais exercé un pouvoir absolu, et qu'ils avaient abandonnée depuis long-temps.

Charlemagne, en reconnaissant la supériorité de la langue latine, dans laquelle seule il rendit toutes ses lois et fit rédiger les coutumes des pays les plus reculés de son empire, celles des Saxons, parlait lui-même le tudesque; son génie lui fit apercevoir les motifs, qui à la longue devaient introduire l'usage du latin dans tous ses états; jaloux de fonder une monarchie nouvelle, désirant éterniser les conséquences de l'établissement de son empire, envieux peut-être de la gloire durable des Romains, auxquels il voulait se substituer, il entreprit de faire participer le tudesque aux avantages d'une langue policée; il fit arranger une grammaire tudesque, afin de donner plus d'uniformité et de stabilité à la langue; il introduisit des noms nouveaux composés de mots tudesques; il fixa l'alphabet et l'écriture; il fonda des écoles; et s'il est absurde de lui attribuer l'invention d'une langue, ce qui est une impossibilité absolue et démentie par les faits, il créa l'enseignement de la langue tudesque, qui ne doit qu'à ses efforts de s'être élevée au dessus d'un jargon obscur et inconnu (1). Toute la Germanie se latinisait insensiblement; partout, les lois, les histoires, les chroniques étaient écrites en latin; c'était exclusivement la langue de tous ceux qui cultivaient les lettres; c'était celle du clergé, et elle

(1) Voyez surtout Eginhard in vita Caroli Magni.

n'aurait pas manqué de faire disparaître la langue teutone ou tudesque, qui ne s'écrivait point (1), comme elle avait déjà éliminé la langue aquitaine et celtique : Charlemagne en fondant des études, en fixant quelques idées de grammaire, en faisant adopter une méthode quelconque, préserva cette langue d'un oubli total et éternisa l'usage du teuton par la possibilité de s'en servir à tous les usages.

Les nations d'origine germanique, qui ne s'étaient point déjà habituées à la langue latine, durent saisir avec empressement l'occasion qui se présentait de conserver leur ancien langage; ils profitèrent de la voie qui leur était indiquée, et régularisèrent insensiblement ce qui peut-être jusqu'à cette époque si mémorable et si peu appréciée, n'avait été qu'un jargon; la langue latine se dénaturait de jour en jour et n'avait plus les avantages qu'elle aurait pu opposer avec succès à l'habitude; le teuton ou tudesque put se maintenir dans l'Allemagne et dans les contrées les plus voisines sur la rive gauche du Rhin, dans lesquelles même il parvint à remplacer la langue latine dans l'usage journalier; le clergé, seul en possession du peu d'instruction connu dans ces siècles de barbarie, savait partout le latin; mais il pouvait par motif de jalousie et pour soustraire aux laïques tout moyen de parvenir à des connaissances qu'il se réservait exclusivement, encourager le perfectionnement de la langue soit tudesque, soit rustique, pour que le latin, comme la langue sacrée des Égyptiens et des Hindous, demeurât réservé

(1) Il n'existe guère d'ouvrage écrit en langue tudesque avant Charlemagne, à l'exception d'une version mésogothique des évangiles, par l'évêque Ulphilas : tous les monumens, dont on peut parler avec connaissance de cause, sont dépourvus d'inscriptions lisibles, ou portent des inscriptions latines.

aux seuls ecclésiastiques, lesquels avaient ainsi la clef de toutes les sciences et un moyen de communication hors de la portée du commun.

Le succès répondit pleinement aux desseins de Charlemagne, et la langue tudesque se forma peu à peu; mais ce qu'il n'avait pas prévu, fut que cette cause même contribua à la chute de l'empire qu'il avait fondé. Les peuples barbares qui s'emparèrent des provinces romaines étaient essentiellement guerriers; très-peu avancés dans la civilisation, ils ne faisaient aucun cas des arts et des sciences; ils méprisaient toutes les douceurs de la vie, qui leur étaient absolument inconnues; les Romains, et plus encore les habitans des pays conquis par les Romains et qui imitaient gauchement leurs manières, n'étaient à leurs yeux que des êtres avilis par la mollesse et à peine dignes de leur attention; ce mépris est attesté par tous les auteurs du temps, et confirmé par les lois de ces nations. A mesure cependant qu'ils se fixaient dans les provinces ci-devant romaines, qu'ils apprenaient à goûter les avantages d'une existence tranquille et paisible, qu'ils se formaient au luxe, aux arts d'agrément, aux sciences, ils perdaient de leur dureté originaire, et présentaient aux peuples qui suivaient leurs traces le même spectacle que leur avaient offert les Romains (1). Il s'établissait

---

(1) Une preuve évidente que Charlemagne voulait prévenir la confusion de ses sujets Francs avec les Germains, et qu'il tenait à ses anciennes habitudes comme signe distinctif, se trouve dans une anecdote que raconte de cet empereur Aventinus. « Retinentissimus antiqui moris Carolus fuit, adeo quidem » ut visa Brascatorum turba *indignabundus* exclamaverit : En liberos Fran- » cos qui eorum quos vicere vestimenta *inauspicato* usurpant. Edixit igitur » ne amplius his vestibus uterentur. » Il voulait qu'on continuât jusqu'aux

une lutte entre la civilisation et la barbarie, qui devait se terminer en faveur des mœurs et des habitudes plus douces; cette lutte avait existé sourdement, depuis que les premières tribus germaines se fixèrent dans les Gaules jusqu'à ce que les incursions des Normands, des Hongrois et des Slaves cessèrent; mais la stabilité de la langue tudesque donna une forme plus visible, un signe distinctif à cette opposition. Jusqu'à ce temps les Germains, à mesure qu'ils se civilisaient et se fixaient dans une des provinces romaines, abandonnaient peu à peu leur langue et adoptaient le latin soit pur ou rustique des habitans; dès lors ils purent conserver leur langage tudesque, et la différence entre les Germains qui s'étaient défaits de leur férocité ou de leur grossièreté ancienne, et ceux qui les avaient conservées, se changea en différence de langue tudesque, langue d'oil ou langue d'oc. La civilisation s'étendit au delà du Rhin, mais la langue y demeura fixée, et ce fut un nouveau motif de division.

Charlemagne mourut en 813 et transmit son empire, sans opposition comme sans partage, à son fils Louis le Débonnaire; mais à la mort de Louis, après un règne malheureux et faible, pas tout-à-fait trente ans après le décès de Charlemagne, la division éclata entre les peuples qui avaient obéi au grand monarque, et la différence de langue en devint le signal. Le serment de l'empereur Charles le Chauve, et de son frère Louis le Germanique, en 842, auquel se rattache déjà la grande lutte de l'Allemagne contre l'Italie et la France, est en même temps

---

anciennes modes d'habillement, afin de prévenir le triomphe de la civilisation romaine, comme depuis, Pierre le Grand proscrivit l'ancien costume russe pour introduire cette civilisation chez les Moscovites.

le premier monument de la séparation des langues d'origine tudesque et latine (1) : Louis se servit de la langue romane afin de se conformer aux usages des sujets de Charles, qui prêtèrent leur serment dans cette même langue; Charles au contraire et les sujets de Louis employèrent la langue tudesque. Il est vrai qu'en 842 le partage ne fut point consommé et que Lothaire demeura en possession d'une partie de l'empire, dont ses frères ne purent s'emparer qu'après sa mort en 870 (2); il est vrai que tous les états de Charlemagne se trouvèrent depuis réunis, au moins en apparence et pour un moment, sous Charles le Chauve, sous Louis le Bègue et sous Charles le Gros; mais de fait la séparation était consommée, l'opposition existait, et elle s'est maintenue avec de petites variations jusqu'à ce jour.

En remontant à cette division de l'empire, on trouve des traces de la différence de langue déjà existante entre les parties de la ci-devant Gaule-Belgique; Louis le Germanique eut dans sa part non-seulement tout ce qui est au nord et à l'ouest du Rhin, mais encore une partie du pays entre le Rhin et la Meuse, ainsi que des Ardennes; Charles le Chauve eut en partage la Campine, le Cambresis, le Hainaut, le comté de Namur, la partie de l'évêché de Liége sur la rive droite de la Meuse, une partie du Brabant (3). Ceci n'est cependant qu'une conjecture, parce

---

(1) Ce serment, conservé par Nithard et autres auteurs contemporains, est très-connu et se trouve partout, entr'autres dans la Collection des Capitulaires, par Baluze, tom. 2, col. 39 et suiv.

(2) L'acte de ce partage a été publié entr'autres par Baluze, tom. 2, col. 221 et suiv.

(3) Dewez, Histoire générale de la Belgique, quatrième époque, chap. 3, tom. 2, pag. 59 et suiv.

qu'il est de fait que les pays échus à Charles, ne parlaient pas tous la langue d'oil ou une autre quelconque d'origine latine; une partie de la Frise lui avait été assignée, et quelqu'étendue qu'on veuille donner à cette dénomination, il est hors de doute que jamais on n'y a parlé une langue latine. D'ailleurs le traité de 870 ne parle aucunement de la Flandre, parce qu'il ne s'agissait que du partage de cette partie de l'empire, qui jusqu'à cette époque avait appartenu à Lothaire; les deux frères conservèrent chacun ce qu'il avait obtenu à la mort de leur père Louis; Charles avait eu la France, et la Flandre était comprise dans ce royaume, dont elle faisait partie tellement intégrante, qu'en 987 le comte de Flandre fut l'un des grands feudataires qui disposèrent de la couronne de France après la mort de Louis V (1), et que le traité conclu à Cambrai entre l'empereur Charles-Quint et le roi de France François I^er^ en 1529, contient la renonciation expresse de la part de ce dernier prince à la souveraineté sur la Flandre.

Ce n'est donc ni la différence d'origine des habitans de la Gaule-Belgique du temps de son occupation par les Romains, ni les motifs qui ont fait dégénérer la langue latine, ni ceux qui ont fait adopter une langue d'origine tudesque à quelques

---

(1) Il paraît que le comte de Flandre avait lui-même des vues sur la couronne de France, et que par ce motif il refusa l'hommage à Hugues Capet. Les historiens ne s'accordent pas sur le point de savoir si Hugues Capet contraignit le comte de Flandre à la soumission; le décès de ce dernier dans l'année 988, et le mariage de sa veuve avec Robert, fils de Hugues Capet, son associé et son successeur à la couronne de France, rendent plus probable, que cet hommage a été rendu depuis volontairement. Oudegherst, Annales de Flandre, chap. 33.

provinces sur la rive droite du Rhin, qui peuvent rendre raison du phénomène de la diversité de langue dans les provinces méridionales du royaume des Pays-Bas; d'après tout ce que nous savons des anciens Belges, et en accordant que leur langue fut la gauloise, la langue d'oil et par suite le français ou wallon aurait dû être la langue universelle, ou s'il y avait eu quelque diversité, la partie septentrionale et occidentale des Pays-Bas aurait dû avoir une langue tudesque; le français aurait dû prévaloir principalement dans la Flandre, occupée dans le principe par des Gaulois et depuis échue en partage aux rois de France. Comment se fait-il que cette province et une partie du Brabant qui l'avoisine aient une langue d'origine teutonique? que le wallon soit au contraire la langue habituelle (1) du Hainaut, du Namurois, du pays de Liége, d'une partie du Brabant et du Luxembourg, quoique ces pays soient interposés entre la Flandre et l'Allemagne? Aucun événement historique ne justifie d'une liaison plus intime de ces provinces entre elles ou avec la France, tandis que la Flandre y a été long-temps réunie : c'est toujours la même question qui se reproduit à toutes les époques.

Pour obvier à cette difficulté, l'abbé Dubos, après avoir indiqué l'origine germanique de la plupart des Belges comme cause de l'usage général de la langue flamande dans une province qui avait si long-temps fait partie de la France, suppose comme cause secondaire de ce phénomène, la transplantation des milliers de Saxons, que Charlemagne aurait établis en Flan-

(1) C'est surtout par rapport au comté de Hainaut que ce fait est prouvé par les pièces intéressantes que contient le mémoire de M. Raoux, couronné par l'académie.

dre, et qui y auraient fait triompher leur langue teutone (1). Il suppose que, de même que les autres parties de la Belgique, la Flandre aurait eu une langue wallonne, si cette colonie de Saxons ne se fût jointe aux anciens habitans germains, et n'eût formé une imposante majorité en faveur de la langue teutonique, qui par ce moyen serait devenue, ou plutôt demeurée la langue du pays. Quelque séduisante que paraisse au premier coup d'œil cette explication, elle n'est rien moins que satisfaisante.

Déjà nous avons observé que ce n'est pas dans la Flandre qu'il faut chercher les peuplades germaniques fixées dans la Belgique, mais qu'au contraire les Gaulois habitaient les pays situés près de la mer, tandis que les Nerviens, Germains d'origine, occupaient le Hainaut et d'autres parties du pays wallon, et que par conséquent si le système primitif de l'abbé Dubos était admis, il pourrait tout au plus justifier qu'on parlât wallon dans la Flandre, et flamand dans le Hainaut et le pays de Liége : mais ce qui seul suffirait pour détruire la prétendue influence de la transplantation des Saxons sur l'usage de la langue d'après l'ancienne origine des peuples de la Gaule-Belgique, c'est que depuis les guerres de César dans cette partie de l'Europe et la description qu'il en a laissée, jusqu'aux guerres de Charlemagne contre les Saxons, il s'est écoulé bien au-delà de huit siècles, et que pendant un laps de temps aussi considérable, l'histoire ne fait mention d'aucun événement particulier soit à la Flandre, soit aux provinces wallonnes, qui puisse motiver la différence de langage. Ces huit siècles sont d'autant

---

(1) Hist. crit. de l'établissement de la Mon. Franç. dans les Gaules, liv. 6, chap. 5, tom. 2, pag. 452.

plus intéressans sous ce rapport, que dans cet intervalle le latin a dégénéré, que la langue romaine rustique s'est formée, que le gaulois a entièrement disparu; dans cet intervalle aurait dû se former ou du moins se préparer la séparation marquée, que l'arrivée des Saxons pouvait confirmer; dans cet intervalle nous trouvons dans d'autres parties de l'Europe les traces du changement, qui s'est manifesté depuis dans toutes les langues.

Ensuite quelle était cette transplantation des Saxons? Était-ce l'établissement de quelques prisonniers de guerre ou de quelques turbulens chefs de parti, qu'on voulait éloigner du foyer des troubles, pour les fixer dans des pays lointains? Était-ce une colonie de Saxons, que Charlemagne fit conduire sur les côtes de la mer du nord? Ou bien avait-il le projet de faire quitter aux habitans de la Saxe leur pays natal, pour le repeupler de nouveau? Il faut se fixer sur cette migration forcée avant de pouvoir en calculer les conséquences possibles ou probables; il faut examiner ce que Charlemagne a fait ou pu faire dans une circonstance aussi importante, pour juger de l'effet de cette migration sur les usages de la Flandre.

On désignait au huitième siècle sous le nom de Saxe tous les pays situés au nord et à l'orient du Wéser, sans que les limites de ce pays à l'extrémité opposée aux frontières du territoire occupé par les Francs, fussent arrêtées. Les peuples qui habitaient cette étendue considérable de terrain, lors même qu'on ne considère que la partie de l'Allemagne au nord de ce fleuve, n'étaient pas Nomades; au contraire c'est à leurs demeures fixes qu'ils devaient leur nom générique (1); mais ces habitations

(1) Nous avons déjà observé cette dérivation du nom de *Suisses*.

elles-mêmes n'étaient point contiguës ni importantes; de misérables huttes situées au milieu des terres occupées par chaque famille servaient d'abri à tous les individus qui la composaient avec leurs serviteurs, leurs animaux domestiques et le produit de leur industrie agricole, seules richesses qui leur fussent connues (1). La nation était plongée dans la barbarie et l'ignorance la plus profonde, livrée à la superstition la plus atroce; et quoique les Germains-Francs ne fussent pas très-avancés sous le rapport de la civilisation, une distance presque aussi marquée que celle des Romains à eux les séparait des Saxons. Ce qu'on nomme maintenant Allemagne avait été partagé entre deux grandes confédérations; l'une des peuples nomades, l'autre des hordes à demeure fixe; les premiers ou les Suèves occupaient le midi depuis les frontières de l'Italie et des Gaules jusqu'à la forêt Hercynienne; unis par une ligue offensive et défensive, ils étaient Germains ou Allemands; indépendans de la domination romaine, ils étaient Francs; ceux qui occupaient les pays adjacens à la ligne septentrionale, étaient Hermundures ou Marcomans, si ces pays étaient ouverts, ou Bourguignons (2),

---

(1) Möser osnabruckische geschichte, sect. 2, « Colunt discreti ac diversi, » ut fons, ut campus, ut nemus placuit. Vicos locant, non in nostrum » morem, connexis et cohærentibus ædificiis : suam quisque domum » spatio circumdat, sive adversus casus ignis remedium, sive inscitia ædifi- » candi. » Tacitus, de mor. germ., cap. 16.

(2) Il est difficile de croire que les Bourguignons fussent tous maçons, charpentiers ou maréchaux ferrans; cependant des garnisons frontières, exposées à des incursions ennemies, comme nous croyons qu'étaient les Germains, que d'après cette destination on nommait *Burgbewoners, Burgundiones,* pouvaient avoir des compagnies de travailleurs. Mais il faut être d'une crédulité à toute épreuve, pour admettre sur la foi d'un mauvais jeu

s'ils étaient munis de forteresses; leurs communications avec les Romains leur avaient fait acquérir des notions plus étendues, quelques connaissances, surtout celles des agrémens de la vie sociale (1). Les Saxons et les Frisons qui occupaient les pays septentrionaux, étaient à peine connus des Romains; ils ne commencent à paraître dans l'histoire (2) que lorsque l'empire d'Occident avait presque cessé d'exister; ils n'eurent de contact avec les Francs que lorsque ceux-ci, après avoir conquis les Gaules entières, entreprirent de consolider leur domination en étendant leurs frontières à l'est, ou lorsque poussés par des nations plus éloignées, ils se virent contraints de chercher un asile dans la Germanie.

Clotaire, Dagobert, Charles Martel et Pepin firent successivement la guerre aux Saxons; tantôt vainqueurs, tantôt vaincus, le sort des combats paraissait indécis entre les Francs et les habitans de la Saxe, lorsque Charlemagne entreprit de les réduire. Il porta la guerre au delà du Wéser et soumit bientôt tout le pays jusqu'à l'Elbe; mais connaissant à fond ce qu'il devait faire pour assujétir des peuples aussi inquiets, aussi peu habitués à l'obéissance et impatiens du joug, et en même temps, aussi ignorans et superstitieux (3), il réunit à la force

de mots d'un poète, que la taille ordinaire des Bourguignons était de sept pieds; une telle observation n'est point dans la nature; s'il y eût eu quelque fondement à ce conte, aucun auteur n'aurait manqué de signaler une circonstance aussi extraordinaire et aussi frappante.

(1) Möser osnabruckische geschichte, sect. 1 et 3.

(2) Tacite nomme la Frise et les Frisons; mais ni eux ni les Saxons ne jouent aucun rôle que bien long-temps après son temps.

(3) Voyez le catalogue de ces superstitions (indiculus superstitionum), à la suite du capitulaire de Carloman de l'an 743.

des armes tout ce que la politique la plus habile pouvait suggérer. Il traita avec douceur toute la partie de la Saxe qui tenait de près aux anciennes provinces de son royaume et qui était voisine du Wéser; il fit au contraire peser tout le fardeau de la guerre sur les provinces qui avoisinaient l'Elbe, plus éloignées du centre de ses états, et dont la dévastation couvrait ses frontières nouvelles par un immense désert (1); il fit marcher de front, avec l'introduction d'un régime nouveau, celle du christianisme, dont le clergé lui était dévoué; il répandit des lumières anciennement inconnues, destinées à lui attacher tous ceux qui se prêtaient aux innovations. Cependant à peine d'autres soins eurent détourné son attention, et surtout son armée, que les Saxons se soulevèrent en masse, secouèrent le joug des Francs, de la religion chrétienne et du gouvernement royal, et se portèrent à tous les excès; Vitikind les guidait, et plus d'une campagne fut nécessaire avant que Charlemagne obtînt la possession de ce pays; Vitikind ne fut pas à l'épreuve des tentations que lui offrit le monarque; mais la Saxe fut traitée avec la plus grande dureté et régie avec un sceptre de fer; l'obéis-

---

(1) Möser Osn. Gesch., sect, 33, 34. C'était l'ancien usage des Germains. « Civitatibus maxima laus est, quam latissimas circum se vastatis finibus » solitudines habere. » Cæsar de bell. gall., lib. 6, cap. 23. On appelait cette frontière *mark* ou marca; les soldats qu'on y établissait des *marcomans*: leur chef *markbode* (Maroboduus était le roi des Marcomans, Tacit. lib. 2 ann., cap. 62 et 63) ou *markgraf*, marquis, en latin *comes limitaneus*. Cette frontière était le rempart de la nation (*heer-mund*); c'était le terrain que décrit Tacite, lib. 13 ann., cap. 54, sous le nom de *ripæ*, « agrosque » vacuos et militum usui sepositos occupavere. » Les colonies militaires qui garnissaient les frontières étaient donc *limitanei*, *ripuarii*, *marcomanni*, *hermunduri* et *burgundiones*, sans qu'aucune de ces dénominations indiquât une nation séparée.

sance au souverain et le nouveau culte furent assurés par des lois sanguinaires et féroces (1), dans lesquelles on ne cesse de reconnaître le mélange le plus bizarre de fanatisme religieux et de cruauté; les officiers militaires et civils, de même que les prélats et les ministres des autels furent chargés de l'exécution de ces lois (2). La domination franque et la religion chrétienne marchaient de front; la révolte et le sacrilége étaient punis comme crimes de même nature; l'apostasie et une levée de boucliers contre le prince étaient absolument synonymes (3). Pour assurer l'exécution de ces lois, les réunions de la nation sans la permission des magistrats est interdite, l'autorité des comtes augmentée, et le clergé doté des dîmes, de nombreux paysans et serfs et d'une partie des terres; les sorciers, les devins, les idolâtres qui n'auraient pas renoncé aux anciennes superstitions, lui sont cédés en propriété, s'ils ne peuvent satisfaire à l'amende.

Indépendamment de toutes ces mesures qui devaient assurer la sujétion de la Saxe à ses nouveaux conquérans, plusieurs auteurs prétendent que Charlemagne transplanta cette nation,

---

(1) Le capitulaire de *partibus Saxoniæ*, qu'on rapporte à l'an 788, contient onze crimes différens, tous passibles de la peine de mort, d'ailleurs si rare dans des lois de cette époque.

(2) Capit. de partibus Saxoniæ, cap. 34.

(3) La peine de mort est statuée contre ceux qui conspirent contre le prince ou la religion, qui manquent à la fidélité envers le souverain, qui assassinent leur seigneur ou violent sa fille, qui incendient les églises, qui tuent les évêques ou prêtres, qui brûlent des sorciers, qui sacrifient des hommes au diable, qui réduisent en cendre des cadavres, qui refusent le baptême ou qui mangent de la viande pendant le carême.

du moins en grande partie, dans l'intérieur de ses états, et qu'il appela en Saxe une population nouvelle : nous croyons pouvoir révoquer en doute une supposition aussi hardie, qui d'ailleurs n'est appuyée d'aucune preuve directe. Il est des annales du temps, qui ne font aucune mention de cette entreprise si extraordinaire (1); il en est d'autres qui parlent de la transportation du tiers des hommes qui avaient porté les armes contre les Francs (2); personne n'a osé avancer que la nation entière ou une partie notable aurait été réduite en colonie. D'ailleurs si Charlemagne traita les Saxons avec la plus grande dureté (3), s'il n'était pas éloigné des mesures les plus gigantesques, il est presqu'impossible de se faire une idée d'un projet aussi vaste et aussi inexécutable. Dans les petites républiques de la Grèce ou de l'Italie on pouvait réduire en esclavage, déporter en masse et coloniser une cité de quelques milliers d'habitans; mais faire changer de domicile les habitans d'un pays aussi étendu, dont la population, même dans l'état de barbarie où se trouvait la Saxe du temps de Charlemagne, devait se monter à des millions d'hommes, est d'une impossibilité physique; toutes les forces du nouvel empereur n'auraient pas suffi pour contraindre cette multitude, et les traces d'un pareil événement sans autre exemple dans l'histoire, ne pourraient être équivoques.

Il est indubitable que des Saxons furent établis dans d'autres parties de l'empire; mais nous croyons que cette migration n'a été qu'individuelle. Il est de fait, que plusieurs des chefs Saxons,

---

(1) Les annales d'Eginhart.

(2) C'est ce que portent les annales de Fulde.

(3) Il suffit de mentionner le massacre de 4500 prisonniers Saxons, que Charlemagne fit décapiter à Verden sur l'Aller.

et notamment le célèbre Vitikind furent corrompus par des présens et des faveurs (1); il est plus que probable que l'empereur les aura éloignés de la Saxe, où ils pouvaient trop facilement donner des inquiétudes. Des prisonniers de guerre furent trop heureux d'être déportés avec leurs familles après l'exemple terrible que le monarque avait statué à Verden; ils recevaient l'exil comme une grâce. D'autres habitans furent également encouragés à suivre cette voie, et une loi expresse statua que tout Saxon condamné à mort pourrait obtenir comme une faveur, la faculté de s'établir avec sa femme, ses enfans et tous ses biens dans une autre partie de l'empire ou sur les frontières; la commutation de peine emportait mort civile et déliait ainsi le déporté de tout ce qui l'attachait à son ancienne patrie (2). Cette loi à laquelle on n'a pas assez fait attention, prouve que la migration était individuelle, et qu'elle était considérée comme une grâce; cependant la fréquence des cas où la peine de mort était statuée, l'opiniâtreté des Saxons en faveur de leurs anciennes superstitions, leur amour pour l'indépendance, le zèle, l'ambition et l'intérêt personnel des magistrats et du clergé

---

(1) Möser Osn. Gesch., sect. 3, § 38. Aussi la chronique d'Albertus Scadius, ad ann. 886, parle de l'établissement en France et du mariage de « Widis- » cindus ex germania profugus. »

(2) « De malefactoribus, qui vitæ periculum dum arva Saxonum incur- » rere debent, placuit omnibus, ut qualiscumque ex ipsis ad regiam potesta- » tem confugium fecerit, aut in illius sit potestate, utrum interficiendum » illis reddat, aut una cum consensu eorum habeat licentiam ipsum male- » factorem cum uxore et familia et omnia sua foris peniam infra sua regna, » aut in marca, ubi sua fuerit voluntas collocare, et habeant ipsum quasi » mortuum. » Capit. Saxonum, ann. 797, cap. 10.

devaient en rendre l'application extrêmement nombreuse, et la quantité des déportés peut avoir fait naître l'idée d'une migration nationale.

S'il n'est point prouvé que la nation saxonne ait été transplantée forcément en tout ou en partie, s'il n'est pas même possible de reconnaître l'établissement d'une colonie de Saxons dans quelque autre partie de l'empire, si au contraire tout porte à croire que nombre de Saxons ont été obligés de s'expatrier isolément et individuellement, sans aucune loi et disposition générale, mentionnées nulle part, il est également sans motif qu'on prétende que cette colonie saxonne aurait été conduite dans la Flandre. Ce n'est que l'opinion individuelle de quelque auteur postérieur de beaucoup à cette époque, et tous les contemporains gardent le silence le plus profond sur la transmigration des Saxons, ainsi que sur le lieu où ont été établis ceux qui abandonnaient leur patrie : des annalistes postérieurs, qui ont parlé d'une colonie de Saxons, la disent établie dans la Gaule-Belgique sur les bords de la mer (1), ce qui ne convient pas seulement à la Flandre, mais à une partie de la France et même de la Normandie. Il est d'ailleurs peu vraisemblable que Charlemagne, déportant en masse une partie de la nation saxonne, connue par son goût pour la navigation et

(1) « Saxones cum liberis et uxoribus traduxit in Galliam Belgicam, » Oceani orâ ad incolendum eis datâ, jussoque eam tutari Lyderico maris » præfecto. » Meyerus, ann. Flandr., ad ann. 783. Rec. des hist. de France, tom. 5, pag. 65. Cette histoire est non-seulement suspecte, parce qu'elle fait partie des contes sur Lyderic, forestier de Flandre, mais encore qu'elle désigne un pays comme *Gaule-Belgique*, nom qui depuis plus de sept siècles n'existait plus.

la piraterie (1), l'aurait établie le long de la mer, et facilité son retour dans la patrie ou exposé ses autres états à des brigandages continuels. Aussi peut-on rencontrer dans la Hollande quelques traces du séjour des Saxons, soit comme nation séparée, soit individuellement; la Flandre n'a aucun souvenir de ce séjour.

Mais admettons comme un fait que Charlemagne ait tiré de la Saxe une colonie pour la fixer en Flandre, cette supposition n'explique en rien pourquoi ce fief de la France a conservé ou adopté une langue inconnue ou oblitérée dans le reste du royaume. L'histoire prouve par plus d'un exemple que des colonies, quelque nombreuses qu'elles puissent être, quelque isolement qu'elles éprouvent, quelque favorables que soient les circonstances, ne conservent point la langue du pays dont elles sortent, mais que, conduites dans un pays qui n'est point en arrière sous le rapport de la civilisation (2), elles adoptent la langue de ce pays, et même ne l'altèrent pas visiblement. Un double exemple d'autant plus frappant qu'il est pris dans les nations mêmes dont nous nous occupons, à une époque peu distante, dans des provinces presque adjacentes, prouvera incontestablement cette vérité.

---

(1) Sidonius Apollinaris, lib. 8, epist. 6.

(2) C'est pourquoi on ne peut nous opposer ni les colonies des anciens Phéniciens et des Grecs, ni celles des Européens dans les deux Indes; c'étaient des peuples policés qui s'établissaient chez des Barbares, avec lesquels ils ne pouvaient s'identifier, qu'en leur donnant la langue, les mœurs, les usages des colons. Dans les deux Indes l'établissement des colonies européennes n'a été que trop souvent marqué par la destruction totale ou partielle des natifs.

Dès les premiers temps que les Romains eurent connaissance de la Germanie, et que l'humeur belliqueuse, inquiète et changeante des habitans leur fut connue, ils soudoyèrent des nations ou peuplades, qui les assistaient contre d'autres Germains ou des Barbares venus de contrées plus lointaines; souvent ces alliés perdaient leur ancien territoire, et venaient implorer un asile sur les terres de l'empire; d'autres fois ils se mettaient en possession des provinces qui, plus fertiles et plus riches que leurs anciennes demeures, étaient plus à leur gré, ou bien les Romains leur assignaient des terres incultes ou abandonnées, des frontières ou d'autres régions dans lesquelles ils croyaient utiliser des colonies militaires (1). Il paraît que dès le troisième siècle l'empereur Probus envoya une colonie de Saxons dans la Grande-Bretagne (2), et que, soit le même empereur, soit un autre en fixa une dans les Gaules, particulièrement dans l'Armorique, appelée depuis Neustrie et plus tard Normandie; du moins la notice des dignités de l'empire, faite sous le règne d'Honorius au commencement du cinquième siècle, mentionne la côte des Saxons dans le gouvernement de l'Armorique (3),

(1) Les Romains avaient des colonies militaires dans l'intérieur de l'empire, qui ont peut-être suggéré l'idée de celles qui ont récemment été établies en Russie. Ils en avaient sur leurs frontières, dans les forts et les châteaux. Le Code Théodosien parle des Riparienses, Ripenses (les mêmes que les Ripuaires), des Limitanei (Marcomanni, Hermunduri des Germains), des Castriciani, Castellani, Burgarii (Burgundiones). V. le Comm. de Jacques Godefroy sur le Code Théodosien, Paratill. ad. lib. 7, tom. 2, pag. 247. Ces colonies étaient de préférence composées d'étrangers. L. 16, t. 4, de terris limitaneis.

(2) Zosimus in Probo.

(3) « Sub dispositione viri spectabilis ducis tractus Armoricani et Nervi-

et au nombre des troupes qui, vers le milieu du même siècle, marchèrent sous les ordres d'Aetius contre Attila, on trouve des Saxons, lesquels, à en juger par le rang qu'ils occupent dans la relation d'un auteur contemporain, ne peuvent être que ceux de l'Armorique (1). On retrouve ces mêmes Saxons plus de cent vingt ans plus tard établis auprès de Bayeux (2), formant non-seulement une nation distincte et séparée, mais ayant conservé de leurs ancêtres plusieurs usages différens de ceux de leurs voisins, entr'autres la chevelure longue (3). Cependant jamais on n'a parlé une langue tudesque dans la Neustrie.

A peine deux siècles et demi plus tard cette même Neustrie, qui souvent avait été infestée par des pirates et des brigands Normands ou Saxons (4), devint la propriété d'un des chefs les

---

» cani, tribunus cohortis primæ novæ Armoricæ, Grannona *in littore* » *Saxonico.* »

(1) « His enim adfuere auxiliares Franci, Sarmatæ, Armoritiani, Li- » tiani, Burgundiones, Saxones, Riparioli, Briones. » Jornandes de rebus geticis.

(2) « Sed ille dolose super Saxones Bajocassinos ruens maximam partem » interfecit. » Gregoire de Tours, lib. 5, cap. 27. Quelques auteurs placent des Saxons près d'Angers. Epitom. Gr. Tur., cap. 12. Gesta Francorum, cap. 8; mais comme ces auteurs n'ont fait qu'abréger un passage de Gregoire de Tours, qui lui-même est obscur, nous n'alléguons point cette autorité.

(3) Frédégonde appelant ces Saxons au secours des Bretons. « Bajocassinos » Saxones juxta ritum Britannorum tonsos atque cultu vestimenti compo- » sitos, in solatium Warochi abire præcepit. » Gregoire de Tours, lib. 10, cap. 9.

(4) Les Normands sont désignés comme puissance, avec laquelle les monarques négociaient dans le premier traité, apud Merinam, de l'an 847, art. 11 (Baluze, tom. 2, col. 42), et dans le capitulaire de Charles le Chauve de 853, apud. Silvacum, art. 9 (Baluze, tom. 2, col. 66); ces Normands

plus hardis de cette nation; Charles le Simple crut, en 917, devoir acheter la paix et la tranquillité de ses états en cédant cette province à Rollon, chef, roi ou duc des Normands, auquel il donna de plus la main de sa fille. C'était bien alors qu'on pouvait s'attendre à voir s'établir dans la Normandie une langue d'origine tudesque; les Francs, les Bourguignons, les Alains avaient parcouru l'Armorique comme les autres parties des Gaules et les avaient soumises; sur les côtes de la Normandie une peuplade saxonne avait été établie depuis long-temps et avait probablement conservé son ancien langage, comme ses autres habitudes; les incursions des Normands ne pouvaient manquer d'y entretenir cette langue familière à ces barbares, comme à un grand nombre des habitans; enfin une colonie de ce même peuple venait de prendre possession de la province en conquérans et maîtres; qui aurait pu douter du triomphe de leur langue? Et cependant tout le contraire eut lieu. Non-seulement il n'existe aucun vestige d'une langue d'origine teutonique dans la Normandie; mais il est reconnu que dans un intervalle assez court la langue d'oil, évidemment dérivée du latin, était tellement la langue journalière des Normands, que sous ce rapport ils ne différaient nullement du reste de la France septentrionale. Lorsqu'en 1066 Guillaume le Bâtard fit la con-

---

paraissent avoir particulièrement infesté les côtes voisines de la Bretagne. On sait que Rouen fût brûlé par ces pirates en 843; Regnier remonta la Seine depuis son embouchure jusqu'à Paris en 845; les Normands contre lesquels Eudes défendit Paris en 885 et 886, avaient également occupé la Neustrie. Un capitulaire de Charles le Chauve de 877 (Baluze, tom. 2, pag. 257) parle des Normands établis ou campés sur les rives de la Seine (qui erant in Sequana) et dont on achetait la retraite.

quête de l'Angleterre (1), tous ses guerriers parlaient le français et prenaient indistinctement le nom de Normands ou de Français; un peu plus tard cette dernière dénomination leur resta seule (2). Le nouveau roi, trouvant établie la langue saxonne ou danoise, toutes deux teutoniques, en Angleterre, crut ne pouvoir mieux assurer sa dynastie, qu'en introduisant, tant par des voies de douceur que par la force de son autorité, l'usage du français (3).

---

(1) La fierté nationale des Anglais n'a pas voulu reconnaître cette conquête, et supposant un droit éloigné de Guillaume à la couronne d'Angleterre, ils ont rapporté le titre de *conquérant* (ou comme disent les anciennes chroniques *conquerour*) au mot *conquêt* usité en jurisprudence pour acquisition. Spelman, in Cod. Legg., dans Honard, Anciennes Lois des Français, tom. 2, p. 183. Des auteurs plus éclairés se sont moqués de cette explication. Reeves, Hist. of the English Law, tom. 1, chap. 2, pag. 29.

(2) Dans les Lois de Guillaume, art. 51, 53, 54, 62, 68, 69, 70 et 71, ils sont appelés Normanni, Franci ou Francigenæ; les lois de Henri I[er], successeur de Guillaume, sont intitulées : « Henricus, Dei gratiâ, rex Anglorum » omnibus baronibus et fidelibus suis, Francis et Anglis salutem. » Honard, Anc. Lois des Franç., tom. 2, pag. 133 et suiv. et Coutum. anglo-norm., tom. 1, pag. 264.

(3) « Et pueris in scholis principia literarum grammatica, gallice et non » anglice traderentur. — Narrant historiæ, quod cum Willielmus dux » Normannorum regnum Angliæ conquisivisset, deliberavit quomodo » linguam saxonicam possit destruere et Angliam et Normanniam in idio- » mate concordare; et ideo ordinavit quod nullus in curia regis placitaret » nisi in gallico, et iterum quod puer quilibet ponendus ad litteras addis- » ceret gallicam et per gallicam latinam, quæ duo hodie observantur; » ut modus etiam scribendi anglicus omitteretur, et modus gallicus in » chartis et libris omnibus admitteretur. » Spelman apud Honard, Anc. Lois des Franç., tom. 2, pag. 194.

Si la langue teutonique ne s'est point soutenue dans une partie de la Gaule, dans laquelle, dès le quatrième siècle, des Saxons furent établis en nombre assez considérable pour donner leur nom à la côte qu'ils habitaient, où des Francs et d'autres peuples d'origine germanique ont vaincu les Romains et les Gaulois, où les Saxons ont fait nation à part au moins jusqu'au sixième siècle, où les pirates de cette nation n'ont cessé de faire des incursions, où enfin des Normands se sont fixés comme vainqueurs et conquérans; si au contraire la langue d'origine latine y a tellement prévalu qu'au onzième siècle, cent cinquante ans après la conquête des Normands, les habitans étaient appelés Français et ne parlaient que le français; qu'ils introduisirent même cette langue dans un pays où le saxon formait la base du langage, comment pourrait-on admettre qu'une colonie de ce même peuple, réduite en captivité par le vainqueur, ait pu fixer en Flandre une langue tudesque? Il faudrait rejeter tout raisonnement par analogie pour reconnaître la justesse d'une pareille conséquence.

La langue et les usages de la France ont exercé une influence très-puissante sur la langue et les usages des Pays-Bas en général; dans quelques provinces on a dès les temps les plus reculés adopté la langue d'oil, dont le patois wallon est évidemment dérivé; dans les provinces qui se servent du flamand, du hollandais, du frison ou de tout autre dialecte ou idiome d'origine tudesque, cette influence est surtout visible en ce que les caractères alphabétiques ne sont et n'ont jamais été ceux en usage dans toute l'Allemagne, et qu'au contraire tous les Pays-Bas, sans aucune exception, se servent exclusivement des caractères italiques. Cette observation mérite d'autant plus une

attention spéciale, que toutes les langues d'origine tudesque, comme l'allemand proprement dit dans toutes ses variétés, le danois, le suédois, le norwégien s'écrivent avec des caractères particuliers, tandis que l'anglais et le hollandais ou flamand suivent ceux qui sont adoptés en France, en Italie, en Espagne et en Portugal.

Dans les premiers temps de la société, lorsque les relations de nation à nation ou entre les individus de différentes nations étaient moins fréquentes et moins bien établies, chaque peuple avait non-seulement une langue séparée, mais chacune de ces langues avait une écriture distincte. L'alphabet des Égyptiens n'était point celui des Hébreux; l'écriture grecque différait de la romaine; et indépendamment des autres difficultés qui s'opposaient au libre échange des idées, celle de devoir apprendre une langue étrangère était augmentée par celle de devoir commencer par étudier un nouvel alphabet. Les Germains, ainsi que nous l'avons déjà observé, et quoi qu'en puissent dire quelques auteurs (1), avaient une écriture; il est possible qu'elle n'ait point été portée à quelque degré de perfection; nous n'avons que des données très-vagues sur le caractère qu'ils employaient; presque tous leurs ouvrages, s'ils en avaient d'écrits, se sont perdus et probablement ne valaient pas la conservation; mais il est moralement impossible qu'une nation aussi grande et aussi étendue, qui, quoique barbare en comparaison des Romains, avait néanmoins fait des progrès dans la civilisation, eût ignoré absolument un art aussi nécessaire; le témoignage de César est irrécusable (2), et si Tacite paraît dire le contraire,

(1) V. la Germanie de Tacite, traduite par Panckoucke, chap. 5, not. 9.
(2) Cæsar de bell. gall., lib. 1, cap. 1, et 29, lib. 6, cap. 14.

il parle de la grande majorité et non de la totalité de la nation (1). Il est même plus d'une raison de croire que les caractères germaniques étaient ressemblans à ceux dont on se sert encore actuellement en Allemagne; les alphabets anglo-saxon et mésogothique s'en rapprochent assez, et il y a une similitude frappante entre l'écriture allemande actuelle et celle des Grecs, qui peut rendre raison de ce que les auteurs anciens attribuent aux Gaulois et Germains des caractères grecs (2).

Ce n'est point ici le lieu d'examiner si cette différence des caractères alphabétiques, quoique nuisible au développement et à l'échange mutuel des idées, n'a point de véritables avantages, et si la facilité apparente de pouvoir lire et écrire les mots d'une langue étrangère n'est point compensée par la difficulté d'attacher des significations différentes aux mêmes signes; le fait n'en est pas moins indubitable. Certainement le Romain qui, pour lire les auteurs grecs, devait apprendre à connaître l'alphabet grec, avait à vaincre cet obstacle, mais il n'avait pas

(1) « Literarum secreta viri pariter ac feminæ ignorant. » De mor. Germ., cap. 19. M. Raepsaet, Orig. des Belges et Gaulois, liv. 1, nº 14, prétend que ce passage signifie que les Germains ignoraient le commerce épistolaire, et qu'en bon latin *literarum* est toujours pris pour *epistolarum*. Il est cependant une foule de passages de Cicéron qui prouvent le contraire. Ernesti in clavi ciceroniana au mot *literæ*. Peut-être Tacite n'a-t-il entendu par *literarum secreta* que les connaissances ou la littérature en général, ce qu'on appelle les belles-lettres.

(2) « In castris Helvetiorum tabulæ repertæ sunt literis græcis confectæ. » Cæsar de bell. gall. lib. 1, cap. 29. « In reliquis fere rebus, publicis priva- » tisque rationibus, græcis utuntur literis. » Id. lib. 6, cap. 14. « Monumen- » taque et tumulos quosdam græcis literis inscriptos in confinio Germaniæ » Rhaetiæque adhuc existere. » Tacit. de mor. Germ., cap. 3.

à craindre que l'habitude de prononcer telle lettre d'une manière déterminée lui fît faire une faute de prononciation dans la langue étrangère, il n'avait pas à se rappeler sans cesse que la voyelle ou la consonne qu'il voyait devant ses yeux exprimait un son différent de celui qu'il avait coutume d'y attacher; dès qu'il savait lire et écrire il était sûr que toute la Grèce comprendrait ce qu'il aurait dit ou écrit. Il existe dans chaque langue des prononciations inconnues dans toute autre, et qu'il faut cependant, lorsqu'on n'a point de caractères divers, exprimer par les mêmes signes; il est impossible de rendre en français le son du *th* anglais, du *x* espagnol, du *ch* allemand, du *g* hollandais, quoique toutes ces langues n'aient qu'un seul et même alphabet; le caprice a donné d'ailleurs aux mêmes lettres des significations différentes dans chaque langue, et il faut connaître la prononciation exacte de chacune d'elles pour savoir que *chi* en français, *sci* en italien, *schi* en allemand et *she* en anglais expriment absolument le même son.

A mesure que les nations se sont rapprochées par le besoin mutuel de la civilisation, la différence des écritures a sensiblement diminué (1); l'écriture des Romains s'est introduite dans tous les pays où le latin a formé la base de la langue, comme en Italie, en Espagne, en Portugal, et dans toute la France, sans aucune distinction des pays de langue d'oc ou d'oil; l'écriture des Germains s'est conservée dans presque toutes les contrées où la langue tudesque a prévalu, et si l'anglais, quoiqu'é-

---

(1) La plus grande partie des peuples orientaux se servent du caractère arabe pour écrire leurs langues.

videmment d'origine teutonique s'écrit en caractères italiques, il est facile de rendre raison de ce phénomène (1) en consultant l'histoire.

L'Angleterre, anciennement peuplée de Gaulois celtiques ou belgiques (2), était devenue province romaine, et suivait en tout les usages des vainqueurs, lorsqu'elle fut successivement saccagée et occupée par les Scots et les Pictes, les Saxons, les Angles, les Frisons, les Danois, tous ayant une origine commune avec les Germains : ce pays avait souffert plus que les autres, et les habitans latinisés étaient tombés au dessous de ce qu'étaient ceux des provinces continentales de l'empire; les plaintes des Bretons à Aetius prouvent et leur position malheureuse, et leur désespoir affreux, et en même temps une lâcheté, une bassesse peu communes (3). Les Romains avaient abandonné la Grande Bretagne vers le milieu du cinquième siècle; il est probable que tous leurs cliens, tous ceux qui avaient affiché leurs mœurs suivirent cet exemple, et que ceux qui ne pouvaient trouver leur salut dans la fuite, périrent victimes de leur esprit d'imitation, ou ne firent aucune difficulté de reprendre les anciens usages; du moins les lois anglo-saxonnes ne nomment pas les Romains, dont le nom se retrouve à chaque article

---

(1) Il paraît que les langues d'origine slave ou esclavonne ont suivi la même marche; le russe a conservé ses anciens caractères; la grande influence tant de la cour de Rome que de la France a fait adopter aux Polonais les caractères italiques; les relations continues avec l'Autriche et l'empire germanique ont au contraire introduit les caractères allemands en Hongrie et en Bohême.

(2) Cæsar de bell. gall., lib. 5, cap. 12.

(3) Beda, Hist. Eccles., lib. 1, cap. 13.

des lois saliques, ripuaire, gombette, visigothe ou bavaroise; les habitans du pays, autres que les conquérans barbares, sont désignés dans ces lois sous le nom de Wallons, c'est-à-dire Gaulois (1). La prétendue histoire qui se trouve dans ce qu'on donne pour les lois d'Edouard le Confesseur ou de Guillaume le Conquérant, ne mérite pas une réfutation sérieuse (2).

Les Anglo-Saxons établis dans la Grande Bretagne, avaient une écriture qui leur était particulière et qui est encore connue; cette écriture était peut-être celle de tous les Germains, ou du moins elle était modelée sur un type commun à tous les caractères usités dans le petit nombre d'écrits de ces peuples barbares; les invasions des Danois, leur occupation tantôt d'une partie de la Grande Bretagne, tantôt de l'île entière, ne pouvaient apporter aucun changement dans la manière d'écrire qui devait leur être commune, si ces hordes sauvages cultivaient cet art indispensable aux nations policées; et jusqu'à Guillaume le Conquérant, les caractères anglo-saxons étaient les seuls usités dans l'Angleterre. Soit que les Normands, qui vinrent se fixer en Neustrie sous leur chef Rollon, plus occupés de brigandage que de littérature, ignorassent absolument l'art

(1) « Wallus censum pendat 120 solidos. » Legg. Jnæ, cap. 28. V. aussi cap. 24, 32, 46, 54, 74. Plus tard et à compter du règne d'Alfred, on trouve dans les lois des rois, soit saxons, soit danois, la distinction des Anglais, des Merciens, des Danois; mais il n'est plus question de Gaulois ou de Wallons, qui, à l'exception de ceux qui occupaient le pays de Galles et la Cornouaille, avaient disparu ou s'étaient amalgamés avec les vainqueurs.

(2) Leges boni regis Edovardi quas confirmavit Guillelmus, à la suite du chap. 35. Ces lois ont été publiées par Welkius, par Honard et par Canciani.

d'écrire, soit qu'en adoptant les usages et la langue du pays qui leur avait été cédé, ils eussent également abandonné leur ancien alphabet, Guillaume et ses sujets ne connaissaient que les caractères italiques, et un des premiers soins du conquérant, qui désirait faire passer en Angleterre les coutumes de son pays et opérer une fusion complète des divers peuples soumis à sa domination, fut de prohiber l'usage de l'écriture saxonne (1). Le français et le latin furent les seules langues admises à la cour comme au barreau; dans toutes les chartes et pièces authentiques, dans les assemblées de la nation comme dans toutes les circonstances solennelles, ces langues remplacèrent l'anglo-saxon; et la langue nationale, qui ne fut autorisée de nouveau qu'après plusieurs siècles, (2), avait déjà pris une tournure et adopté une écriture différente de ce qu'elle avait été dans le principe. Le clergé d'ailleurs qui, en Angleterre comme dans toute l'Europe, avait conservé le peu de connaissances répandues dans ce temps de barbarie, était habitué à la langue latine et favorisait les caractères italiques.

Dans les Pays-Bas, nul doute que la langue teutonique ne s'écrivît anciennement comme dans tous les autres pays de l'empire germanique; l'empereur Charlemagne, le grand pro-

---

(1) « Ordinavit....... ut modus etiam scribendi anglicus omitteretur, » et modus gallicus in chartis et in libris omnibus admitteretur. » Spelman, Cod. Legg. ap. Honard, Anciennes Lois des Français, tom. 2, pag. 194.

(2) Jusqu'à ce jour les formules dont se sert le parlement anglais sont en français; les plaidoiries ont continué dans cette langue jusqu'au quatorzième siècle. Reeves, Hist. of the English law, chap. 17 et 28, tom. 3, pag. 95 et 425. Beaucoup de termes techniques de la procédure anglaise doivent leur origine à cet usage.

tecteur des lettres germaniques, celui auquel on a même voulu attribuer l'invention et l'introduction des caractères allemands, résidait habituellement, ou à Nimègue dans la Gueldre, ou à Aix-la-Chapelle sur les frontières de la Belgique; toute sa famille avait habité ces provinces, et le village de Herstal, dont son père Pepin porte le nom, est dans l'évêché de Liége; Louis le Débonnaire (1) a daté une grande partie de ses lois du grand duché de Luxembourg (2). Il serait donc assez peu probable que l'écriture de la langue du pays eût été différente de celle qui était usitée et protégée par la cour et les grands de l'empire : seulement il ne nous reste de ces temps éloignés que des pièces écrites en latin et par conséquent en caractères italiques. Sans aucune disposition législative, sans aucun événement dont l'histoire fasse mention, la seule force des choses, la grande influence de la France, de la langue, des usages, de la littérature de ce royaume a fait prévaloir dans tous les Pays-Bas cette écriture, même dans les provinces où la langue tudesque est demeurée en vigueur. L'établissement des Lombards dans les villes maritimes, le commerce que depuis long-temps les Pays-Bas et surtout la Flandre entretenaient avec le midi de l'Europe pouvaient contribuer à cette introduction; mais de même

(1) Louis le Débonnaire résidait à Aix-la-Chapelle, où il tint un concile en 816, un autre concile d'abbés en 817, et un parlement ou de grands plaids de la nation en 819, comme le prouvent les capitulaires de ces années. Baluse, vol. 1, pag. 555 — 598. Il y tint de nouveaux plaids en 837. Baluse, ib. pag. 685.

(2) Un capitulaire de 821, ap. Baluse, tom. 1, pag. 621, prouve que Louis le Débonnaire avait tenu les plaids de la nation en 820 à Thionville (apud Theodonis villam). C'est encore de Thionville qu'est daté un capitulaire de Charles le Chauve, ap. Baluse, tom. 2, pag. 7.

qu'il est impossible de méconnaître les effets prépondérans de la littérature française sur celle de la Hollande et de la Flandre dès les premiers temps des écrivains flamands, de même que tous les anciens poètes flamands reconnaissent avoir rendu en leur langue des ouvrages de goût ou de science, écrits en français, de même aussi cette influence a déterminé l'écriture hollandaise et flamande.

La Frise avait été long-temps un pays très-indépendant; les Frisons aimaient leur liberté avec enthousiasme et n'obéissaient que très-imparfaitement aux empereurs; la charte des immunités de la Frise qu'on a souvent attribuée à Charlemagne (1), n'est à la vérité qu'une fausseté reconnue; mais il n'en est pas moins vrai que la Frise avait une république, sous la protection de l'empire, qui se soutint assez long-temps, et qui ne se perdit que pour avoir choisi ses chefs dans des maisons souveraines, dont les états étaient trop près de son territoire pour ne point prêter un appui facile aux usurpations : il n'est donc pas étonnant que les anciens Frisons aient, pendant un temps assez considérable, conservé une écriture qui leur était propre. Cette écriture quoique modelée sur le même type que celle des Allemands, en diffère cependant sous plus d'un rapport, et peut servir de nouvelle preuve, que Charlemagne n'a fait que remettre en honneur et encourager un genre d'écriture connu des Allemands ou Germains, qui commençait à tomber en

---

(1) Chartes et placards de Frise, recueillis par le baron de Schwartsenberg, et Hohelandsberg, vol. 1, pag. 44. Chartes de Hollande par Van Mieris, vol. 1, pag. 8. Ce diplôme a été reconnu non-seulement par des auteurs frisons et hollandais, mais beaucoup d'autres auteurs l'ont allégué, quoiqu'il soit de la fausseté la plus évidente.

désuétude. Cependant la Frise a, comme toutes les autres provinces des Pays-Bas, succombé à cette influence française, et insensiblement les Frisons, quelque tenaces qu'ils aient toujours été de leurs anciens usages, ont adopté les caractères italiques; quoiqu'il soit difficile d'en déterminer l'époque précise, l'alphabet frison a disparu lorsque les relations de cette province avec les évêques d'Utrecht, les comtes et ducs de Gueldre et les autres seigneurs de ces contrées, sont devenues plus étroites. L'Ost-Frise tombée au pouvoir de quelques princes allemands, a suivi toute l'Allemagne.

En résumant toutes nos observations, nous croyons pouvoir établir, que l'influence de la langue et de la littérature française sur celle de toutes les provinces des Pays-Bas a été très-marquée et suffisante pour faire adopter dans quelques-unes le langage wallon, qui est évidemment d'origine latine ou française, et dans les autres, pour faire substituer à l'alphabet allemand les caractères italiques; que la différence de langage du pays wallon et flamand ne remonte point à l'époque de la conquête des Gaules par les Romains; que la transplantation des Saxons par Charlemagne ne motive point cette diversité, et qu'il n'y a aucun fait historique qui puisse expliquer ce phénomène bizarre, que probablement le hasard seul a fait naître.

FIN.

MÉMOIRE

SUR

LES LOIS DES NAISSANCES ET DE LA MORTALITÉ A BRUXELLES.

PAR M. A. QUETELET.

64.

MÉMOIRE

SUR

LES LOIS DES NAISSANCES ET DE LA MORTALITÉ

A BRUXELLES.

1. L'INTRODUCTION de sociétés d'assurances sur la vie, dans nos provinces, et le désir de voir se consolider parmi nous ces établissemens qui peuvent devenir si utiles quand ils sont dirigés dans de louables intentions, nous ont porté à faire des recherches sur les lois de la mortalité et à examiner en même temps ce qui concerne les lois des naissances. Les seules tables de mortalité connues pour notre royaume, sont celles que *Kerseboom* a dressées pour les rentiers viagers de la Hollande : mais, comme on l'a fort bien observé, la position de ces individus ne peut guères être assimilée à celle des hommes, pris dans l'état ordinaire de la société; et, par là même, ces tables deviennent moins propres à déduire des conclusions sur la véritable marche de la nature. Les élémens des tables que nous proposons, ont été puisés dans les registres de la ville de

Bruxelles (1). La concordance que nous avons généralement trouvée entre les résultats particuliers et les résultats généraux semble être un garant de leur exactitude.

2. Nous commencerons par ce qui concerne les naissances; nous examinerons quels sont les mois de l'année les plus propres à la réproduction, et nous chercherons en même temps s'il est possible de déterminer à cet égard quelque loi de la nature; nous examinerons ensuite les variations auxquelles est assujétie la mortalité dans le cours de l'année; et enfin nous déduirons des tables de mortalité pour les hommes et pour les femmes, différens résultats qui pourront offrir quelqu'intérêt, surtout en ce qui a rapport aux sociétés d'assurances.

3. En suivant attentivement la marche régulière de la nature dans le développement des plantes et des animaux, l'analogie nous autorise à croire que l'influence de ses lois doit s'étendre jusque sur l'espèce humaine. On pourrait cependant s'égarer en ne consultant que l'analogie et en négligeant de soumettre à un calcul rigoureux les élémens qui caractérisent ces lois et qui sont à notre disposition. C'est en comptant les naissances à chaque époque de l'année, qu'on peut espérer au bout d'un certain temps de parvenir à un résultat qui s'éloigne peu de la vérité; c'est aussi la marche que nous avons suivie pour les dix-huit années qui viennent de s'écouler. Nous n'en avons pu employer un plus grand nombre sans nous exposer à des erreurs, à cause du désordre qui régnait dans les registres de l'état civil avant cette époque.

---

(1) J'ai été aidé dans cette partie pénible de mon travail par M. *Morren*, l'un de mes élèves, qui a eu la constance de faire la plupart des extraits dont j'avais besoin.

Or, en prenant pour unité ou pour terme moyen, le douzième du nombre des naissances qui ont eu lieu pendant ces années, nous sommes parvenu à former le tableau suivant, dans lequel nous avons aussi indiqué les époques des conceptions, en supposant le temps moyen de la grossesse de neuf mois et en regardant ses dangers comme étant constamment les mêmes.

ÉPOQUES DES NAISSANCES.	ÉPOQUES DES CONCEPTIONS.	RÉSULTATS.
Janvier.	Avril.	1,0403.
Février.	Mai.	1,1570.
Mars.	Juin.	1,0991.
Avril.	Juillet.	1,0790.
Mai.	Août.	0,9893.
Juin.	Septembre.	0,9559.
Juillet.	Octobre.	0,9012.
Août.	Novembre.	0,9033.
Septembre.	Décembre.	0,9401.
Octobre.	Janvier.	0,9492.
Novembre.	Février.	0,9679.
Décembre.	Mars.	1,0175.

Il résulterait donc de ce tableau que l'époque la plus favorable à la conception aurait lieu au mois de mai, tandis que l'époque la plus défavorable se trouverait vers la fin d'octobre. Le rapport entre les nombres des conceptions qui se font à ces époques serait d'environ 5 à 4. La régularité de ces résultats n'est pas moins remarquable que la singulière coïncidence des époques que nous venons d'indiquer, avec celles de l'année où tout ce qui nous entoure, semble également prendre un nouveau degré de force et de vie, ou bien languir pendant quelques instans pour se ranimer encore.

Des recherches à peu près semblables ont été présentées par le docteur *Baily* à l'Académie des Sciences de Paris (le 14 février 1825). Dans ce mémoire, dont on ne connaît encore que des extraits, l'auteur est parvenu à des résultats assez irréguliers et qui paraissent peu conformes à la marche simple de la nature. Il attribue ces écarts à différens motifs particuliers, qui peuvent être plus ou moins bien fondés : c'est ce qu'une plus longue observation pourra seule nous apprendre. Ces recherches intéressantes se rattachent de trop près à la connaissance physiologique de l'homme, pour ne pas être suivies par le naturaliste avec tout le soin qu'elles méritent.

4. Quand on veut se représenter géométriquement la loi des naissances comme celle de la mortalité, on trouve une courbe transcendante qui ressemble beaucoup à la sinusoïde. On pourrait lui donner pour équation : $y = a + b \sin x$. Il faudrait prendre, pour abscisses, les différentes époques de l'année; et l'ordonnée représenterait le nombre des naissances à ces époques. La quantité constante a est le nombre moyen des naissances que nous avons pris pour unité dans notre tableau, et l'autre constante b est la différence entre cette valeur moyenne a et le nombre *maximum* ou *minimum* des naissances.

Or, quand on replie le plan de la courbe de manière à former un cylindre sur lequel l'axe des abscisses s'enroule circulairement, tous les points de la sinusoïde vont se placer sur une ellipse. Cela posé, si l'on a égard à la loi que suit l'accroissement des populations, on pourra se représenter la succession des générations par une succession de bandes de papier qui, étant enroulées, forment un cylindre droit, ayant pour bases d'une part un cercle et de l'autre une ellipse : chaque tour fi-

gurerait la révolution d'une année. Ces bandes présenteraient d'autant plus de surface et les sinusoïdes d'autant plus d'étendue qu'on s'éloignerait davantage de l'axe du cylindre; on conçoit cependant que cet accroissement aurait des limites et que l'épaisseur du rouleau aurait un certain terme dans sa croissance, à peu près comme l'arbre de nos forêts : ce terme pourrait dépendre de différentes circonstances et surtout de l'étendue de terrain que doit couvrir la population. On pourrait porter cette comparaison beaucoup plus loin, et y trouver de nouveaux points de rapprochemens qui n'offriraient pas moins d'intérêt pour l'observateur.

5. Nous venons d'examiner la loi des naissances aux diverses époques de l'année, cherchons maintenant la loi de la mortalité aux mêmes époques. Ici nous avons été contraint d'avoir égard aux résultats de l'épouvantable catastrophe de Waterloo qui, par sa proximité des murs de Bruxelles, a contribué à déranger l'ordre ordinaire de la mortalité et s'est fait ressentir encore long-temps après. Nous avons donc négligé quatre années, à partir de 1815; et, en employant dix-sept années d'observation, nous avons dressé le tableau suivant. Nous avons ici, comme précédemment, pris pour unité le nombre moyen des décès; et nous avons aussi eu égard à l'inégale longueur des mois. Sur les dix-sept années d'observation, six ont été prises à partir de 1824, et les autres sont celles qui ont précédé la bataille de Waterloo (1).

(1) Un fait à remarquer, c'est que pendant que les lois de la mortalité étaient interverties de cette manière, celles des naissances ne subissaient pas la moindre altération, ce qui prouve que la mortalité n'a été augmentée que par la présence des étrangers qui sont morts à Bruxelles, et non par des maladies contagieuses.

ÉPOQUES DES DÉCÈS.	RÉSULTATS.
Janvier.	1,1724.
Février.	1,1096.
Mars.	1,1001.
Avril.	1,0684.
Mai.	0,9955.
Juin.	0,9164.
Juillet.	0,8057.
Août.	0,8439.
Septembre.	0,8843.
Octobre.	0,9564.
Novembre.	0,9751.
Décembre.	1,1719.

On voit qu'ici les termes *maximum* et *minimum* sont encore plus fortement prononcés que dans le tableau des naissances, puisque leur rapport approché est d'environ trois à deux.

6. Une autre observation qui ne peut échapper, à l'inspection des deux tableaux, c'est que le nombre des naissances est le moins grand lorsque le nombre des décès est également le moins fort : ce qui s'accorde très-bien avec la remarque de *Malthus*, que le nombre des naissances augmente lorsqu'il s'est fait un vide dans la population, même à la suite de fléaux destructeurs. On pourrait croire que cette coïncidence tient à ce que la mortalité, qui est très-grande parmi les enfans, croit en raison des naissances : nous nous sommes assuré, du moins pour les années que nous avons employées, qu'il n'existe point de différence sensible pour les différens mois.

Il résulte donc de ce qui précède, que la loi des naissances pendant l'année, est à peu près la même que celle des décès, et que de plus leurs variations coïncident à Bruxelles, et suivent, par un nouveau rapprochement assez singulier, à peu près les variations du thermomètre, mais prises dans un sens opposé : c'est-à-dire qu'à l'époque où le nombre des degrés de l'échelle thermométrique est le plus fort, le nombre des naissances et des décès est le plus faible; et réciproquement que ce dernier nombre est plus fort quand le premier devient plus faible. D'où l'on est naturellement en droit de conclure que les froids de l'hiver, dans nos climats, sont moins favorables que les chaleurs de l'été.

7. Après avoir examiné les inégalités auxquelles est assujétie la mortalité pendant le cours d'une année, passons à l'examen des lois d'après lesquelles les générations s'éteignent à Bruxelles. Les tables que nous présentons, ont été dressées séparément pour les hommes et pour les femmes; nous avons conservé les nombres tels que nous les avons obtenus, sans nous permettre d'y faire aucune correction. La régularité qu'on y remarquera sans doute, devra inspirer quelque confiance, si, d'une autre part, elles ne sont pas basées sur plus de six années d'observation. Nous avons pris soin de comparer les résultats généraux aux différens résultats particuliers, et nous avons constamment trouvé le plus grand accord; excepté pour l'année 1824, où la mortalité a été plus grande parmi les enfans, que pour les autres années.

	LOI DE LA MORTALITÉ.			LOI DE LA POPULATION.		
AGES.	HOMMES.	FEMMES.	TOTAL.	HOMMES.	FEMMES.	TOTAL.
0	7418	6843	14261	213207	221479	434686
1	5674	5536	11210	205789	214636	420425
2	5023	4942	9965	200115	209100	409215
3	4654	4614	9268	195092	204158	399250
4	4431	4409	8840	190438	199544	389982
5	4304	4225	8529	186007	195135	381142
6	4194	4209	8403	181703	190910	372613
7	4138	4137	8275	177509	186701	364210
8	4089	4100	8189	173371	182564	355935
9	4061	4069	8130	169282	178464	347746
10	4026	4038	8064	165221	174395	339616
11	4007	4017	8024	161195	170357	331552
12	3990	3991	7981	157188	166340	323528
13	3968	3967	7935	153198	162349	315547
14	3951	3939	7890	149230	158382	307612
15	3936	3911	7847	145279	154443	299722
16	3908	3890	7798	141343	150532	291875
17	3886	3861	7747	137435	146642	284077
18	3861	3841	7702	133549	142781	276330
19	3822	3801	7623	129688	138940	268628
20	3779	3768	7547	125866	135139	261005
21	3712	3723	7435	122087	131371	253458
22	3643	3676	7319	118375	127648	246023
23	3579	3619	7198	114732	123972	238704
24	3530	3551	7081	111153	120353	231506
25	3455	3482	6937	107623	116802	224425
26	3384	3432	6816	104168	113320	217488
27	3324	3367	6691	100784	109888	210672
28	3274	3318	6592	97460	106521	203981
29	3219	3279	6498	94186	103203	197389
30	3170	3242	6412	90967	99924	190891
31	3126	3180	6306	87797	96682	184479
32	3090	3142	6232	84671	93502	178173
33	3031	3112	6143	81581	90360	171941
34	2982	3060	6042	78550	87248	165798

	LOI DE LA MORTALITÉ.			LOI DE LA POPULATION.		
AGES.	HOMMES.	FEMMES.	TOTAL.	HOMMES.	FEMMES.	TOTAL.
35	2940	3001	5941	75568	84188	159756
36	2893	2954	5847	72628	81187	153815
37	2838	2899	5737	69735	78233	147968
38	2795	2846	5641	66897	75334	142231
39	2744	2787	5531	64102	72488	136590
40	2687	2742	5429	61358	69701	131059
41	2623	2683	5306	58671	66959	125630
42	2569	2639	5208	56048	64276	120324
43	2505	2597	5102	53479	61637	115116
44	2458	2547	5005	50974	59040	110014
45	2384	2494	4878	48516	56493	105009
46	2328	2427	4755	46132	53999	100131
47	2271	2386	4657	43804	51572	97376
48	2219	2330	4549	41533	49186	90719
49	2159	2277	4436	39314	46856	86170
50	2093	2240	4333	37155	44579	81734
51	2015	2174	4189	35062	42339	77401
52	1969	2136	4105	33047	40165	73212
53	1920	2084	4004	31078	38029	69107
54	1868	2037	3905	29158	35945	65103
55	1801	1989	3790	27290	33908	61198
56	1735	1949	3684	25489	31919	57408
57	1680	1888	3568	23754	29970	53724
58	1640	1836	3476	22074	28082	50156
59	1590	1787	3377	20434	26246	46680
60	1549	1738	3287	18844	24459	43303
61	1445	1666	3111	17295	22721	40016
62	1404	1620	3024	15850	21055	36905
63	1329	1557	2886	14446	19435	33881
64	1259	1476	2735	13117	17878	30995
65	1188	1407	2595	11858	16402	28260
66	1117	1342	2459	10670	14995	25665
67	1041	1285	2326	9553	13653	23206
68	978	1219	2197	8512	12368	20880

	LOI DE LA MORTALITÉ.			LOI DE LA POPULATION.		
AGES.	HOMMES.	FEMMES.	TOTAL.	HOMMES.	FEMMES.	TOTAL.
69	917	1152	2069	7534	11149	18683
70	844	1096	1940	6617	9997	16614
71	770	993	1763	5773	8901	14674
72	700	929	1629	5003	7908	12911
73	612	858	1470	4303	6979	11282
74	553	792	1345	3691	6121	9812
75	479	714	1193	3138	5329	8467
76	415	652	1067	2659	4615	7274
77	366	600	966	2244	3963	6207
78	318	522	840	1878	3363	5241
79	283	465	748	1560	2841	4401
80	256	402	658	1277	2376	3653
81	209	344	553	1021	1974	2995
82	173	306	479	812	1630	2442
83	145	273	418	639	1324	1963
84	124	219	343	494	1051	1545
85	98	186	284	370	832	1202
86	82	156	238	272	646	918
87	62	118	180	190	490	680
88	42	93	135	128	372	500
89	30	66	96	86	279	365
90	21	55	76	56	213	269
91	14	44	58	35	158	193
92	7	30	37	21	114	135
93	6	20	26	14	84	98
94	3	18	21	8	64	72
95	2	15	17	5	46	51
96	2	13	15	3	31	34
97	1	8	9	1	18	19
98		5	5		10	10
99		2	2		5	5
100		1	1		3	3
101		1	1		2	2
102		1	1		1	1

8. En substituant aux nombres, des figures qui peignent, pour ainsi dire, la loi de la mortalité, on trouve des lignes qui ne s'écartent pas sensiblement de celles qu'on a construites dans plusieurs autres pays. Elles s'abaissent d'abord assez fortement jusque vers quatre ou cinq ans, pour devenir à peu près horizontales ensuite ; et vers dix-huit à vingt ans, ces courbes s'abaissent de nouveau et s'écartent peu de la ligne droite, jusque vers l'âge de quatre-vingts ans où elles prennent une pente moins rapide, en se terminant. La courbe de mortalité pour les femmes, d'abord moins élevée que pour les hommes, finit par s'en rapprocher vers l'âge de six à sept ans ; puis elle se confond à peu près avec elle, et ne s'en détache que vers l'âge de vingt-un ans : à partir de cette époque elle lui reste constamment supérieure sans cependant s'en écarter beaucoup. Il résulte de ce qui précède qu'on pourrait sans trop s'éloigner de la vérité, admettre l'hypothèse de *Moivre*, et n'établir qu'une seule progression depuis l'âge de vingt-deux ans jusqu'à celui de quatre-vingts.

9. Quoiqu'à Bruxelles la mortalité soit assez grande parmi les enfans, elle est cependant bien loin d'égaler celle de la plupart des autres grandes villes. Si l'on cherche en effet quelle y est la vie *probable*, c'est-à-dire le nombre d'années après lequel la probabilité d'exister et celle de ne pas exister sont les mêmes, on trouve pour ce terme, à compter de la naissance, qu'à Paris il tombe entre huit et neuf ans ; à Londres, un peu avant trois ans ; à Vienne, un peu avant deux ; un peu après à Berlin ; tandisque, d'après nos tables, ce terme tomberait vers vingt-un ans pour les garçons, entre vingt-six et vingt-sept ans pour les filles, et après vingt-trois ans quand on ne fait aucune distinction des sexes. « La table de l'*annuaire*, moyenne pour toute

la France, le place entre vingt et vingt-un ans; celle d'Angleterre, entre vingt-sept et vingt-huit ans; celle de Brandebourg, entre vingt-cinq et vingt-six; celle de Suisse, à quarante-un ans. » Cette prodigieuse différence entre les campagnes et la ville, ne saurait être attribuée qu'aux suites de l'extrême misère, à la malpropreté, au resserrement des demeures et à l'insalubrité qui en est la conséquence dans les capitales : à Montpellier, ville dont la population est d'environ trente-deux mille individus, et dont on regarde le séjour comme très-sain, le terme dont il s'agit n'est cependant placé que vers six ans. » (*Lacroix, Calcul des Probabilités*). Cette grande disproportion ne peut-elle pas tenir encore à cette loi de la nature, dont nous avons parlé précédemment, qui permet d'autant moins à une population de se multiplier que le terrain qu'elle couvre, est déjà plus peuplé? Nous ignorons les moyens qu'elle emploie pour parvenir à ses fins; nous ne savons si le principe destructeur se trouve dans l'air même que nous respirons; mais, à en juger par les effets, il en est de nous à peu près comme des arbres d'une forêt, qu'on ne saurait multiplier au delà de certaines limites, dépendantes de la surface du sol qui les nourrit. Il est à remarquer d'ailleurs que la mortalité la plus grande atteint surtout les enfans au moment où ils entrent dans la vie, car pendant les deux premiers mois qui suivent leur naissance, il en meurt presqu'autant que pendant le reste de l'année; et c'est surtout sur le premier mois que porte l'excès de cette différence. Voici ce que nous avons obtenu en cherchant le nombre des enfans morts pendant les quatre premiers mois qui ont suivi leur naissance, 1044, 390, 231, 185 : et pour les huit derniers mois de l'année, 156, 156, 162, 152, 140, 153, 142, 140.

De sorte que c'est aux portes mêmes de la vie que les générations se trouvent pour ainsi dire décimées. Nous pensons aussi que c'est sur les premiers mois principalement que doit se tourner l'attention des observateurs, s'ils veulent surprendre quelques nouveaux secrets à la nature dans sa manière de distribuer la mortalité.

10. Dans l'espace de six années, il est né à Bruxelles vingt mille neuf cent et soixante-quinze enfans; trois mille cinquante-un sont morts pendant la première année et mille quarante-quatre dès le premier mois; de sorte que le vingtième, à peu près exactement, a été moissonné dès le premier mois; et plus du septième après la première année. La probabilité de mourir, le premier mois, était donc à peu près un vingtième, pour chacun d'eux avant sa naissance, et un septième, pour l'année; en divisant le nombre des chances favorables à l'événement attendu par le nombre total de chances.

On est convenu de calculer cette probabilité d'une manière un peu différente, mais beaucoup plus expéditive, quand on a des tables de mortalité. En effet, on conçoit, comme le faisait *Halley*, que les quatorze mille deux cent soixante et un individus, par exemple, dont nous avons marqué les époques des décès étaient nés en même temps et qu'ils se sont ensuite éteints successivement comme l'indique notre tableau; de sorte qu'à l'âge de 1 ans, il n'en restait plus que onze mille deux cent et dix. Mais alors les résultats diffèrent un peu de ceux que nous avons obtenus précédemment; cela tient à ce que l'on suppose d'après la seconde méthode, une population stationnaire, tandis qu'à Bruxelles, elle est croissante.

11. Si l'état de la population à Bruxelles était stationnaire, on pourrait déduire des tables de mortalité le nombre d'individus de chaque âge qui s'y trouvent; et en suivant les méthodes connues, on trouverait soixante-douze mille quatre cent et quarante-huit âmes. Mais notre hypothèse n'étant point conforme à la vérité, il faudra tenir compte du rapport des naissances aux décès, pour trouver la valeur approchée de la population; je dis valeur approchée, parceque nous ignorons quelles variations a subies ce rapport. En comparant les naissances aux décès, pendant les années qui ont précédé l'établissement du gouvernement actuel, on trouve qu'il a beaucoup augmenté dans un espace de temps assez court, ce qui montre qu'il faut augmenter le nombre précédent. On peut tirer de là une autre conclusion, c'est que les dépenses considérables qui ont été faites par la régence pour l'embellissement de Bruxelles, ont eu encore un autre effet que celui qui concernait l'agrément de la ville, puisque l'air y est devenu plus sain et la mortalité moins grande.

La table, intitulée *Loi de la Population*, suppose une population totale de 434686 personnes, comprenant 213207 hommes et 221479 femmes : elle sert à indiquer combien il y a de personnes parmi elles qui ont un âge donné. Veut-on savoir, par exemple, combien il y a d'hommes ou de femmes qui ont 26 ans ou plus, on trouve 217488 dont 113320 femmes et 104168 hommes; c'est-à-dire que la population se partage en deux parties à peu près égales, l'une ayant moins de 26 ans et l'autre, un peu plus forte, ayant 26 ans ou plus.

12. On pourra encore déduire de la même table, le rapport entre le nombre total des hommes et celui des femmes, dont

la population se compose; on trouve en effet 213207 et 221479, rapport qui est d'environ 26 à 27; c'est-à-dire que le nombre des femmes y surpasse seulement de $\frac{1}{26}$ le nombre des hommes. Il ne faut pas confondre ce rapport avec celui des naissances masculines aux naissances féminines; car, au contraire, comme on sait, il nait moins de femmes que d'hommes; mais les femmes, vivant généralement plus long-temps, doivent accroître considérablement cette partie de la population.

13. Revenons maintenant aux applications du calcul des probabilités, dans l'hypothèse d'une population stationnaire. Nous avons vu que pour l'enfant naissant, la vie probable avait pour valeur moyenne 23 ans : à l'âge de 5 ans, la vie probable est à son *maximum :* elle est de plus de 44 ans pour les garçons, et de plus de 47, pour les filles : quand on ne fait aucune distinction de sexes, elle est d'environ 45 ans et demi. A l'âge de 30 ans, la vie probable est encore de 32 ans; à l'âge de 50, de 18, et à l'âge de 70, d'environ 7 ans.

14. A l'âge de 40 ans, la vie probable est à Paris, de plus de 21 ans (1); en France, terme moyen, 23 ans; à Londres 18; à Vienne plus de 19; à Berlin de même; en Suisse, près de 25. A Bruxelles, la vie probable à la même époque est d'environ 23 ans pour les hommes; de près de 26, pour les femmes, et d'environ 24, quand on ne fait point de distinction de sexes.

15. Selon *Price*, la probabilité de parvenir à 80 ans est de $\frac{2}{43}$ dans le pays de Vaud, $\frac{2}{45}$ en Brandebourg, $\frac{1}{30}$ à Breslaw,

(1) Voyez le calcul des probabilités par *Lacroix*, à qui nous empruntons la plupart des données dont nous nous sommes servi. Voyez aussi le grand ouvrage de M. le marquis *Delaplace*.

$\frac{1}{37}$ à Berlin, $\frac{1}{40}$ à Londres, $\frac{1}{41}$ à Vienne. A Bruxelles, nous trouvons que cette même probabilité a pour valeur $\frac{1}{29}$ pour les hommes, $\frac{1}{17}$ pour les femmes et $\frac{1}{27}$ quand on ne fait point distinction de sexes.

16. Enfin si l'on regarde comme mesure de la *longévité*, l'âge de 90 ans, la table de l'*annuaire* donne pour la France 0,0038; celle de Londres, 0,0020; celle de Vienne 0,0020; celle de Berlin 0,0042, et celle de Suisse, 0,0050. Celle de Bruxelles donnera 0,00283 pour les hommes; 0,00804 pour les femmes; et 0,00554 pour les deux sexes.

La probabilité pour une femme d'atteindre l'âge de 100 ans serait de $\frac{1}{6843}$.

17. Passons maintenant à l'emploi que l'on peut faire des tables précédentes, dans les spéculations des sociétés d'assurances. Comme à Bruxelles la probabilité de mourir est moins grande, pendant la jeunesse, que dans la plupart des autres villes, le prix des assurances y sera aussi moins grand, puisqu'il doit être proportionné aux dangers que l'on court. Au contraire, le prix deviendra plus grand pour les personnes qui auront déjà atteint un certain âge. De sorte qu'en se servant de nos tables, le tarif sera en général plus avantageux pour les assurés en bas âge que pour ceux qui ont dépassé vingt ans. Voici un tableau qui présente le taux de la prime annuelle d'une assurance de 100 fl. effectuée pour un an. La première colonne est calculée d'après la table de *Duvillard*, qui se trouve dans l'*annuaire* du bureau des longitudes. Elle est employée par la compagnie d'assurances générales sur la vie de Paris; elle a été employée aussi par celle qui vient de s'établir à Bruxelles, sous le même nom. La seconde colonne est calculée d'après les tables de *Kerseboom* et les dernières d'après les nôtres.

Taux de la prime annuelle de 100 fl. effectuée pour un an.

AGE DE L'ASSURÉ.	D'APRÈS DUVILLARD.	D'APRÈS KERSEBOOM.	POUR LES HOMMES.	POUR LES FEMMES.	MOYENNE VALEUR.
0	23, 25	19, 65	23, 51	19, 10	21, 39
1	12, 47	4, 45	11, 47	10, 73	11, 10
2	7, 02	4, 19	7, 35	6, 63	7, 00
3	4, 16	3, 60	4, 79	4, 44	4, 62
10	0, 77	1, 01	0, 47	0, 52	0, 50
20	1, 18	1, 10	1, 78	1, 19	1, 50
30	1, 55	1, 69	1, 39	1, 91	1, 69
40	1, 89	1, 49	2, 38	2, 15	2, 26
50	2, 60	2, 37	3, 73	2, 95	3, 32
60	4, 30	3, 40	6, 71	4, 14	5, 36
70	8, 15	5, 71	8, 77	9, 40	9, 13

Les résultats donnés par nos tables, s'accordent généralement beaucoup mieux avec ceux indiqués par le tarif de la compagnie d'assurances de Paris, que les résultats qu'on obtient par les tables de *Kerseboom*. Les petites inégalités qu'on y trouve tiennent, comme on l'a observé généralement (1), à la manière dont se font les déclarations de décès : les personnes qui les indiquent, ou les savent mal, ou ne donnent que le nombre rond le plus approchant : aussi on trouve souvent 60 ans où il aurait fallu 59 ou 58. Or, comme ce sont justement les sortes de nombres qui comportent le plus d'erreur, que nous avons employés pour faire la table précédente, c'est sur eux aussi que retombent les plus grandes inégalités. Nous ne nous sommes permis

(1) Voyez *Lacroix*, Traité élém. des Probabilités.

aucune correction à nos résultats, afin qu'on puisse un jour les comparer à d'autres faits également à Bruxelles, ou bien les étendre à un nombre d'années plus grand. Quand on voudra donc se servir de nos tables pour les calculs des assurances, il sera bon de les corriger, en régularisant les différences, comme l'a fait *Saint Cyran*, pour les tables de *Dupré de St. Maur*; et M. *de Montférant*, pour celles de *Duvillard*, qu'on trouve dans l'*annuaire* du bureau des longitudes : il sera bon aussi d'exprimer tous les nombres en parties d'un nombre rond tel qu'un million, par exemple, comme on le fait ordinairement.

FIN.

EXTRAITS

DES

OBSERVATIONS METÉOROLOGIQUES

FAITES A BRUXELLES,

DEPUIS LE 1er JUILLET 1822 JUSQU'AU 31 DÉCEMBRE 1824,

PAR M. J. KICKX.

LU DANS LA SÉANCE DU 28 FÉVRIER 1825.

EXTRAITS

DES

OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES

FAITES A BRUXELLES,

DEPUIS LE 1er JUILLET 1822 JUSQU'AU 31 DÉCEMBRE 1824.

Ces observations ont été faites dans la partie moyenne de la ville, à environ vingt-six mètres d'élévation au dessus du niveau ordinaire des eaux du canal, et régulièrement cinq fois par jour, à six et à dix heures du matin, à deux, à six et à dix heures du soir, sur des baromètres à fioles, à larges tubes, parfaitement gradués, et sur des thermomètres à mercure, divisés en 80 degrés, placés à l'ombre, au nord, à l'abri de toute réflexion des rayons solaires et élevés à deux mètres au dessus du sol.

L'humidité de l'air a été mesurée au moyen d'hygromètres à tuyaux de plume remplis de mercure, surmontés de tubes de verre, placés sur des échelles de cent degrés; et pour connaître les rumbs des vents, on les a suivis sur une rose dont la position a été exactement déterminée par la boussole.

A la suite des observations de chaque mois, j'ai cru devoir indiquer les événemens météorologiques qui ont eu lieu en

d'autres endroits du royaume et dans les pays étrangers, tels qu'ils sont rapportés par les journaux. Bien que ces événemens ne paraissent avoir le plus souvent aucun rapport avec ce qui se passe dans notre atmosphère, ils ne présentent pas moins un ensemble de faits qui pourra servir, par la suite, de base à quelques principes de météorologie, science qui intéresse éminemment la généralité des hommes, et qui laisse encore tant à désirer.

ANNÉE 1822.

JUILLET.

La plus grande élévation du baromètre pendant ce mois a été de 28 pouces et deux lignes, le 1, le 2, le 8 et le 9. Sa moindre élévation a été de 27 p. 8 lign., le 12.

La plus grande dilatation du thermomètre a été de 18 degrés $\frac{1}{2}$ au dessus de zéro, le 4 et le 18 du mois, et sa moindre dilatation, le 31, de 10 degrés au dessus du point de la glace.

Le vent sud-ouest a dominé pendant 16 jours : il a varié pendant les autres entre sud, sud-est, ouest, nord-ouest et nord-nord-ouest.

Nous avons essuyé deux ouragans, l'un dans l'après-midi du 5, l'autre dans celui du 19.

Cinq orages ont éclaté : le premier dans la nuit du onze au douze, le second dans l'après-midi du 21, le troisième dans la soirée du 26, le quatrième dans l'après-midi du 28, et le dernier dans celui du 30.

Le temps a été couvert pendant quatorze jours : des dix-sept jours restans il y en eut neuf de pluie et huit de temps clair.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Une lettre du Bengale, datée du 4 de ce mois, annonce que la Gange a débordé : les dégats sont immenses, toutes les récoltes d'indigo ravagées. On porte en outre à cent mille le nombre des victimes de ce désastre.

Le 20, le Vésuve lança beaucoup de lave et de fumée.

Le même jour il y eut un orage violent à Mariakerke et Lovendeghem (Flandre orientale). La foudre y est tombée, a tué un enfant et frappé un autre au point qu'il resta entièrement perclus.

Le 28 à minuit, on a ressenti un tremblement de terre dans plusieurs quartiers de Madrid.

AOUT.

Le plus grand point d'élévation du baromètre a été de 28 p. 3 lign., le 17 et le 18; sa moindre élévation de 27 p. 10 lign., le 29 du mois.

Le thermomètre à sa plus grande dilatation marquait le 21, vingt degrés et demi; et à sa moindre dilatation, le 3, neuf degrés.

Le vent sud-ouest a soufflé pendant dix-sept jours; il a varié pendant le reste du mois entre ouest, nord-ouest, nord-$\frac{1}{4}$-ouest, nord, et nord-est-$\frac{1}{4}$-nord.

Point d'ouragans ni de vent fort, mais trois orages, savoir le 2, le 12, et le 15.

Nous avons eu 9 jours de pluie, 9 de temps couvert, 12 de temps clair et un seul jour de temps serein. Le 19 un brouillard très-épais s'est maintenu jusqu'à dix heures du matin.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le Vésuve qui avait déjà commencé à vomir de la lave, le 20 du mois précédent, a lancé de nouveau, le cinq août, par un petit cratère vis-à-vis Ottajano, des flammes, de la lave, des cendres et des pierres : cette éruption a duré jusqu'au 12. Le 24 dès la pointe du jour on vit reparaître les flammes : elles s'élevaient alors par le cratère ordinaire.

Le 13 de ce mois la ville d'Alep, en Syrie, essuya a dix heures du soir un tremblement de terre épouvantable : les secousses continuèrent par intervalles plus ou moins rapprochés et duraient encore le 30 septembre; les secousses les plus fortes, au nombre de 43, se firent sentir à 60 lieues à la ronde. On porte à 30,000 le nombre des morts : celui des blessés est immense. Il ne reste pas une seule maison debout; on ne passe la ville que sur des décombres. La même catastrophe s'est étendue sur plusieurs villes et villages des pachalics d'Alep et de Tripoli, entr'autres à Laodicée et Antioche. Près de cette dernière ville la terre s'ouvrit et vomit des flammes et des laves; à Alexandrette une eau noirâtre sortit du sein de la terre en telle abondance qu'elle inonda le peu de maisons qui avaient résisté au tremblement. Dans le voisinage de l'île de Chypre deux rochers sont sortis tout à coup du fond de la mer au moment de la secousse. Toute la Syrie est devastée.

SEPTEMBRE.

Le baromètre à son plus haut degré d'élévation, pendant ce mois, indiquait le 10 et le 19, 28 p. 2 lign. $\frac{3}{4}$, et 27 p. 5 lign. $\frac{1}{2}$, le 5, à sa moindre hauteur.

La plus grande élévation du thermomètre a été de 18 degrés $\frac{1}{2}$ au dessus de zéro, le 6; et sa moindre élévation de 5 degrés au dessus de zéro, le 28 et le 29.

Le vent du nord a dominé pendant 14 jours : il a varié pendant le reste du mois entre nord, nord-est, nord-est-$\frac{1}{4}$-nord, ouest, et sud-ouest.

Nous n'avons eu ni ouragan, ni orage.

Le temps a été couvert pendant 2 jours, clair pendant 21 jours; les sept autres ont été sept jours de pluie. Le 21 un brouillard très-épais régna jusqu'à 9 $\frac{1}{2}$ du matin.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 4 et le 5, le Vésuve a jeté de nouveau des flammes et des cendres.

Le même jour, le 4, à neuf heures moins 5 minutes du matin, tremblement de terre assez violent au port d'Espagne, dans l'île de la Trinité.

Le 15, orage très-fort à Rouen : la foudre est tombée sur l'église métropolitaine et l'a réduite en cendres.

Dans la nuit du 27 au 28, un ouragan affreux a totalement ravagé les environs de Charlestow (États-Unis); il a commencé à 11 heures et durait encore à 2 heures $\frac{3}{4}$.

Le 29, à 5 h. 36 min. du matin, on a ressenti à Cadix, un tremblement de terre qui a duré environ 2 secondes. Il est à remarquer que dans l'après-midi du même jour les secousses, qui étaient interrompues à Alep, se sont de nouveau fait sentir dans cette malheureuse ville : elles y ont duré toute la nuit suivante presque sans interruption.

OCTOBRE.

La plus haute élévation du baromètre a été, le 11, de 28 p. 3 lign. $\frac{1}{2}$; et sa moindre élévation de 27 p. 6 lign. $\frac{1}{2}$, le 17 et le 18.

Le thermomètre à sa plus grande hauteur indiqua, le 9, 15 degrés, et 6 degrés à sa moindre dilatation, le 15 et le 16.

Le vent sud-ouest a soufflé 16 jours pendant ce mois; il a varié pendant les autres entre nord, nord-est, nord-$\frac{1}{4}$-est, nord-ouest, ouest-$\frac{1}{4}$-sud, sud, sud-est, sud-$\frac{1}{4}$-est, ouest, et ouest-sud-ouest.

Nous n'avons eu qu'un seul ouragan; il éclata dans la nuit du 8 au 9; mais le vent a été violent pendant plusieurs jours, notamment dans la journée du 7 et du 8, dans la soirée et dans la nuit du 19 au 20, dans la journée du 20, dans la nuit du 20 au 21, et dans la journée du 25. Le 10, un gros orage accompagné de vent très-fort, a éclaté dans les environs de Grimbergen, Londerzeel, Humbeek, Thisselt, etc.

Nous avons eu 8 jours de pluie, 13 jours de temps couvert, et 10 jours de temps serein. Le 26, un brouillard très-épais a couvert la ville jusqu'à 9 h. du matin.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 8, le mont Galong, dans le district de Preanger, colonie de Batavia, a fait inopinément une éruption épouvantable; la lave a détruit 88 kampongs de terrain.

Le 17, orage à Venise; la foudre tomba sur la superbe basilique de St. Pierre.

On a vu dans le trimestre précédent que, depuis le 25 juin, le Vésuve avait à diverses reprises jeté des flammes et des cendres; ces légères éruptions ne semblaient être que le prélude des catastrophes qui ont désolé ses environs pendant ce mois. Dans l'après-midi du 20, la montagne donna des signes précurseurs d'une éruption prochaine par un bruit effrayant qui ne cessa de devenir plus terrible jusqu'à minuit. Déjà depuis deux jours les puits circonvoisins étaient taris. Enfin le 21, vers les 3 h. $\frac{1}{2}$ du matin, se fit une horrible explosion du cône supérieur, précédée et accompagnée de secousses bruyantes et d'oscillations réitérées dans l'intérieur de la montagne; elle était entièrement embrasée et éprouvait les plus grandes convulsions. Deux heures après le lever du soleil, on aperçut un torrent de lave d'environ un mille de largeur, qui se dirigeait vers Resina: il couvrit cent arpens de terrain; les pierres et les cendres tombèrent jusques dans les rues de Naples, éloignée de trois lieues. Le 25, les colonnes de cendres, de feu et de pierres diminuèrent, le Vésuve ne présentait qu'un cône noir couvert de cendre et de fumée. Le lendemain des pluies abondantes dissipèrent les nuages; l'éruption cessa, mais les cendres rougeâtres continuèrent de tomber avec violence jusqu'au quatre novembre. Une partie du cratère s'est écroulée. Les pierres lancées étaient en si grand nombre qu'elles obstruèrent la voie

consulaire depuis Resina jusqu'à la tour de l'Anunciata, qui est presqu'entièrement détruite. Ottajano a le plus souffert : une croûte pesante et argileuse qui couvrait la montagne, ne permettant aucune infiltration de la pluie, versa toutes les eaux vers ce point. Dans la nuit du 9 novembre, après une courte pluie, les eaux retenues à la surface du sol par les matières volcaniques, se précipitèrent vers Torre del Græco, et ravagèrent plusieurs communes. Le 10, une nouvelle inondation vint détruire ce qui avait échappé aux catastrophes précédentes. Cette éruption est à la fois une des plus terribles et des plus désastreuses dont on ait gardé la mémoire; elle a tellement bouleversé et même déplacé le lit d'une quantité de rivières et de torrens, qu'à la fin du mois de novembre, toute la campagne adjacente était encore inondée.

Le 26 de ce mois, un déluge épouvantable a bouleversé et ravagé toute la contrée entre Albaro et Gênes : toutes les fermes sont englouties, les arbres déracinés, les récoltes détruites de fond en comble; les superbes plaines entre ces deux villes ont fait place à un lac immense d'où s'échappent à peine la cime de quelques arbres et le sommet de quelques maisons. Albaro et Gênes ont essuyé des dommages considérables.

Des avis reçus du Cap portent que, depuis le mois d'avril jusqu'à la fin d'août, il n'a cessé d'y régner des ouragans sur mer et sur terre. Les dommages sont énormes; 45,000 ceps de vigne ont été ensevelis dans la seule bourgade de Ressouw.

NOVEMBRE.

Le baromètre à son plus haut degré d'élévation était, le 3, à 28 p. $\frac{1}{3}$, et à 27 p. 6 lign., le 28 et le 30, à sa moindre hauteur.

Le thermomètre, à sa plus grande dilatation, indiqua 14 degr. + 0, le 2 du mois, et 3 degr. à sa moindre dilatation, le 13 et le 30.

Le vent sud-ouest a dominé pendant 23 jours ; il a varié pendant le reste du mois entre ouest, nord-ouest, sud-est et nord-nord-est.

Nous avons essuyé dix ouragans, savoir dans la nuit du 14 au 15, dans la journée du 15 au 16, dans la soirée et la nuit du 16 au 17, dans la journée du 18, dans la soirée du 20, dans la nuit du 21 au 22, dans la soirée du 22, dans l'après-midi du 23 et dans la nuit du 26 au 27.

Nous avons eu 13 jours de temps couvert, 9 jours de temps clair, et huit jours de pluie, dont un de pluie extraordinairement forte, le 23 après midi.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Dans la soirée du 6, on a observé à Bourg, dans la direction du sud, plusieurs météores ignés qui répandaient une vive lueur malgré une brume épaisse qui couvrait l'atmosphère. Ce phénomène a duré 20 minutes. Le premier observé des quatre météores, paraissait aussi considérable que la lune à plein, il était lumineux dans toute sa circonférence avec une teinte rouge-opaque au centre ; il semblait avoir un mouvement de rotation sur lui même.

Le 7, ouragan très-violent dans les parages de Ténédos.

Dans le commencement de ce mois, on avait à Pétersbourg une température de 7 à 8 degrés au dessus de zéro du ther-

momètre de Réaumur; il y pleuvait continuellement; le 16, la Newa chariait beaucoup de glaçons; le 17, il y éclata un ouragan terrible, toute la ville basse fut inondée.

Le 19, au milieu de la nuit, une forte secousse de tremblement de terre se fit sentir à St. Jago de Chili, dans l'Amérique méridionale : la terre a été en mouvement pendant cinq minutes, à peine pouvait-on se tenir debout. Toutes les églises, tous les bâtimens publics sont tellement disloqués qu'il faudra les abatre et les rebâtir avant de pouvoir les habiter. Valparaiso est presqu'entièrement détruit.

Le 25, on a ressenti à Sultz, en Souabe, deux secousses de tremblement de terre, dont la première était accompagnée d'un bruit souterrain pareil à celui du tonnerre. Ces mêmes secousses ont été senties à Altenstein et à Heidelberg.

Le 28, à 11 h. du matin, tremblement de terre à Stuttgard, dans la direction du nord au sud-est. Le même jour, vers 10 h. $\frac{3}{4}$ du matin, la même secousse se fit sentir à Spire, et vers minuit à Mayence.

DÉCEMBRE.

La plus haute élévation du baromètre a été de 28 p. 7 lign., le 11, et sa moindre élévation de 27 p. 4 lign. $\frac{1}{2}$, le 3.

Le thermomètre à sa plus grande hauteur indiqua, le 1, 6 degrés au dessus de zéro, et 3 $\frac{1}{2}$ moins zéro, le 16; il descendit pour la première fois au dessous du point de la glace, le 13, étant à 1 degré.

Le vent dominant pendant ce mois a été nord-est $\frac{1}{4}$ nord : il a régné pendant 11 jours; il a varié pendant les autres entre nord, nord-est, ouest, nord-ouest, sud-ouest et sud-est.

Nous avons essuyé trois ouragans, savoir : dans la soirée et dans la nuit du 1 au 2, dans la nuit du 4 au 5, et dans celle du 5 au 6, ce dernier était des plus furieux. Un vent violent, quoique moins fort, souffla dans la journée et la soirée du 6; le même jour à sept heures du soir, nous eûmes un orage considérable.

Nous avons eu 17 jours de temps clair ou serein, 5 jours de temps couvert, 6 jours de pluie, et 3 jours de brouillard, outre beaucoup de brouillards partiels qui se dissipèrent dans la journée, comme le 11, le 18, etc. On vit de la neige, pour la première fois, le 31 à cinq heures du soir; elle continua à tomber pendant toute la nuit.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

L'ouragan furieux qui se fit sentir chez nous pendant la nuit du 5 au 6, s'étendit jusques en Angleterre, et occasiona de grands désastres à Liverpool, Manchester, Warrington, Stockport, etc. Un grand nombre de toits furent enlevés, beaucoup de moulins renversés, et quantité de cheminées abattues.

Le 18, il tomba dans la matinée, à Rome, une assez grande quantité de neige. Le même jour un tremblement de terre acheva de détruire la petite ville de Valparaiso, dans l'Amérique méridionale (voyez au mois de novembre précédent); 400 personnes ont péri; de 4000 maisons il n'en resta plus que huit. Cette secousse s'est aussi fait sentir à Saint Jago de Chili, éloigné de 40 milles de Valparaiso.

Depuis la soirée du 19, il est tombé à Perpignan une telle quantité de neige, que toutes les routes sont devenues impraticables. On remarque que depuis 17 ans on n'en avait point aperçu.

Le 20, un orage épouvantable a éclaté sur les côtes orientales de l'Espagne.

Le 27, on a ressenti à Kadoe, dans la colonie de Batavia, un tremblement de terre, à la suite duquel il y eut une éruption volcanique du mont Merapie : quatre villages ont été incendiés, deux autres ont été engloutis. Le volcan Bromo a fait aussi quelques éruptions, mais qui n'ont pas causé de dommages.

Jusqu'à la fin de ce mois l'hiver a été très-doux en Islande, mais il y a régné beaucoup de pluies et de tempêtes. Le jour de noël, on a essuyé un ouragan qui a renversé quelques églises et d'autres bâtimens. Le volcan d'Oefieds-Jokkelen a fait une éruption, mais il n'en est pas résulté de dommage considérable.

Depuis long-temps la neige n'a pas tombé avec autant d'abondance en Suisse, que cette année : beaucoup de communications furent interceptées ; le bourg d'Ossola a été en partie inondé.

ANNÉE 1823.

JANVIER.

La plus grande élévation du baromètre, pendant ce mois, a été de 28 pouces 2 lign. $\frac{1}{2}$, le 7 et le 8. Sa moindre élévation n'a pas été en deçà de 27 p. 6 lign., qu'il marquait le 15.

Le thermomètre à sa plus grande dilatation, indiqua, le 29, 7 degrés au dessus de zéro ; à sa moindre dilatation il s'est fixé à 14 degrés au dessous de zéro, le 25 du mois.

Le vent nord-est-$\frac{1}{4}$-nord a dominé pendant 14 jours : il a varié le reste du mois entre nord-nord-est, ouest, ouest-sud-ouest, nord-ouest, sud-ouest, sud-est et est-nord-est. Nous n'avons eu qu'un seul ouragan; il a éclaté dans la soirée du 15.

Le temps a été couvert pendant 17 jours, clair pendant 6 autres; des huit jours restans il y en eut 5 de neige et 3 de pluie.

L'hygromètre de Deluc, au maximum de l'humidité, était, le 29, à 96 degrés; il était au minimum, le 4, à 74 degrés.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Dans les premiers jours du mois de janvier le thermomètre est régulièrement descendu, à Milan, à 7 degr. et à 7 degr. et demi au dessous de zéro.

Le 7, les tremblemens de terre recommencèrent à Alep, d'une manière terrible; ils avaient cessé jusqu'à ce jour.

Le 9, le Rhin s'est entièrement fermé : les communications entre les deux rives se faisaient par la glace en toute sûreté.

Le 28 à 7 h. du soir, on a ressenti à Vubossar, dans la Russie méridionale, une secousse de tremblement de terre.

Pendant tout ce mois, il a régné à Constantinople un froid tellement rigoureux, qu'une partie du port a été couverte de neige, ce qui arrive rarement.

FÉVRIER.

Le plus haut point d'élévation du baromètre, pendant le mois de février, a été de 28 p. 2 lign. $\frac{1}{2}$, le 16; sa moindre élévation a été de 27 p., le 2.

La plus grande dilatation du thermomètre, a eu lieu le 12, à 8 degr. et $\frac{1}{2}$ au dessus de zéro : le plus grand froid a été d'un $\frac{1}{2}$ degré au dessous de zéro, le 6 du mois.

Le vent sud-ouest a dominé pendant 15 jours; pendant les autres jours il a constamment varié entre ouest, ouest-sud-ouest, nord-ouest, nord-ouest-$\frac{1}{4}$-ouest, sud-est et nord-est-$\frac{1}{4}$-nord.

Nous avons essuyé 8 ouragans, savoir le 4, le 10, le 11, le 13, le 18, le 23, le 24 et le 25.

Il y a eu pendant ce mois, 8 jours de temps couvert, 3 jours de neige, 9 jours de pluie, et 8 jours de temps clair ou serein.

L'hygromètre au maximum d'humidité, marquait le 1, 100 degrés, et au minimum d'humidité, 72 degrés, le 18.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Dans les premiers jours de février, une violente tempête a renversé à Constantinople, sept mosquées, et causé beaucoup d'accidens.

Le 5, le château de Guadamar, près de Valence, en Espagne, s'est écroulé par suite d'un tremblement de terre. Le même jour une forte secousse a détruit, à Palerme, plusieurs églises et édifices publics.

Le 20, il régnait un temps épouvantable sur les frontières d'Espagne : toutes les opérations militaires ont dû s'arrêter.

Le 27, à 3 h. après midi, une secousse de tremblement de terre s'est fait sentir dans plusieurs cantons de la province de

la Capitanate, dans le royaume de Naples. Cette secousse a été précédée d'une forte tempête.

D'un autre côté, et à peu près vers le milieu du mois, le Guadiana qui sépare une partie de l'Espagne du Portugal, s'est débordé avec une telle fureur que de mémoire d'homme on ne se rappelle point d'avoir vu rien de semblable : l'inondation s'est étendue à 3 lieues des deux côtés du fleuve.

MARS.

Le baromètre à son plus haut point d'élévation marquait, le 15 et le 16, 28 p. 4 lign. Quant à sa moindre élévation elle a été de 27 p.; $\frac{1}{2}$, l., le 8 du mois.

Le thermomètre à sa plus grande dilatation était, le 30, à 12 degr. $\frac{1}{2}$ au dessus de zéro; son minimum a été d'un demi degr. au dessus du même point, le 20.

Le vent sud-ouest a soufflé pendant onze jours : pendant les autres il a varié entre sud-ouest-$\frac{1}{4}$-sud, sud-ouest-$\frac{1}{4}$-ouest, nord, nord-ouest, nord-est, nord-est-$\frac{1}{4}$-nord, sud-est et ouest-sud-ouest.

Nous avons eu deux ouragans : le premier dans la nuit du 3 au 4, l'autre dans la journée du 4. Trois orages ont éclaté, savoir le 11, le 22, et dans la nuit du 30 au 31.

Il y a eu 15 jours de temps clair ou serein, 10 jours de pluie, 4 jours de temps couvert, 2 jours de neige dont l'un, celui du 19, accompagné de grêle.

L'hygromètre au maximum d'humidité marquait 90 degr., le 21, le 22 et le 23, et 49 au minimum, le 31.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Les tremblemens de terre qui avaient recommencé le 7 janvier à Alep, se sont fait régulièrement sentir jusqu'au 6 de ce mois, avec la même violence : depuis lors les secousses commencèrent à être plus faibles, surtout en comparaison de ce qu'elles étaient auparavant.

Le 21, le Vésuve et les monts circonvoisins, étaient entièrement couverts de neige : à Aquila, dans les Abruzzes, il en est tombé, pendant 36 h. consécutives, une telle quantité que les toits de cinq églises ne pouvant en supporter le poids, ont été enfoncés.

Le 27, on a ressenti dans la petite île de Savignano, près de Palerme, une violente secousse de tremblement de terre. Un vieux fort s'est écroulé.

AVRIL.

La plus grande élévation du baromètre a été de 28 p. 4 lign. et $\frac{3}{4}$, le 30; le minimum de 27 p. 3 lign. $\frac{1}{2}$, le 5 et le 6.

La plus grande dilatation du thermomètre a été de 12 $\frac{1}{2}$ au dessus de zéro, le 2 du mois; sa moindre élévation de 3 degr. au dessus du même point, le 11, le 20 et le 28.

Le vent nord-est a dominé pendant douze jours; pendant le reste du mois il a varié entre nord, nord-$\frac{1}{4}$-est, nord-nord-est, nord-nord-ouest, nord-est-$\frac{1}{4}$-nord, sud-ouest, ouest et ouest-sud-ouest.

Un vent violent a soufflé dans la nuit du 3 au 4, dans la journée du 3, dans celle du 4 et dans celle du 9. Nous n'avons eu aucun orage.

Il y a eu 14 jours de temps clair ou serein, 11 jours de pluie, 4 jours de temps couvert, et un jour de brouillard.

L'hygromètre a marqué le 5, pour le maximum de l'humidité, pendant le mois, 86 degr.; et 32 degr., pour le minimum, le 30.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

On a été témoin, à Rome, d'un phénomène extraordinaire : le 15 avril il a commencé à tomber de la neige dans les champs dits d'Annibal, aux environs du lac Albano. Ce phénomène a duré 6 heures consécutives.

Le 6, le volcan Merapie, de Batavia, a recommencé ses éruptions au point qu'à quelque distance, la lave a couvert à la hauteur d'un pied, une pièce de terre.

MAI.

Le point le plus élevé du baromètre, pendant ce mois, a été de 28 p. 4 lign. $\frac{3}{4}$, le 1. Sa moindre élévation a été, le 21, de 27 p. 9 lign.

Le thermomètre au maximum de dilatation, marquait 19 $\frac{1}{2}$, le 7; et 4 $\frac{1}{2}$ à son minimum, le premier.

Le vent sud-ouest a dominé pendant 12 jours : il a varié pendant les autres entre ouest, ouest-sud-ouest, nord, nord-$\frac{1}{4}$-est, nord-nord-est, nord-est, nord-est-$\frac{1}{4}$-nord et nord-$\frac{1}{4}$-ouest.

Nous avons essuyé 3 orages, savoir : le 7, le 19 et le 20. Un vent très-fort a régné pendant 5 jours, dans la journée du 11,

dans celle du 21, et dans celles du 22 et du 23. Un ouragan accompagné de tonnerre et de grêle, a éclaté dans la nuit du 8 au 9.

Nous avons eu 20 jours de temps clair ou serein, 9 jours de pluie, et 2 jours de temps couvert.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 72 degr., le 11; et le minimum de 6 degr., le 7 du mois.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 14 mai, à 9 h. du soir, on a ressenti, à Glaris, dans le pays des Grisons, un tremblement de terre des plus violens. Il ne paraît point qu'il y ait eu des malheurs, chacun s'étant sauvé au moment de cette crise effrayante.

JUIN.

Le baromètre à sa plus grande élévation a été, le 17, à 28 pouces 2 lign. $\frac{3}{4}$. Sa moindre élévation a été, le 27, de 27 p. 6 lign.

Le thermomètre au maximum de dilatation, marquait, le 1er du mois, 19 degr. au dessus de zéro, et 7 $\frac{1}{2}$, au minimum, le 23, le 24 et le 25.

Le vent du nord a dominé pendant 11 jours; il a varié pendant le reste du mois entre nord-est-$\frac{1}{4}$-nord, nord-$\frac{1}{4}$-ouest, nord-ouest-$\frac{1}{4}$-ouest, nord-ouest, nord-est, nord-nord-est, ouest-$\frac{1}{4}$-sud, ouest-nord-ouest et sud-ouest.

Point d'ouragan ni de vent fort pendant le mois de juin. Il a éclaté 3 orages, savoir le 27, le 28 et le 29 : tous les trois étaient accompagnés de grêle.

Nous avons eu 16 jours de temps clair, 6 jours de pluie, et 8 jours de temps couvert.

L'hygromètre a indiqué le maximum de l'humidité, à 54 degr., le 20; et le minimum, à 9, le 8 du mois.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Au commencement de ce mois la chaleur était à Pétersbourg, à 25 degr. au dessus de zéro de Réaumur; elle s'est maintenue à ce terme pendant 10 jours.

Le 10, il est tombé à Capadaqua, village de la marche d'Ancône, une si grande quantité de neige, qu'elle s'est élevée à 32 palmes : une foule de personnes en ont été totalement enveloppées.

JUILLET.

La plus grande élévation du baromètre a été de 28 p. 1 lign., le 4, le 10, le 20 et le 31. Sa moindre élévation a été de 27 p. 8 lign. $\frac{1}{2}$, le 23 et le 24.

La plus haute dilatation du thermomètre a été de 21 $\frac{1}{2}$ au dessus de zéro, le 21 du mois. Sa moindre dilatation de 9 $\frac{1}{2}$, le 8, le 9, le 10, le 17 et le 18.

Le vent ouest a soufflé pendant 11 jours; il a varié pendant le reste du mois entre sud-ouest, ouest-sud-ouest, nord-ouest et ouest-nord-ouest.

Nous avons eu 6 jours de vent fort : le 11, le 12, le 15, le 23, le 24 et le 25.

Trois orages ont éclaté, savoir : dans la journée du 2, dans la nuit du 13 au 14 et dans l'avant soirée du 21.

Le temps a été clair pendant 14 jours, couvert pendant 4 autres; nous avons eu 13 jours de pluie, dont un de pluie mêlée de beaucoup de grêle, le 8. Celle du 27 a commencé par une averse extraordinairement forte, à 7 $\frac{1}{2}$ h. du matin.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 72 degr., le 27; et le minimum de 13, le 13 du mois.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 4 de ce mois, les tremblemens de terre n'avaient pas encore cessé à Alep. A Antioche et à Alexandrette les secousses étaient beaucoup plus fortes.

Le 8, orage violent à Aarlanderveen, près d'Alphen (Hollande méridionale). Sept moulins servant à évacuer les eaux des poldres, ont été plus ou moins endommagés; deux ont été entièrement détruits.

Dans la nuit du 13 au 14, orage à Bekegem (Flandre occidentale), la foudre est tombée sur une ferme et l'a totalement consumée.

Le 15, orage violent à Vierlingsbeek, dans la province de Groeningen.

L'orage qui a éclaté à Bruxelles, dans la soirée du 21, s'est étendu également à Bruges : la foudre y est tombée trois fois; elle a emporté la toiture d'une maison; dans le bassin elle a brisé le mat d'un vaisseau de mer, et a fait un trou dans le bâtiment. Le même jour une forte grêle a brisé beaucoup de carreaux de vitres à La Haye. A Paris la foudre a tué plusieurs personnes.

Le 26, le volcan Kotlugian, en Islande, qui se reposait depuis 68 ans, a fait une terrible éruption, accompagnée de tremblement de terre. Les cendres ont couvert des navires qui étaient à 20 lieues de distance dans la haute mer : des masses énormes de glaçons se sont détachées de la montagne.

AOUT.

Le plus haut point d'élévation du baromètre a été de 28 p. 3 lign., le 31. Sa moindre élévation a été de 27 p. 9 lign., le 16.

La plus haute dilatation du thermomètre a été de 21 degr., le 25 et le 26; sa moindre dilatation a été de 9 $\frac{1}{2}$, le 22.

Le vent a été sud-ouest pendant 10 jours; il a varié pendant les autres entre ouest-sud-ouest, ouest, ouest-nord-ouest et nord nord-ouest.

Nous avons eu 2 jours de vent fort, savoir : le 14 et le 16.

Nous avons essuyé deux orages, l'un dans la soirée du 8, l'autre dans celle du 19. Ce dernier commença à 10 heures et dura jusqu'à 4 heures du matin : il ravagea une étendue de terrain au moins de 6 lieues de circonférence; Heyendonck, Blaesveld, Ramsdonck, Thisselt, Merchtem, Alost, Deuderleuwen, Teralphe, Opwyk et Contich furent très maltraités. Les récoltes y furent totalement détruites, une foule d'arbres brisés, des moulins renversés, les champs couverts de grêle qui avait encore le lendemain un pouce et demi d'épaisseur. Le même orage s'est aussi étendu dans la province de Limbourg où il a duré jusques dans la matinée.

Le 9, pendant toute la journée, un tonnerre violent accompagné de pluie se fit entendre par petits intervalles ; le baromètre qui était à 7 heures du matin, à 27 p. 11 l. $\frac{1}{2}$, monta jusqu'à 28 p. et s'y maintint pendant tout le jour.

Nous avons eu 3 jours de temps serein, 15 jours de temps clair, 5 de temps couvert et 8 de pluie.

Le maximum de l'humidité hygrométrique, a été de 85 degr., le 30; et le minimum de 27 degr., le 2.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 19, orage à Oeyen, près de Ravensteyn (Brabant septentrional). Un moulin a été incendié par la foudre.

Le 26, une trombe a causé de grands ravages à Marchefroid, près d'Houdan dans l'Ile de France : dans l'espace d'une lieue, 700 à 800 arbres ont été déracinés ou brisés : la moitié du village est détruit : il tombait des grêlons de la grosseur d'un poing. Des voitures pesamment chargées ont été mises en pièces, une autre fut lancée au dessus d'une tuilerie qu'elle a totalement abattue.

La chaleur s'est élevée à Raguse pendant ce mois, à 31 degr. : la sécheresse était extrême. Le 26 l'horizon s'obscurcit subitement ; un météore parut au dessus de la ville et alla s'éteindre dans la mer ; il fut suivi d'un tremblement de terre qui renversa un fort et plusieurs maisons ; la mer s'est retirée à plus d'un mille du rivage. Un volcan s'est ouvert dans la Bosnie turque, c'est là que la première secousse s'était fait sentir.

SEPTEMBRE.

La plus haute élévation du baromètre a été de 28 p. 3 lign. $\frac{3}{4}$,

le 18 et le 19. Sa moindre élévation a été de 27 p. 6 lign., le 22 et le 30.

Le thermomètre à son plus haut point d'élévation marquait le 13, 17 degr. au dessus de zéro, et 7 degr. à sa moindre élévation, le 9 et le 27.

Le vent a été nord-nord-ouest pendant 8 jours, pendant le reste du mois il a varié entre sud-ouest, ouest, nord-est-$\frac{1}{4}$-nord, nord, nord-$\frac{1}{4}$-nord-ouest.

Nous n'avons eu ni ouragan ni orage : seulement un vent plus fort que d'ordinaire souffla dans la nuit du 21 au 22, et dans la soirée du 30.

Le temps a été clair pendant 15 jours, serein pendant 5 autres, nous avons eu 5 jours de temps couvert et 5 de pluie.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 67 degrés, le 25, le 28 et le 30; le minimum de 10 degrés, le 9, le 11, le 16 et le 17.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 26, La Sesia (rivière en Piémont), grossie par les pluies continuelles qui tombaient depuis quelques jours, rompit ses digues et inonda un terrain d'une lieue d'étendue.

OCTOBRE.

La plus grande élévation du baromètre dans ce mois, a été de 28 p. 3 lign. $\frac{1}{2}$, le 27, et sa moindre élévation de 27 p. 2 lign., le premier.

Le thermomètre à son maximum de dilatation, indiqua 13 degr. au dessus de zéro, le 7, et 2 degr. $\frac{1}{2}$ à son minimum, le 23 et le 27.

Le vent a été sud-ouest pendant 13 jours : il a varié pendant le reste du mois entre sud-est, sud, nord-ouest, nord-est, nord et nord-nord-est.

Un vent violent a soufflé pendant 6 jours, savoir le 1, le 8, dans la nuit du 10 au 11, le 11, le 15 et dans la nuit du 28 au 29.

Un seul orage a éclaté dans la soirée du 30.

Nous avons eu 13 jours de temps clair, 2 de temps serein, 4 de temps couvert, 3 jours de brouillard et 9 de pluie.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 84 degr., le 30, et le minimum de 26 degr., le 17 du mois.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Dans les premiers jours de ce mois, on a observé dans les environs de Charlemont, un météore lumineux qui donna une explosion si violente que l'on crut que le fort de Charlemont avait sauté.

Le 1, de violens coups de vent ont causé beaucoup de dommage sur toute la côte d'Angleterre qui s'étend depuis Portsmouth jusqu'à Ramsgate.

Le 13, une fonte subite de neiges dans les montagnes du Tyrol, occasionée par plusieurs jours de pluie et par un vent du sud, a fait déborder la Drave et plusieurs autres rivières; le même jour Trente et Botsen souffrirent beaucoup par le

débordement de l'Adige : la première de ces villes a été presque détruite. A Vérone, un tiers de la ville a été inondé; l'eau s'y est élevée jusqu'au premier étage.

Le 15, la fontaine du château de Calsbad, si renommée par la salubrité de ses eaux, et qui avait subitement disparu le 2 septembre 1809, a reparu aussi forte et aussi abondante qu'elle était autrefois; on attribue ce phénomène à quelque tremblement de terre.

Le 21, à Tampico, île située dans le golfe du Mexique, et dans les environs, le thermomètre a subitement baissé de 40 degr. de Farenheit (environ 18 degr. de Réaumur), en 8 heures. Il est résulté de ce changement de temps inopiné, qu'en une seule nuit, il est mort 300 personnes dans la ville et dans le pays environnant. Un vaisseau des États-Unis, qui était à cette époque dans le port, a perdu 18 personnes à la fois.

Le 30 et le 31, terrible ouragan dans toutes les contrées de l'Angleterre : des débordemens subits ont en outre dévasté les environs de Bristol, Bath, Aylesburg, Salisburg, Oxford. Dans un endroit nommé Dulemeads, il a fallu faire descendre les habitans, surpris par la marée dans leurs lits, du second étage de leurs maisons dans des bateaux; dans d'autres endroits, il est tombé tant de neige que des voitures ont été entièrement ensevelies. A Wimille, près de Boulogne, il y eut une inondation considérable occasionée par les grandes pluies et par la tempête susmentionnée. Le même jour, le 31, à 5 heures du matin, ouragan terrible à Cherbourg; il a duré 24 heures.

NOVEMBRE.

Le plus haut point d'élévation du baromètre a été de 28 p.

6 lign. $\frac{1}{2}$, le 11. Sa moindre élévation de 27 p. 5 lign. $\frac{1}{2}$, le 1 du mois.

Le thermomètre, à sa plus haute dilatation, marquait, le 11, 6 degr. au dessus de zéro, et 1 degr. au dessous de zéro, à sa moindre dilatation, le 11, le 12 et le 13.

Le vent nord-$\frac{1}{4}$-ouest a dominé pendant 13 jours : pendant le reste du mois il a varié entre nord-ouest, sud-ouest, ouest et ouest-sud-ouest.

Nous avons eu deux fois un vent violent, savoir dans la nuit du 29 au 30 et dans celle du 30 au 1 décembre.

Le temps a été clair pendant 3 jours, couvert pendant 17 autres; il y a eu 5 jours de pluie et 5 de brouillard.

L'hygromètre, à son maximum d'humidité, a été à 92 degr., le 30, et à son minimum, à 48 degr., le 5.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Dans les premiers jours du mois, il y a eu sur les côtes d'Angleterre, un coup de vent des plus violens qu'on y ait jamais ressentis : 140 bâtimens se sont perdus sur la côte nord-est.

Le 14, il tomba à Messine une pluie d'abord légère, mais qui alla toujours en augmentant pendant 36 heures consécutives; il pleuvait avec une telle abondance que mille torrens inondèrent tous les environs; troupeaux, moulins, maisons, églises, magasins, tout fut englouti : le faubourg St. Léon, fut presqu'entièrement détruit, et la plupart des maisons, qu'il conte-

nait, furent portées par les flots, avec tout ce qu'elles renfermaient, dans la mer voisine. Les pertes sont incalculables; on porte à 400 le nombre des victimes de cet événement.

Le 15, le froid fut si vif à Rome, que toutes les eaux stagnantes y furent gelées : un vent du nord y soufflait depuis plusieurs jours.

Le 18 et le 22, ouragans furieux accompagnés d'averses très-fortes, dans les régences de Préanger, (Batavia); il en est résulté d'immenses dégats.

DÉCEMBRE.

La plus haute élévation du baromètre a été de 28 p. 5 lign., le 7 et le 8; et sa moindre élévation de 27 p. 4 lign., le 29 du mois.

La plus grande dilatation du thermomètre a été de 10 degr. $\frac{1}{2}$ au dessus de zéro, le 1er; et sa moindre dilatation de zéro, le 17.

Le vent sud-ouest a dominé pendant 23 jours; il a varié pendant le reste du mois, entre ouest, nord-ouest et nord.

Nous avons eu 4 ouragans, savoir, dans la nuit du 2 au 3, dans celle du 3 au 4, dans celle du 17 au 18, dans celle du 28 au 29, outre deux journées de vent plus fort que d'ordinaire.

Le temps a été clair pendant 2 jours, couvert pendant 8 autres : nous avons eu en outre 21 jours de pluie. Il est tombé de la neige, pour la première fois, dans la soirée du 12; il en est encore tombé, mais en petite quantité, dans les journées du 13 et du 20.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 82 degr. le 4, et le minimum de 57, le 13.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 1er, on continuait encore de ressentir, à Palerme, les effets du tremblement de terre du 5 mars : le palais du sénat s'est écroulé ce jour.

Le 7, tremblement de terre à Djockarta.

Jusqu'à la fin de ce mois, on avait, aux États-Unis, un hiver rigoureux : la glace et la neige, qu'on n'y voit ordinairement qu'au mois de janvier, y ont paru dès le 20 novembre; dans une seule nuit, l'eau a gelé à un demi pouce d'épaisseur. Un hiver très-rude se fit aussi sentir à Cadix; on ne se rappelait point d'en avoir eu de pareil.

ANNÉE 1824.

JANVIER.

La plus grande élévation du baromètre a été de 28 p. 5 lign. et $\frac{3}{4}$, le 4; et sa moindre élévation de 27 p. 2 lign., le 22.

Le maximum du thermomètre a été de 7 $\frac{1}{2}$ + 0, le 27 du mois; le minimum a été de 1 $\frac{1}{2}$ — 0, le 10.

Le vent nord-nord-est a régné pendant 8 jours; le reste du mois il a varié entre sud, sud-ouest, ouest, ouest-$\frac{1}{4}$-sud et ouest-sud-ouest.

Nous avons essuyé, pendant le mois de janvier, 2 ouragans; l'un dans la journée du 1er, l'autre dans la nuit du 22 au 23.

Nous avons eu 7 jours de temps clair, 7 autres de temps couvert, 5 de brouillard, 1 de neige et 11 jours de pluie.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 81, le 29; le minimum de 60 degr., le 21.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Dans les derniers jours du mois, il est tombé, au Caire, des pluies tellement fortes, qu'elles ont renversé plusieurs maisons.

FÉVRIER.

Le baromètre, à sa plus grande élévation, a marqué 28 p. 5 $\frac{1}{2}$ lign., le 10 du mois; et à sa moindre élévation, 27 p. 3 $\frac{1}{2}$ lign., le 14.

La plus grande dilatation que le thermomètre ait éprouvée, a été de 8 $\frac{1}{2}$ degr. + zéro, le 21; le minimum de sa dilatation a été d'un $\frac{1}{2}$ degr. — zéro, le 2 et le 25.

Le vent sud-ouest a soufflé pendant 10 jours; il a varié, pendant les autres entre, nord-est, nord-ouest, nord-nord-ouest et nord-est-$\frac{1}{4}$-nord.

Nous n'avons essuyé qu'un seul ouragan, et cela dans la nuit du 11 au 12.

Nous avons eu 4 jours de pluie, 11 jours de temps couvert et 14 jours de temps clair.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 80 deg., le 27; le minimum de 56, le 13.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Un froid rigoureux, tel qu'on n'en avait point ressenti depuis un grand nombre d'années, a régné pendant les premiers jours de ce mois, en Italie. A Rome, on voyait les montagnes des environs couvertes de neige; à Florence, la saison était telle qu'elle augmentait journellement la mortalité. Dans le voisinage d'Arenazzo (légation de Bologne), il tomba, à la même époque, un assez grand nombre d'aérolithes, dont plusieurs pesaient jusqu'à 12 livres: chute qui fut précédée d'un bruit extraordinaire avec un léger vent.

Les montagnes de la Suisse ont été couvertes d'une si grande quantité de neige, que de mémoire d'homme, on ne se rappelle pas d'en avoir vu une masse aussi considérable.

Le 23, ouragan terrible à l'Ile de France : plus de 25 vaisseaux, mouillés dans le port Louis, ont été brisés. La mer s'est élevée à six pieds au dessus des plus fortes marées.

MARS.

La plus grande élévation, que le baromètre ait atteint, pendant le mois, a été de 28 p. 3 lign., le 18, le 19 et le 20; le minimum de son élévation a été de 27 p. 6 lign., le 2 et le 13.

La plus grande dilatation du thermomètre a été de 10 degr. + zéro, le 8; et sa moindre élévation d'un $\frac{1}{2}$ degr. au dessous de zéro, le 4.

Le vent a été nord-ouest pendant 13 jours; il a varié pendant le reste du mois entre nord-nord-est, nord-$\frac{1}{4}$-ouest, ouest et sud-ouest.

Nous avons eu des coups de vent violens, dans la journée du 5, dans la nuit du 6 au 7, pendant la journée du 7, pendant la nuit du 7 au 8, dans la journée du 8.

Le ciel a été clair pendant 7 jours, couvert pendant 7 autres; nous avons eu 10 jours de pluie, 6 jours de neige, dont 2 (le 30 et le 31) accompagnés de grêle, et un seul jour de brouillard.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 82 degr., le 30 du mois, et le minimum de 44 degr., le 21.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 1er mars, on a observé, à Berlin, vers 9 heures du soir, par un ciel serein, un globe de feu dont on pouvait comparer l'éclat à celui du feu de Bengale : le vent soufflait du sud-ouest, et le météore en a suivi la direction.

Le 3, une forte tempête a causé beaucoup de dégâts à Londres.

Le 5, une trombe exerça des ravages à Dendermonde : beaucoup d'arbres furent brisés et plusieurs toits enlevés.

Pendant les journées du 4, du 5 et du 6, il tomba, à Rome, de la neige en telle abondance, que les collines de Tivoli, de Tusculum et de Preneste, en furent couvertes. Le 10, on y essuya un ouragan très-fort.

Ce même ouragan s'est étendu à Ancône, mais il y a été beaucoup plus effrayant : des chaines et des anneaux de fer énormes ont été brisés, des canons du calibre de 54, de la

batterie de la Lanterne, ont été démontés et roulés à une distance de 80 pas. Ces faits, presqu'incroyables, ont été attestés par les autorités locales.

Le 13, toutes les montagnes des environs de Smyrne étaient couvertes de neige.

Pendant la nuit du 17, et par suite des pluies excessives et continuelles de cet hiver, une partie de la colline sur laquelle est bâtie la ville d'Avigliano, dans la Basilicata (province du royaume de Naples), s'est écroulée. Dans la nuit du 23, plusieurs portions de terrain s'enfoncèrent avec un horrible fracas, et firent place à des lacs : il s'est même ouvert un golfe auprès de la partie encore habitée de cette ville. Cette même nuit, il y eut une tempête violente dans l'Adriatique.

Le 24 et le 25, il tomba, dans la partie septentrionale de l'Angleterre, une si grande quantité de neige, que les routes en furent obstruées.

A la fin de ce mois, ouragan très-fort à Westerloo, dans la Campine; il fut suivi d'un orage avec éclat de foudre, puis il recommença de nouveau à souffler avec une extrême violence.

L'hiver a été extrèmement doux en Danemarck; le thermomètre n'y est pas descendu au dessous du point de congélation.

AVRIL.

La plus grande élévation du baromètre a été de 28 p. 4 lign., le 5, le 6, le 19 et le 20; sa moindre élévation a été de 27 p. 4 lign., le 11 du mois.

Le thermomètre, à son maximum de dilatation, marquait 19 degr. au dessus de zéro, le 30, et zéro à sa moindre dilatation, le 1er.

Le vent a été nord-nord-est pendant 10 jours; pendant les autres, il a varié entre sud-est, sud-ouest, ouest-nord-ouest, nord-$\frac{1}{4}$-ouest.

Nous n'avons eu que 2 ouragans, dont l'un, dans la nuit du 1 au 2, était accompagné de neige, et l'autre dans la journée du 24.

Trois orages ont éclaté pendant ce mois, savoir le 13, le 17 et le 23 : celui du 17, extrêmement violent, s'est étendu à Lombeke Ste-Catherine, à trois lieues ouest de Bruxelles.

Les 30 jours de ce mois ont été partagés en 10 jours de temps clair, 4 jours de temps serein, 6 de temps couvert, 2 de neige et 8 de pluie, dont 2 de pluie entrecoupée de grêle, le 11 et le 12, et une autre extrêmement forte, dans la nuit du 23 au 24.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 63 degr., le 2, et le minimum de 29, le 28 du mois.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 2, le Vésuve était encore couvert de neige.

Le 5, on souffrait, à Gènes, d'un froid beaucoup plus rigoureux qu'il ne l'avait été au plus fort de l'hiver : la neige couvrait les montagnes des environs.

Le 10, le froid était très-fort à Rome; la saison n'avait encore rien qui ressemblât au printemps : il y tombait beaucoup de pluie et de neige.

Vers la même date, il tomba une si grande quantité de neige à Augsbourg, que dans quelques endroits, elle avait 12 et même 16 pieds d'épaisseur.

Le 12, orage à Eeccloo, près de Gand; la foudre y tomba.

Le 13, les montagnes des environs d'Alger étaient encore couvertes de neige.

Depuis le 24 jusqu'à la fin du mois, on jouissait, à Stockholm, d'une véritable température de printemps : le thermomètre de Réaumur marquait, à l'ombre, 14 et 15 degr. de chaleur.

En Catalogne, on fut affligé, jusqu'au milieu d'avril, d'une sécheresse extraordinaire; dans la Biscaye, le froid était très-rigoureux.

A Bantam, dans l'île de Java, on essuya, pendant tout le mois, beaucoup d'orages; il y tomba une grande quantité de pluie.

En Perse, un tremblement de terre, qui dura 6 jours et 6 nuits, sans interruption, engloutit plus de la moitié de la ville de Schiraz, et renversa totalement l'autre : cette même secousse se fit sentir à Bocher, mais elle y fut moins forte. Kazroun, ville située entre Schiraz et Bocher, fut également engloutie, et toutes les montagnes qui l'environnaient, furent aplaties, et ne laissèrent aucune trace de leur existence.

MAI.

La plus grande élévation du baromètre, pendant ce mois, a été de 28 p. 6 $\frac{1}{4}$ lign., le 27; et sa moindre élévation de 27 p. 6 lign., le 3.

La plus grande dilatation qu'ait éprouvé le mercure du thermomètre, a été de 17 $\frac{1}{2}$ degr., le 30 et 31; et sa moindre dilatation de 5 degr., le 21 et le 25.

Le vent a été nord pendant 8 jours, nord-nord-est pendant 8 autres; il a varié le reste du mois entre ouest, sud-ouest, nord-ouest et nord-$\frac{1}{4}$-nord-ouest.

Un seul orage a éclaté : ce fut le 30, à 5 heures après midi.

Le ciel a été clair pendant 13 jours, couvert pendant 9 autres: nous avons eu 9 jours de pluie.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 97 degr., le 3, le 4 et le 14; et le minimum de 50, le 28.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 1, le 2 et le 3, on jouissait, à Pétersbourg, d'une température agréable; mais depuis lors elle devint froide, et resta telle pendant presque tout le mois.

A Rome, on avait à peine entrevu, au commencement de mai, quelques jours de printemps : il y tombait toujours beaucoup de pluie, et les vents du nord continuaient à souffler.

JUIN.

La plus grande élévation du baromètre, durant ce mois, a été de 28 p. 3 lign., le 2, le 3 et le 4; et sa moindre élévation de 27 p. 6 $\frac{1}{2}$ lign., le 15, le 22 et le 24.

Le thermomètre, à sa plus grande dilatation, indiqua, le 9 et le 29, 20 degr. au dessus de zéro; et 7 $\frac{1}{2}$ degr., à sa moindre élévation, le 12, le 13, le 18 et le 19.

Le vent sud-ouest a soufflé pendant 7 jours, celui du nord-est pendant 6 autres; il a varié, le reste du mois, entre nord-nord-est, nord-$\frac{1}{4}$-est, est, ouest et ouest-nord-ouest.

Deux orages ont éclaté, l'un dans l'après midi du 1, l'autre dans celui du 29.

Le ciel, clair pendant 14 jours, a été couvert pendant 10 autres; nous avons eu 6 jours de pluie : celle du 17 fut entrecoupée de temps à autre par des averses extraordinairement fortes. Le 7 un brouillard épais régna jusqu'à 8 heures du matin.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 80 degr., le 17; et le minimum de 42 degr., le 29.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Dans la soirée du 2, orage violent à Arnhem (Gueldre), ainsi qu'à Enshede (Overyssel).

Le 9, le volcan Goenong-Apie, dans l'île de Banca, fit une éruption des plus violentes; il continua d'en faire par intervalles jusqu'à la fin du mois d'août; ces éruptions étaient, mais rarement, accompagnées de tremblemens de terre.

Le 9 et le 10, des orages violens éclatèrent sur la partie méridionale du département de la Meuse; la pluie tombait par torrens, et était accompagnée de grêle d'une grosseur extrême. L'Ornain et la Meuse, subitement devenus bourbeux, se sont beaucoup enflés.

Le 10, orage à Tourneppe, vers 2 heures après midi.

Le 20, les pluies étaient encore très-fréquentes à Rome; à Urbin, on voyait encore de la neige.

JUILLET.

La plus grande élévation que le baromètre ait atteint, a été de 28 p. 4 lign., le 28; sa moindre élévation a été de 27 p. 8 $\frac{1}{2}$ lign., le 30 du mois.

Le thermomètre ne s'est pas élevé au delà de 24 degr. (14 juillet), et n'est point descendu au dessous de 10 (19, 27, 29 du mois).

Le vent a été ouest pendant 9 jours, nord-ouest pendant 6, et sud-ouest pendant 5 autres. Il a varié le reste du mois, entre nord, nord $\frac{1}{4}$-nord-ouest, nord-ouest-$\frac{1}{4}$-nord, nord-est-$\frac{1}{4}$-nord et sud-est.

Nous avons essuyé quatre orages, le premier le 4 à 4 heures du matin, le second dans la nuit du 9 au 10, le troisième dans celle du 26 au 27, et le dernier le 30 après midi.

Un seul ouragan s'est fait sentir; il était accompagné d'éclairs et de tonnerre; ce fut dans la nuit du 14 au 15.

Le ciel s'est montré clair pendant 10 jours, serein pendant 9 autres; nous avons eu 9 jours de pluie et 3 jours de temps couvert.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 88 degr., le 20; le minimum de 46, le 4 du mois.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 4, on eut à Munich, le spectacle d'un arc en ciel lunaire; la lune paraissait dans tout son éclat du côté du ciel qui était serein; un nuage noir, qui s'était élevé à l'horizon opposé, versait une pluie abondante sur laquelle se forma l'arc parfaitement dessiné.

Le 9, vers 6 heures du soir, orage violent à Poperingen, Flandre occidentale, par suite duquel les eaux se sont débordées : à 10 heures du soir, elles inondaient une partie de la ville; désastre sans exemple depuis 1727.

Le 10, vers 4 heures du matin, orage épouvantable dans le canton de Lens (district de Mons); les communes d'Herchies, Lens, Bauffe, Castiau, Cambron, Momtigny-lez-Lens ont été entièrement ravagées : tout a été haché par la grêle qui était d'une telle grosseur qu'elle tua des lièvres et des perdreaux. Le même orage s'étendit à Hérinnes (près d'Enghien). A Bruges, on ne le ressentit que dans l'après midi.

Le 12, orage très-violent à Madrid ; avant cet orage le thermomètre y était journellement à 30 degr. ; le 18 il marquait 32 ; depuis lors jusqu'au 25, il se maintint à 33. A Rioja (Vieille Castille), à Bayonne et à Toulouse les chaleurs furent telles que plusieurs personnes, occupées aux travaux des champs, furent trouvées mortes, la serpette à la main. A peu près vers la même époque, on ressentit, à Grenade, une secousse de tremblement de terre.

Le 13, on avait, à Paris, une chaleur de $25 \frac{5}{10}$, et à Bruxelles $19 \frac{1}{2}$.

Le 16, orage terrible dans différentes parties de l'Allemagne : Augsbourg (Souabe) et ses environs furent dévastés. A Waiblingen, dans le royaume de Wurtemberg, il tomba des grêlons de la grosseur d'un œuf de pigeon, et en telle abondance qu'en peu de temps huit villages furent entièrement ravagés.

Le 18 fut une journée désastreuse pour plusieurs contrées de l'Europe. Dans les Pays-Bas, orage affreux à Chimay et

dans le Luxembourg; il s'étendit dans le duché de ce nom sur une longueur de plus de 12 lieues du nord-ouest au sud-est, et sur une largeur d'environ 2 lieues; la plupart des maisons et édifices publics furent mis à découvert, et les clochers de Cruchten et Nomeren furent abattus; la terre fut bouleversée en plusieurs endroits; il tomba des grêlons de la grosseur d'une balle de fusil, qui étaient encore amoncelés le lendemain à la hauteur de deux pieds, et le peu d'arbres qui surent résister à la violence du vent, furent entièrement dépouillés de leur écorce. En Prusse et en Bohême, l'Elbe s'enfla subitement et se déborda. Dans la Bavière Rhenane, à Lambsheim près de Frankenthal, l'orage ne dura qu'un $\frac{1}{4}$ d'heure, mais fit les plus grands ravages : les volets et les murailles étaient comme percés de balles; il tomba des masses de glace d'une livre et demie de pesanteur; on en ressentit les effets jusqu'à Strasbourg, par une fraîcheur subite et extraordinaire qui fit descendre le thermomètre de Réaumur, le 23, à 9 au dessous de zéro. Le même jour à 10 heures du soir, tremblement de terre à Perpignan : on y vit des planchers fléchir, des ustensiles s'entrechoquer; le thermomètre y avait marqué, dans l'après midi, 30 $\frac{1}{2}$ de chaleur. A Plymouth, on fut témoin d'un phénomène non moins extraordinaire : le pont flottant qui sert à transporter les passagers sur la Laira, resta, par suite du reflux subit de la marée, suspendu en l'air à la chaine qui le fait mouvoir; des barges restèrent même à sec sur la brise-mer.

Le 19, on ressentit, à Lisbonne, une légère secousse de tremblement de terre : la chaleur y était excessive; pendant 3 jours, le thermomètre de Fahrenheit avait marqué 100 degrés, et, ce qui est particulier, la chaleur y était portée par un vent du

nord-est : son souffle était dévorant; le raisin se sécha aussitôt sur pied; des hommes, des femmes et beaucoup d'animaux moururent suffoqués dans les champs.

Pendant tout le mois, on essuya, dans la Savoye, beaucoup d'orages; tous étaient accompagnés de grêle violente.

AOUT.

Le baromètre ne s'est pas élevé, pendant ce mois, au dessus de 28 p. 3 lign. $\frac{1}{2}$ (le 26); sa moindre élévation a été de 27 p. 9 lign. (le 15 et le 18).

La plus grande hauteur du thermomètre a été de 20 degr., le 30 et le 31; et sa moindre hauteur de 10 degr., le 23 et le 28.

Le vent sud-ouest a soufflé pendant 11 jours; le reste du mois, il a constamment varié entre ouest, ouest-nord-ouest, nord-ouest, ouest-$\frac{1}{4}$-nord, nord-est et sud-est. Nous avons essuyé deux fois des vents violens, savoir, dans la journée du 15 et dans celle du 19.

Quatre orages ont éclaté : le premier dans la soirée du 2, le second dans celle du 4, le troisième dans la matinée du 6, et le dernier dans l'après midi du 12.

Le ciel a été serein pendant 8 jours, clair pendant 7 autres; nous avons eu 3 jours de temps couvert, et 13 jours de pluie, dont 2 de pluie d'averse très-forte, savoir le 7 et le 20.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 80 degr., le 9; le minimum de 39 degr., le 31.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Pendant les journées du 1er et du 2, on ressentit, à Grenade, 8 secousses de tremblement de terre.

Le 4, violent orage à Lille : après l'orage, il est tombé une si grande quantité de grêle qu'une grande partie des communes de Seclin, Haubourdin, La Bassée et Houplin a été ravagée. Le même jour, orage très-fort dans la province de Gueldre. Le même jour, encore un orage épouvantable, également accompagné de grêle, a éclaté dans différentes parties de la Frise. Enfin à la même date, vers midi, un nuage qui faisait craindre une forte tempête, parut au sud-ouest de la commune de Raalte (Overyssel); il disparut du côté de l'ouest, de sorte qu'on n'en ressentit qu'un vent fort, accompagné d'averses et de grêle.

Le 6, dans l'après midi, orage dans la province d'Overyssel : il était accompagné de grêle; et deux jours après on trouva des grêlons qui avaient encore deux pouces de diamètre.

Le 10, orage violent à Cadix.

Le 18, entre 3 et 4 heures, on entendit à Hardewyk (Gueldre), un bruit semblable à celui de plusieurs voitures roulantes pesamment chargées, et se dirigeant vers le sud-ouest; des portes bien fermées à serrure s'ouvrirent d'elles mêmes; dans d'autres maisons le bruit était tel qu'on croyait que le toit s'écroulait. Une vingtaine de soldats, couchés sur le gazon, sentirent la terre se mouvoir sous eux.

Le 31, orage à Louvain, à 4 heures du matin. Pendant cette même nuit, très-forte grêle à Zevecotte, sur la chaussée de Bruges à Dunkerke.

Pendant cet été, la Crimée entière fut affligée d'une extrême sécheresse : toutes les sources ont tari ; la récolte a séché sur pied.

SEPTEMBRE.

La plus haute élévation du baromètre a été de 28 p. 3 lign., le 16 et le 17; sa moindre élévation de 27 p. 6 $\frac{1}{2}$ lign., le 27 du mois.

Le maximum de la chaleur a été de 20 $\frac{1}{2}$ degr., le 1er et le 2; le minimum de 3 $\frac{1}{2}$, le 29. Les effets de ce froid furent tels que beaucoup de végétaux en ont été atteints.

Le vent sud-ouest a soufflé pendant 7 jours : le vent nord ouest, nord-$\frac{1}{4}$-ouest et ouest, chacun pendant 3 jours; il a varié continuellement le reste du mois entre nord-est, nord-nord-est, sud-est, sud-$\frac{1}{4}$-est, ouest-$\frac{1}{4}$-sud et sud-ouest-$\frac{1}{4}$-ouest.

Nous n'avons essuyé aucun orage; mais 3 ouragans ont éclaté, le premier dans la soirée du 8, le second dans la journée du 11, et le dernier dans l'après midi du 27.

Les 30 jours du mois ont été partagés en 10 jours de temps clair, 8 jours de temps serein, 4 jours de temps couvert, 7 jours de pluie, et un seul jour de brouillard (le 25).

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 60 degr., le 27 du mois; le minimum de 21 degr., le 18.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 1er à 2 heures après midi, le thermomètre de Fahrenheit marquait, à Londres, à l'ombre, 83 degr.; ce jour fut le plus chaud de tout l'été.

Le 7 après midi, orage violent en Prusse, dans plusieurs districts au delà de l'Oder. Dans le cercle de Wolhaer, 14 communes ont été ravagées par la grêle : à Mondschutz, Stuben, etc.,

toutes les fenêtres ont été brisées et la toiture de l'église à demi enlevée; à Wartenberg toutes les campagnes, tous les jardins furent dévastés. A la même date, une grêle très-forte ravagea les cantons de Sauveterre, Monsegur, Ste-Croix du Mont, dans le dép. de la Gironde, et plusieurs autres endroits de la France. Dans la nuit du même jour au 8, on essuya, à la Guadeloupe, des coups de vent très-forts; la ville de Basseterre souffrit beaucoup.

Le 8, une trombe causa des dommages considérables à Grambergen (Overyssel). Parmi les effets de sa violence on cite un moulin soulevé en entier et déplacé à un décimètre de distance.

Dans la nuit du 9 au 10, orage à Rome : la foudre tomba dans la galerie du capitole. Dans le territoire de Preneste, confinant à celui de Tivoli, un assez grand espace de terrain s'enfonça et l'on vit jaillir, à la place, des sources abondantes et limpides qui formèrent bientôt un lac : ce lac a 160 palmes (mesure d'Italie) de diamètre et 30 de profondeur; il parait qu'il avait déjà existé du temps des Romains, mais qu'il s'était insensiblement comblé.

Le 12, ouragan très-fort à Friedrichshof, près de Weimar.

Dans la nuit du 15 au 16, on essuya un orage violent dans plusieurs endroits de la nord-Hollande : à Zeyen et Dwingeloo (Frise), à Kloosterhots (Groeninge), et à Katlyk (Drenthe).

Le 26, un ouragan, accompagné de grêle et de neige, éclata sur la route de Bourg à Macon (dép. de l'Ain) : le territoire de Crottet a été couvert de 4 à 5 pouces de glace. Dans la soirée du même jour, une grêle très-forte a ravagé le vignoble de Ceyseriat.

Le 31 du mois précédent, un volcan fit éruption dans l'île de Lancerotti, une des Canaries : il vomit des flammes terribles qui éclairèrent toute l'île, et des pierres d'une grandeur énorme rougies par le feu, en telle abondance, qu'en moins de 24 heures, elles formaient, par leur réunion, une montagne considérable. Ces pierres continuèrent encore d'être lancées, quoique par intervalles, pendant toute la journée du 1er septembre, et le 2 elles cessèrent de tomber; alors on vit se former trois colonnes de fumée, chacune d'une couleur différente : l'une présentait une blancheur parfaite, l'autre était noire, et la troisième, la plus éloignée, paraissait rouge. Le volcan brûlait toujours sur une demi-lieue de long et un $\frac{1}{4}$ de lieue de large; la montagne nouvellement formée, était inaccessible et ne laissait apercevoir des laves dans aucune direction. Le 3, tout était dans le même état; tous les puits, toutes les citernes étaient taris. La fumée continua de s'élever du cratère jusqu'au 22; mais à cette même date, à 7 heures du matin, l'éruption éclata de nouveau, et la montagne vomit une quantité d'eau si considérable qu'elle forma un grand ruisseau qui, diminuant peu à peu, ne formait plus, le 26, qu'un filet d'eau. Cependant les bruits souterrains, les tremblemens de terre, les oscillations qui se manifestèrent jusque dans les derniers jours du mois, firent craindre une nouvelle catastrophe, et il s'ouvrit encore depuis lors un nouveau volcan dans un endroit de l'île appelé Tao, à environ deux lieues du port d'Anciffe : cette éruption dura 18 heures pendant lesquelles le cratère, de plusieurs cents toises de circonférence, jeta des flammes et lança des rochers énormes. Plus récemment encore, deux nouveaux volcans se sont formés dans la même île : ils vomissaient du sable noir, de la lave et de l'eau saumâtre.

OCTOBRE.

La plus grande élévation que le baromètre ait atteint pendant ce mois, a été de 28 p. 2 $\frac{1}{4}$ lign., le 19, et sa moindre hauteur de 27 p., le 12.

Le thermomètre monta à 14 $\frac{1}{2}$, le 6 et le 7; il descendit à 2 $\frac{1}{2}$, le 14.

Le vent sud-ouest a soufflé pendant 18 jours ; pendant les autres il a varié entre ouest, nord-ouest, sud-est et est-$\frac{1}{4}$-nord.

Nous eûmes des vents violens dans la journée du 1er, dans celle du 14; et des ouragans dans la nuit du 24 au 25 et dans la soirée du 27; ce dernier accompagné d'éclairs.

Le ciel a été clair pendant 11 jours, couvert pendant 7 autres; le 5 un brouillard épais régna jusqu'à 9 $\frac{1}{2}$ h. du matin. Nous avons eu 13 jours de pluie : elle fut extrêmement forte et accompagnée de vent très-fort, dans la nuit du 26 au 27 et dans celle du 29 au 30.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 86 degr., le 12; le minimum de 39 degr., le 22.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 8 de ce mois, on ressentit, à Puerto Rico, un ouragan qui dura pendant 24 heures : l'arrondissement de Cabarroso est presqu'entièrement ravagé, et le village de ce nom a disparu.

Le 10, tempête furieuse sur les côtes d'Irlande; elle se fit sentir sur celles d'Angleterre, dans les journées du 11 et du 12.

Le 13, le vent souffla avec tant de violence, à Paris, que des arbres très-gros furent renversés dans le jardin des Tuileries.

Le 14, ouragan à la Haye : beaucoup de bâtimens ont échoués et ont été désemparés dans les eaux de la nord Hollande.

Le 25, la crue de la Meurthe fut si rapide, à Nancy, que tout le faubourg des Tanneries fut inondé; tous les environs disparurent sous les eaux qui formèrent un large fleuve n'ayant pour rives que les côtes voisines.

Le 26, orage affreux dans les environs de Toul, près de Nancy; on eut occasion d'y observer un phénomène météorologique peu commun : l'air était tellement chargé de matière électrique, pendant la tempête, que des postillons, sur la route de Bar à Toul, en faisant claquer leurs fouets firent jaillir de fortes étincelles et qu'ils en tiraient en frappant leurs chevaux.

Le même jour, entre 1 et 2 heures, orage désastreux dans les environs d'Arcis, en Champagne; beaucoup de toits furent enlevés; une maison de bois récemment construite, fut transportée, par la force du vent, à un pouce et demi au delà du lieu de sa fondation. A Pouan, deux bateliers, sur la Barbuise, se sauvèrent sous des saules : une trombe leur enleva leur bateau qui passa au dessus d'eux à plus de 30 pieds d'élévation et retomba à une distance de 40 pas de la rivière.

A Corenne, arrondissement de Dinant, on essuya, à la même date, un ouragan terrible qui renversa le clocher.

Depuis le 28 jusqu'au 30, des pluies extraordinairement fortes ont fondu par torrens et comme des trombes sur les montagnes de la Suisse.

Le 29, à 8 heures du soir, tremblement de terre à Chambéry (Savoie); il tomba, le même jour, une si grande quantité de

pluie à Sarguemines (Lorraine), les eaux se précipitèrent avec tant de violence des montagnes des Vosges, que la ville fut presque totalement inondée et tous les environs submergés.

Pendant les derniers jours de ce mois, beaucoup de désastres ont été occasionés par la crue et le débordement des eaux; en Allemagne la majeure partie des territoires bordés par le Rhin, le Necker, la Zorn, la Moder, fut dévastée dans la nuit du 30; la belle île de Mulhau, près d'Heidelberg, toute couverte de jardins et d'habitations de plaisance, fut totalement ravagée : le 31 une partie de Coblentz était sous les eaux. En France, dans le département de la Moselle, la Seille inonda, le 30, le village de Magny; l'eau s'élevait, dans quelques maisons, à la hauteur de 8 pieds; le même jour l'eau se répandit sur la place de la Comédie, à Metz, le spectacle cessa, et quelques instans plus tard 2 à 3 pieds d'eau couvraient toutes les issues de la salle.

NOVEMBRE.

Le maximum du baromètre a été de 28 p. 2 $\frac{1}{2}$ lign., le 16; le minimum de 27 p. 4 lign., le 25.

La plus grande élévation du thermomètre a été de 10 degr. au dessus de zéro, le 2, le 8, le 11, le 18 et le 25; sa moindre élévation a été de 2 degr. + 0, le 6 et le 16.

Le vent a été sud-ouest pendant 18 jours, nord-ouest pendant 6 jours, ouest pendant 5 autres, et sud-sud-est pendant un seul.

Des tempêtes, presque continuelles, ont régné pendant ce mois : il y en eut dans la journée du 13, dans la nuit du 13 au 14, dans celle du 17 au 18, dans la journée du 18, dans la

nuit du 22 au 23, dans la journée du 23, dans la nuit du 23 au 24, dans celle du 28 au 29, dans la journée du 29 et dans celle du 30.

Nous n'avons essuyé qu'un seul orage : il a éclaté dans la nuit du 3 au 4.

Le maximum de l'humidité hygrométrique, a été de 88 degr., le 15; le minimum de 34 degr., le 29.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Dans les premiers jours de novembre, la crue des eaux fut si violente, dans le Murgthal (grand duché de Bade), qu'elles détruisirent de fond en comble l'hôpital de Gernsbach, vaste bâtiment, situé sur les bords du Murg, qui avait su de tout temps résister à la force des eaux.

Les pluies qui tombèrent en Suisse depuis le 29 octobre, s'accrurent continuellement jusqu'au 22 de ce mois; le joli village de Hofstetten, au pied du mont Bruning (canton de Berne), et plusieurs autres ont été inondés. Elles causèrent même plusieurs éboulemens entr'autres près du lac de Brientz, par suite desquels le cours du Trachtbach fut entravé. Dans le Brettinau, près de Coire, la neige est tombée à 5 pieds de hauteur.

Le 2, le Rhin s'enfla jusqu'à 26 pieds, à Mayence et à Cologne; les eaux de la Moselle, de la Lahn et de la Nahe s'accrurent prodigieusement à la même époque.

Le 3, ouragan sur les côtes du Danemarck, ainsi que sur celles de la Hollande. Par suite de cette tempête, les eaux du Rhin se gonflèrent considérablement à Arnhem; elles ne diminuèrent que le 18. A Nymegue la partie basse de la ville fut

inondée dès le 9. A Bois-le-Duc, la Meuse atteignit une hauteur extraordinaire; le 8, les environs de cette ville ne présentaient plus qu'un vaste lac: une digue se rompit à Empel. Dans les environs de Liége, la Meuse et l'Ourte s'étaient de beaucoup élevées, et ce ne fut que le 13 qu'elles commencèrent à baisser. A peu près vers la même date, le Rhône et la Seine rentrèrent dans leurs lits.

Le 15, orage violent à Bois-le-Duc; dans la nuit du 18 au 19, la crue des eaux y fut telle que plus des deux tiers de la ville furent submergés.

Dans la même nuit du 18 au 19, un furieux ouragan éclata à Stockholm et dans presque tous les autres ports de Suède; des vaisseaux furent arrachés de leurs ancres et jetés les uns contre les autres, des ponts furent entrainés, les routes encombrées de débris; dans les forêts de la commune d'Orebro, une immense quantité d'arbres de pleine venue, furent déracinés et transportés à de grandes distances. Ce même ouragan s'est fait sentir, avec une égale violence, et à la même date, dans le Jutland.

Dans les journées antérieures au 18, le thermomètre de Réaumur marquait, à Pétersbourg, zéro ou un degré au dessus; le 18 il monta tout à coup jusqu'à 5 degrés sur 0, et dans la soirée du même jour, un vent violent du sud-ouest enleva beaucoup de toits; dans la nuit, la Newa inonda, en 3 heures de temps, toute la ville; l'eau s'éleva dans les rues jusqu'à 10 pieds. Des villages des environs furent totalement engloutis. Cronstadt, ville située à 8 lieues de Pétersbourg, fut également submergée; un vaisseau de ligne de 100 canons, y fut transporté par les eaux sur la place publique.

Le 21 on jouissait, dans la Crimée, d'une température chaude et agréable.

Dans la nuit du 22, tempête dans la rade de Brest.

Dans la nuit du 22 au 23 et dans la journée du 23, tempêtes extrêmement furieuses sur les côtes d'Angleterre : de tous côtés on ne voyait que ruines et désolation ; près de Plymouth, sur un espace de 300 verges, 16 vaisseaux de commerce furent détruits, brisés et confondus dans une ruine commune. A Sidmouth, il n'y a pas une seule maison sur le rivage où l'eau ne soit entrée. A Cherwell, près de Waymouth, un coup de mer abattit 80 maisons. A Fléet, près de Portland, l'église et presque toutes les maisons furent détruites : sur la côte de même nom, un autre village a été entièrement balayé du sol par la mer. Celle de Porstmouth n'a pas moins souffert.

Le 28, la Newa charria, pour la première fois, des glaçons à Pétersbourg, par un froid de 10 de Réaumur.

A la fin du mois, la Vistule déborda en plusieurs endroits.

Depuis le milieu du mois, le Donnersberg, qui donna son nom à l'ancien département de Mont-Tonnerre, effrayait les pays circonvoisins, par un bruit souterrain ; enfin, dans les derniers jours du mois, il jeta des flammes, par des crevasses qui se formèrent sur les flancs et sur le sommet de la montagne. L'époque où elle aurait pu encore avoir fait des éruptions, est si reculée, que l'histoire n'en a conservé aucune trace de souvenir.

DÉCEMBRE.

La plus grande élévation du baromètre, pendant ce mois, a été de 28 p. 5 lign., le 14 ; et sa moindre élévation de 27 p. 5 $\frac{1}{2}$ lign., le 21.

La plus grande dilatation qu'ait éprouvée le mercure du thermomètre, a été de 9 degr. au dessus de zéro, le 1er ; et sa moindre dilatation de 1 $\frac{3}{4}$ + 0, le 24.

Le vent sud-ouest a soufflé pendant 13 jours; il a varié le reste du mois entre ouest-sud-ouest, ouest et nord-nord-ouest.

Nous avons essuyé des coups de vent très-violents dans les journées du 20, du 21, du 22, dans la nuit du 22 au 23, dans la journée du 24, dans celle du 25, dans la nuit du 25 au 26, dans la journée du 27 et dans la nuit du 31 au 1er janvier.

Le ciel a été couvert pendant 11 jours, clair pendant 2 autres; nous avons eu 18 jours de pluie; celle du 23 et 24 étant accompagnée de neige et de grêle. Dans les Ardennes et dans la partie orientale du Hainaut, il tomba, vers la même époque, une grande quantité de neige.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 90 degr., le 25; le minimum de 42, le 14.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 4, une terrible tempête fit beaucoup de ravages à la Martinique.

Le 6, à deux heures moins un quart, on ressentit une légère secousse de tremblement de terre à Portsmouth.

Le 10, la ville du Mans (département de la Sarte), fut témoin d'un phénomène curieux : sur les 5 ½ heures du soir, l'atmosphère étant totalement dégagée de nuages, on vit, pendant 4 ou 5 secondes, un globe très-lumineux de diamètre à peu près égal à celui de la pleine lune, lorsqu'elle s'élève sur l'horizon terrestre, et qui répandait une clarté beaucoup plus vive qu'elle; ce météore traversa la ville dans la direction de l'est à l'ouest.

Dans la nuit du 10 au 11, on ressentit, à Reggio, capitale de la Calabre ultérieure, 5 secousses de tremblement de terre.

Le 13, tempête violente dans les parages de l'île de Candie.

Dans la soirée du 21, les eaux de la Newa se sont de nouveau élevées jusqu'à 5 ½ pieds au dessus de leur niveau ordi-

naire : phénomène d'autant plus étonnant que l'air était calme et qu'aucun vent ne soufflait. Pendant la majeure partie du mois, de fréquentes tempêtes se succédèrent à Pétersbourg.

Le 21, un ouragan très-fort éclata à Calscrona (Suède). Vers la même époque, il y eut des crues d'eau extraordinaires à Christiaenstadt, dans la Scanie (Suède). Cette ville n'a dû son salut qu'à ses remparts.

Pendant la nuit du 22 au 23, on ressentit, à Bonn, deux secousses de tremblement de terre.

Le 23, la marée fut extrêmement haute à Strand, dans le duché de Kent.

Vers la même époque, plusieurs rivières de l'Allemagne crûrent d'une manière effrayante : à Memmel, dans la Prusse orientale, la mer refoula l'eau du port jusque dans les habitations. Un météore fut aperçu en Bohême. Enfin des tremblemens de terre se firent sentir en Russie, dans le Tyrol, et dans diverses contrées de l'Italie.

Le 24, la mer se retira à une très-grande distance de la côte, à Withaven.

Dans les journées du 26 et du 27, le flux fut extrêmement haut à Hambourg.

Le 30, la ville de Schiraz, en Perse, ressentit de nouveau une secousse de tremblement de terre très-violente; le peu de maisons qui avaient résisté aux tremblemens du mois d'avril, furent entièrement détruites, de sorte qu'il ne reste plus rien de cette malheureuse cité.

On remarque que pendant cette année, le débordement périodique du Nil n'a pas eu lieu.

FIN DU TROISIÈME VOLUME.

ERRATA.

Page 109, à la note : Dupin, *lisez* Dupuis.

— 122, ligne 18 : pouvoir réfringent, *lisez* rapport de réfraction.

— 129, ligne 5 et suiv. : force réfringente, *lisez* rapport de réfraction.

— 164, ligne 13 : 12° 34′ 34″, *lisez* 12° 34′ 47″.

— *Ibid.*, ligne 14 : 21° 10′ 13″, *lisez* 21° 18′ 13″.